

Zbigniew Burtan*

GEOMECHANICZNY MODEL GÓROTWORU UWARSTWIONEGO**

1. Wprowadzenie

Analizując analityczne prace badawcze, dotyczące oddziaływania eksploatacji górniczej na otaczający górotwór, trzeba zauważyć, iż poglądy w tej dziedzinie nie są jednolite. W opublikowanych pracach przeważają opracowania obejmujące fragment górotworu znajdujący się nad elementami eksploatacji i na tym tle mniej licznie reprezentowane są prace rozpatrujące te wpływy w odniesieniu do warstw występujących poniżej. Tymczasem w praktyce górniczej, z uzasadnionych powodów, preferowanym oraz powszechnie stosowanym kierunkiem wybierania pokładów jest eksploatacja z góry na dół.

Charakterystyczne dla metod matematycznych opisujących budowę ośrodka skalnego jest operowanie pewnymi modelami górotworu, co pociąga za sobą konieczność przyjmowania określonych założeń upraszczających. W większości analitycznych prac górotwór jest traktowany jako ośrodek ciągły, jednorodny, izotropowy, liniowo- czy lepkosprężysty. Założenia te dalece odbiegają od rzeczywistej budowy ośrodka skalnego, który w większości przypadków składa się z warstw posiadających znane i mierzalne parametry geomechaniczne, a przecież w zależności od własności odkształceniowych poszczególnych warstw skalnych, obciążenia przekazywane z warstwy do warstwy są różne. Wymienione przesłanki stanowiły asumpt opracowania teoretycznych zasad tworzenia modelu górotworu uwarstwionego.

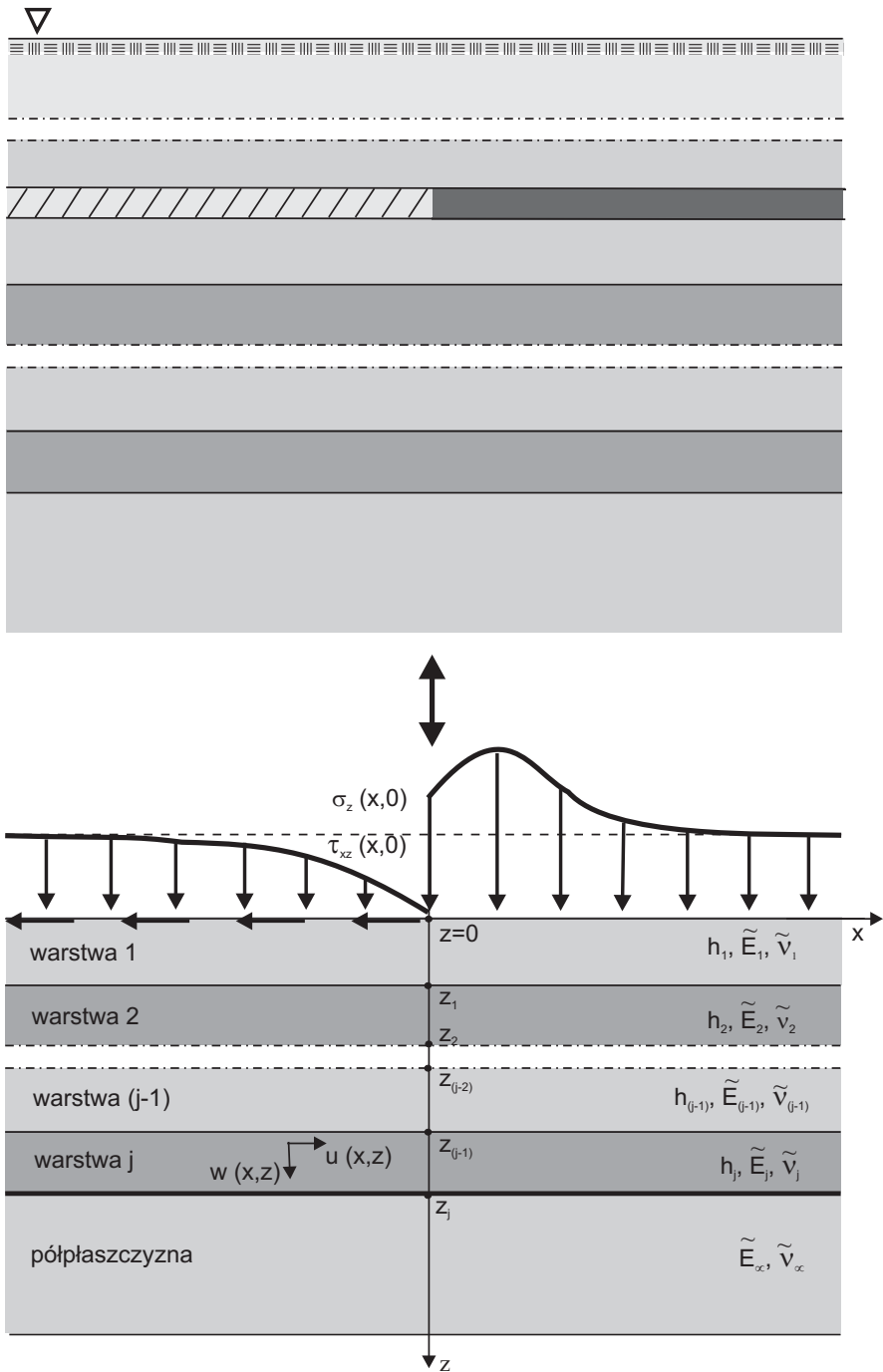
2. Geomechaniczny model górotworu uwarstwionego

2.1. Założenia modelu i funkcja naprężeń

Z uwagi na wzrastającą głębokość eksploatacji złoża wielopokładowego i związaną z tym, racjonalną w większości przypadków, kolejność wybierania pokładów od wyższych ku niższemu, zakres rozważań dotyczy wpływu eksploatacji na kształtowanie się stanu naprężeń i przemieszczeń w niżej zalegającym ośrodku skalnym (rys. 1).

* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii

** Artykuł zrealizowano w ramach prac statutowych AGH nr 11.11.100.281



Rys. 1. Geomechaniczny model górotworu uwarstwionego

Tworząc geomechaniczny model górotworu uwarstwionego przyjęto następujące założenia (rys. 1) [1, 6]:

- konkretny element eksploatacji (front eksploatacyjny, zaszcłość eksploatacyjna) modelowany jest odpowiednim rozkładem naprężeń $\sigma_z(x,0)$, $\tau_{xz}(x,0)$ lub przemieszczeń [2];
- między elementem eksploatacji a rozpatrywanym poziomem z_{j-1} zalega n warstw ($n = 1, 2, 3, \dots, j$), stanowiących jednorodne, izotropowe i ograniczone pasma sprężyste o parametrach:

h_j — grubość,

E_j, ν_j — parametry odkształceniowe;

- zalegające poniżej poziomu z_j utwory skalne, modelowane są jednorodną i izotropową półpłaszczyzną sprężystą o parametrach E_∞, ν_∞ ;
- w celu uwzględnienia własności reologicznych skał wykorzystano analogię lepkosprężystości, polegającą na zastąpieniu stałych sprężystości przez operatory $\tilde{E}_j, \tilde{\nu}_j$, zdefiniowane w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_j &= E_0^{(j)} \left[1 - \frac{E_0^{(j)} - E_\infty^{(j)}}{E_0^{(j)}} \left(1 - e^{-\psi^{(j)} t^{\theta^{(j)}}} \right) \right] \\ \tilde{\nu}_j &= \nu^{(j)} \left[1 + \frac{1 - 2\nu^{(j)}}{2\nu^{(j)}} \frac{E_0^{(j)} - E_\infty^{(j)}}{E_0^{(j)}} \left(1 - e^{-\psi^{(j)} t^{\theta^{(j)}}} \right) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie:

$E_0^{(j)}, E_\infty^{(j)}$ — natychmiastowy i długotrwały moduł odkształcenia j -tej warstwy,

$\nu^{(j)}$ — liczba Poissona j -tej warstwy,

$\psi^{(j)}, \theta^{(j)}$ — parametry reologiczne j -tej warstwy;

- przyjęto następujące rodzaje współpracy kontaktujących się ze sobą warstw: poślizgowy (brak tarcia i kohezji), kohezyjny oraz tarciowy;
- analizowany układ rozpatrywano w płaskim stanie odkształcenia.

Przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia i wykorzystaniu analogii lepkosprężystości zagadnienie kształtowania się stanu naprężeń w górotworze uwarstwionym sprowadzone zostało do kwestii współpracujących ze sobą pasm sprężystych [3, 5]. Przy tych założeniach w każdym paśmie oraz położonej poniżej półpłaszczyźnie spełnione jest równanie biharmoniczne:

$$\frac{\partial^4 F_j(x, z)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F_j(x, z)}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 F_j(x, z)}{\partial z^4} = 0 \quad (2)$$

gdzie: $F_j(x, z)$ – funkcja naprężeń definiująca składowe tensora naprężenia i wektora przemieszczenia w j -tej warstwie.

Składowe te definiują wzory:

$$\begin{cases} \sigma_x^{(j)}(x, z) = \frac{\partial^2 F_j(x, z)}{\partial z^2} \\ \sigma_z^{(j)}(x, z) = \frac{\partial^2 F_j(x, z)}{\partial x^2} \\ \tau_{xz}^{(j)}(x, z) = \frac{\partial^2 F_j(x, z)}{\partial z \partial x} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} 2\tilde{G}_j \frac{\partial u^{(j)}(x, z)}{\partial x} = (1 - \tilde{\nu}_j) \frac{\partial^2 F_j(x, z)}{\partial x^2} - \tilde{\nu}_j \frac{\partial^2 F_j(x, z)}{\partial z^2} \\ 2\tilde{G}_j \frac{\partial w^{(j)}(x, z)}{\partial z} = (1 - \tilde{\nu}_j) \frac{\partial^2 F_j(x, z)}{\partial z^2} - \tilde{\nu}_j \frac{\partial^2 F_j(x, z)}{\partial x^2} \end{cases} \quad (4)$$

gdzie:

$$\tilde{G} = \frac{\tilde{E}_j}{2(1 + \tilde{\nu}_j)} \quad (5)$$

Problem rozwiązania równania biharmonicznego sprowadza się do znalezienia odpowiednich funkcji naprężeń $F_j(x, z)$. W odniesieniu do rozpatrywanego problemu wykorzystana została metoda zespolonej transformacji całkowej Fouriera [4], według której transformaty proste odpowiednich funkcji definiuje wzór:

$$\bar{\Phi}(\alpha, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x, z) e^{-i\alpha x} dx \quad (6)$$

zaś transformaty odwrotne określa formuła:

$$\Phi(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\Phi}(\alpha, z) e^{i\alpha x} d\alpha \quad (7)$$

Transformata funkcji naprężeń $\bar{F}_j(\alpha, z)$ dla j -tej warstwy ma postać:

$$\bar{F}_j(\alpha, z) = (A_j + B_j z) e^{\alpha z} + (C_j + D_j z) e^{-\alpha z} \quad (8)$$

z kolei transformatę funkcji naprężeń $\bar{F}_\infty(\alpha, z)$ dla półpłaszczyzny opisuje związek:

$$\bar{F}_\infty(\alpha, z) = (C_\infty + D_\infty z) e^{-\alpha z} \quad (9)$$

gdzie: $A_j, B_j, C_j, D_j, C_\infty, D_\infty$ stałe całkowania wyznaczone z odpowiednich warunków brzegowych.

Transformaty składowych tensora naprężenia i wektora przemieszczenia w rozpatrywanych warstwach bądź zalegającej poniżej półpłaszczyźnie definiują wzory:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_x^{(j)}(\alpha, z) = \frac{\partial^2 \bar{F}_j(\alpha, z)}{\partial z^2} \\ \bar{\sigma}_z^{(j)}(\alpha, z) = -\alpha^2 \bar{F}_j(\alpha, z) \\ \bar{\tau}_{xz}^{(j)}(\alpha, z) = i\alpha \frac{\partial \bar{F}_j(\alpha, z)}{\partial z} \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \bar{u}^{(j)}(\alpha, z) = \frac{i}{2\tilde{G}_j \alpha} \left[(1 - \tilde{\nu}_j) \frac{\partial^2 \bar{F}_j(\alpha, z)}{\partial z^2} + \tilde{\nu}_j \alpha^2 \bar{F}_j(\alpha, z) \right] \\ \bar{w}^{(j)}(\alpha, z) = \frac{1}{2\tilde{G}_j \alpha^2} \left[(1 - \tilde{\nu}_j) \frac{\partial^3 \bar{F}_j(\alpha, z)}{\partial z^3} + \alpha^2 (\tilde{\nu}_j - 2) \frac{\partial \bar{F}_j(\alpha, z)}{\partial z} \right] \end{cases} \quad (11)$$

Odpowiednie pochodne transformat funkcji naprężeń mają postać:

— dla j -tej warstwy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{F}_j(\alpha, z)}{\partial z} &= A_j \alpha e^{\alpha z} + B_j (1 + \alpha z) e^{\alpha z} - C_j \alpha e^{-\alpha z} + D_j (1 - \alpha z) e^{-\alpha z} \\ \frac{\partial^2 \bar{F}_j(\alpha, z)}{\partial z^2} &= A_j \alpha^2 e^{\alpha z} + B_j \alpha (2 + \alpha z) e^{\alpha z} + C_j \alpha^2 e^{-\alpha z} - D_j \alpha (2 - \alpha z) e^{-\alpha z} \\ \frac{\partial^3 \bar{F}_j(\alpha, z)}{\partial z^3} &= A_j \alpha^3 e^{\alpha z} + B_j \alpha^2 (3 + \alpha z) e^{\alpha z} - C_j \alpha^3 e^{-\alpha z} + D_j \alpha^2 (3 - \alpha z) e^{-\alpha z} \end{aligned} \quad (12)$$

— dla półpłaszczyzny:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{F}_j(\alpha, z)}{\partial z} &= -C_j \alpha e^{-\alpha z} + D_j (1 - \alpha z) e^{-\alpha z} \\ \frac{\partial^2 \bar{F}_j(\alpha, z)}{\partial z^2} &= C_j \alpha^2 e^{-\alpha z} - D_j \alpha (2 - \alpha z) e^{-\alpha z} \\ \frac{\partial^3 \bar{F}_j(\alpha, z)}{\partial z^3} &= -C_j \alpha^3 e^{-\alpha z} + D_j \alpha^2 (3 - \alpha z) e^{-\alpha z} \end{aligned} \quad (13)$$

Podstawiając powyższe wyrażenia do ogólnych wzorów na transformaty składowych tensora naprężenia i wektora przemieszczenia otrzymano:

— dla j -tej warstwy:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_x^{(j)}(\alpha, z) = A_j \alpha^2 e^{\alpha z} + B_j \alpha (2 + \alpha z) e^{\alpha z} + C_j \alpha^2 e^{-\alpha z} - D_j \alpha (2 - \alpha z) e^{-\alpha z} \\ \bar{\sigma}_z^{(j)}(\alpha, z) = -\alpha^2 (A_j e^{\alpha z} + B_j z e^{\alpha z} + C_j e^{-\alpha z} + D_j z e^{-\alpha z}) \\ \bar{\tau}_{xz}^{(j)}(\alpha, z) = i\alpha [(A_j \alpha e^{\alpha z} + B_j (1 + \alpha z) e^{\alpha z} + C_j \alpha e^{-\alpha z} + D_j (1 - \alpha z) e^{-\alpha z})] \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \bar{u}^{(j)}(\alpha, z) = \frac{i}{2\tilde{G}_j} [A_j \alpha e^{\alpha z} + B_j (2 - 2\tilde{\nu}_j + \alpha z) e^{\alpha z} + C_j \alpha e^{-\alpha z} - D_j (2 - 2\tilde{\nu}_j - \alpha z) e^{-\alpha z}] \\ \bar{w}^{(j)}(\alpha, z) = \frac{1}{2\tilde{G}_j} [-A_j \alpha e^{\alpha z} + B_j (1 - 2\tilde{\nu}_j + \alpha z) e^{\alpha z} + C_j \alpha e^{-\alpha z} - D_j (1 - 2\tilde{\nu}_j - \alpha z) e^{-\alpha z}] \end{cases} \quad (15)$$

— dla półpłaszczyzny:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_x^{(\infty)}(\alpha, z) = [C_\infty \alpha^2 - D_\infty \alpha (2 - \alpha z)] e^{-\alpha z} \\ \bar{\sigma}_z^{(\infty)}(\alpha, z) = -\alpha^2 (C_\infty + D_\infty z) e^{-\alpha z} \\ \bar{\tau}_{xz}^{(\infty)}(\alpha, z) = i\alpha [-C_\infty \alpha + D_\infty \alpha (1 - \alpha z)] e^{-\alpha z} \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \bar{u}^{(\infty)}(\alpha, z) = \frac{i}{2\tilde{G}_\infty} [C_\infty \alpha - D_\infty (2 - 2\tilde{\nu}_\infty - \alpha z)] e^{-\alpha z} \\ \bar{w}^{(\infty)}(\alpha, z) = \frac{1}{2\tilde{G}_\infty} [C_\infty \alpha - D_\infty (1 - 2\tilde{\nu}_\infty - \alpha z)] e^{-\alpha z} \end{cases} \quad (17)$$

Wprowadzone wzory, definiujące transformaty poszczególnych funkcji, pozwalają po wyznaczeniu, z odpowiednich warunków brzegowych, stałych całkowania, na określenie poszukiwanych składowych tensora naprężenia i wektora przemieszczenia.

2.2. Określenie warunków brzegowych

W celu wyznaczenia stałych całkowania, zawartych w transformatach składowych tensora naprężenia i wektora przemieszczenia dla poszczególnych warstw i dla półpłaszczyzny konieczne jest zdefiniowanie odpowiednich warunków brzegowych [1, 6]. Warunki te tworzą dwie grupy: do pierwszej z nich należą warunki na poziomie zaszłości, modelowanych zgodnie z założeniami odpowiednim rozkładem naprężeń lub przemieszczeń (istnieje możliwość formułowania mieszanych warunków brzegowych); drugą grupę tworzą warunki określające współpracę warstw na kontaktach, rozpatrywaną dla wariantów kontaktu: bez tarcia i kohezji, kohezyjnego oraz tarcowego.

Definiujące stan naprężenia i przemieszczenia warunki brzegowe określają wyrażenia:

— Na poziomie zasłóści (dla $z = 0$):

$$\begin{cases} \text{dla } -\infty < x < \infty \\ \sigma_z(x,0) = \sigma_z^{(0)}(x) \\ \tau_{xz}(x,0) = \tau_{xz}^{(0)}(x) \end{cases} \quad (18)$$

lub

$$\begin{cases} w(x,0) = w^{(0)}(x) \\ u(x,0) = u^{(0)}(x) \end{cases} \quad (19)$$

gdzie odpowiednie transformaty Fouriera wynoszą:

$$\begin{cases} \text{dla } -\infty < \alpha < \infty \\ \bar{\sigma}_z^{(0)}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_z^{(0)}(x) e^{-i\alpha x} dx \\ \bar{\tau}_{xz}^{(0)}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{xz}^{(0)}(x) e^{-i\alpha x} dx \end{cases} \quad (20)$$

lub

$$\begin{cases} \bar{w}^{(0)}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} w^{(0)}(x) e^{-i\alpha x} dx \\ \bar{u}^{(0)}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} u^{(0)}(x) e^{-i\alpha x} dx \end{cases} \quad (21)$$

Na podstawie powyższych formuł układ równań algebraicznych, gdzie niewiadomymi są stałe całkowania, ma postać:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_z^{(0)}(\alpha) = \bar{\sigma}_z^{(1)}(\alpha, 0) \\ \bar{\tau}_{xz}^{(0)}(\alpha) = \bar{\tau}_{xz}^{(1)}(\alpha, 0) \end{cases} \quad (22)$$

lub

$$\begin{cases} \bar{w}^{(0)}(\alpha) = w^{(1)}(\alpha, 0) \\ \bar{u}^{(0)}(\alpha) = u^{(1)}(\alpha, 0) \end{cases} \quad (23)$$

— Na kontakcie warstw: $(j-1)$ i j -tej

Bez względu na rodzaj kontaktu między warstwami zachodzi ciągłość naprężeń pionowych oraz przemieszczeń pionowych. Stąd też dla wszystkich analizowanych wariantów współpracy warstw na kontaktach, dla $z = z_j$ spełnione są równania:

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_z^{(j-1)}(\alpha, z_j) = \bar{\sigma}_z^{(j)}(\alpha, z_j) \\ \bar{w}^{(j-1)}(\alpha, z_j) = \bar{w}^{(j)}(\alpha, z_j) \end{cases} \quad (24)$$

Pozostałe warunki brzegowe, zależne od rozpatrywanego kontaktu, opisują następujące relacje:

- Wariant I – na kontakcie warstw występują siły spójności (tzw. „zszycie” warstw) dla $z = z_j$

$$\begin{cases} \bar{\tau}_{xz}^{(j-1)}(\alpha, z_j) = \bar{\tau}_{xz}^{(j)}(\alpha, z_j) \\ \bar{u}_z^{(j-1)}(\alpha, z_j) = \bar{u}_z^{(j)}(\alpha, z_j) \end{cases} \quad (25)$$

- Wariant II – na kontakcie brak sił spójności i sił tarcia (tzw. „poślizg” warstw) dla $z = z_j$

$$\begin{cases} \bar{\tau}_{xz}^{(j-1)}(\alpha, z_j) = 0 \\ \bar{\tau}_{xz}^{(j)}(\alpha, z_j) = 0 \end{cases} \quad (26)$$

- Wariant III – na kontakcie warstw występują siły tarcia dla $z = z_j$

$$\begin{cases} \bar{\tau}_{xz}^{(j-1)}(\alpha, z_j) = \mu \bar{\sigma}_z^{(j-1)}(\alpha, z_j) \\ \bar{\tau}_{xz}^{(j-1)}(\alpha, z_j) = \bar{\tau}_{xz}^{(j)}(\alpha, z_j) \end{cases} \quad (27)$$

gdzie: μ – współczynnik tarcia.

— Dla półpłaszczyzny: $z \Rightarrow \infty$

$$\bar{\sigma}_z^{(\infty)} = 0 \quad (28)$$

Celem wyznaczenia, z powyższych warunków brzegowych, stałych całkowania należy rozwiązać układ składający się z $(4j - 2)$ równań algebraicznych, a następnie wyznaczyć odwrotne transformaty Fouriera składowych tensora naprężenia i wektora przemieszczenia. Składowe te, na dowolnym poziomie poniżej prowadzonej lub dokonanej eksploatacji, można określić według wzorów:

— dla j -tej warstwy:

$$\begin{aligned}\sigma_z^{(j)}(x, z) &= \operatorname{Re} \left\langle \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [-\alpha^2 (A_j e^{\alpha z} + B_j z e^{\alpha z} + C_j e^{-\alpha z} + D_j z e^{-\alpha z})] e^{i\alpha x} d\alpha \right\rangle \\ \tau_{xz}^{(j)}(x, z) &= \operatorname{Re} \left\langle \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{i\alpha [A_j \alpha e^{\alpha z} + B_j (1 + \alpha z) e^{\alpha z} + C_j \alpha e^{-\alpha z} + D_j (1 - \alpha z) e^{-\alpha z}]\} e^{i\alpha x} d\alpha \right\rangle\end{aligned}\quad (29)$$

$$\begin{aligned}u^{(j)}(x, z) &= \operatorname{Re} \left\langle \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{i}{2\tilde{G}_j} \left[A_j \alpha e^{\alpha z} + B_j (2 - 2\tilde{\nu}_j + \alpha z) e^{\alpha z} + \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + C_j \alpha e^{-\alpha z} - D_j (2 - 2\tilde{\nu}_j - \alpha z) e^{-\alpha z} \right] \right\} e^{i\alpha x} d\alpha \right\rangle \\ w^{(j)}(x, z) &= \operatorname{Re} \left\langle \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2\tilde{G}_j} \left[-A_j \alpha e^{\alpha z} + B_j (1 - 2\tilde{\nu}_j + \alpha z) e^{\alpha z} + \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + C_j \alpha e^{-\alpha z} - D_j (1 - 2\tilde{\nu}_j - \alpha z) e^{-\alpha z} \right] \right\} e^{i\alpha x} d\alpha \right\rangle\end{aligned}\quad (30)$$

— dla półpłaszczyzny:

$$\begin{aligned}\sigma_x^{(\infty)}(x, z) &= \operatorname{Re} \left\langle \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{ [C_\infty \alpha^2 - D_\infty \alpha (2 - \alpha z)] e^{-\alpha z} \} e^{i\alpha x} d\alpha \right\rangle \\ \sigma_z^{(\infty)}(x, z) &= \operatorname{Re} \left\langle \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [-\alpha^2 (C_\infty + D_\infty z) e^{-\alpha z}] e^{i\alpha x} d\alpha \right\rangle \\ \tau_{xz}^{(\infty)}(x, z) &= \operatorname{Re} \left\langle \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{ i\alpha [-C_\infty \alpha + D_\infty (1 - \alpha z)] e^{-\alpha z} \} e^{i\alpha x} d\alpha \right\rangle\end{aligned}\quad (31)$$

$$\begin{aligned}u^{(\infty)}(x, z) &= \operatorname{Re} \left\langle \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2G_\infty} [C_\infty \alpha - D_\infty (2 - 2\nu_\infty - \alpha z)] e^{-\alpha z} \right\} e^{i\alpha x} d\alpha \right\rangle \\ w^{(\infty)}(x, z) &= \operatorname{Re} \left\langle \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2G_\infty} [C_\infty \alpha + D_\infty (1 - 2\nu_\infty - \alpha z)] e^{-\alpha z} \right\} e^{i\alpha x} d\alpha \right\rangle\end{aligned}\quad (32)$$

3. Podsumowanie

Przedstawiony aparat matematyczny pozwala na określanie składowych tensora naprężenia i wektora przemieszczenia w ośrodku wielowarstwowym, zalegającym poniżej prowadzonej lub dokonanej eksploatacji.

Zaprezentowany geomechaniczny model górotworu uwarstwionego może być wykorzystywany zarówno do celów poznawczych, jak i aplikacyjnych. Modelowanie górotworu ośrodkiem wielowarstwowym pozwala wyjaśnić wiele zjawisk zachodzących w górotworze. Umożliwia analizę wpływu geometrycznych i geomechanicznych parametrów warstw

oraz charakteru współpracy pomiędzy warstwami. Może być także pomocnym w ocenie, wynikającego między innymi z grubowarstwowej budowy górotworu, zagrożenia wstrząsami i tapaniami.

LITERATURA

- [1] *Burtan Z.*: Wpływ zaszułości eksploatacyjnych na kształtowanie się stanu naprężenia w uwarstwionym ośrodku skalnym. Praca doktorska. Biblioteka Główna AGH, Kraków, 1997
- [2] *Kleczek Z., Zorychta A.*: Wpływ zaszułości eksploatacyjnych na stan naprężenia górotworu zagrożonego tapaniami. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Górnictwo, 1990, z. 185
- [3] *Możarowski W. W., Starżinski W. E.*: Praktyczna mechanika słoistych tiel iz kompozitow. Nauka i Technika. Mińsk, 1988
- [4] *Sneddon I. N.*: Metoda transformacji całkowych w mieszanych zagadnieniach brzegowych klasycznej teorii sprężystości. Polska Akademia Nauk, Ossolineum, Warszawa–Kraków, 1974
- [5] *Walczak J.*: Wytrzymałość materiałów oraz podstawy teorii sprężystości i plastyczności, PWN. Warszawa, 1978
- [6] *Zorychta A., Burtan Z.*: Wpływ warstwowej budowy ośrodku skalnego na kształtowanie się stanu naprężenia i zagrożenie tapaniami, Prace Naukowe Głównego Instytutu Górnictwa. Seria Konferencje, nr 26, Katowice, 1998