

Ryszard Drożdżak*

**ANALIZA PORÓWNAWCZA
WYBRANYCH LABORATORYJNYCH METOD OCENY
WSPÓLCZYNNIKA FILTRACJI GRUNTÓW SPOISTYCH****

1. WPROWADZENIE

Praca ta powstała w wyniku reinterpretacji archiwalnych wyników badań laboratoryjnych współczynnika filtracji gruntów spoistych, wykonanych w 1997 r. w Zakładzie Geologii Inżynierskiej Wydziału Geologii Uniwersytetu Warszawskiego [2, 4]. Obejmują one ponad 200 niezależnych badań przeprowadzonych m.in. z wykorzystaniem sześciu różnych metod laboratoryjnych w odniesieniu do sześciu rodzajów gruntów spoistych. Wyniki te zostały życzliwie udostępnione przez profesora Ryszarda Kaczyńskiego, który kierował pracami badawczymi w 1997 r.

Zasadnicze rezultaty tych badań były w 2000 r. prezentowane na seminarium nt. „Aktualne problemy geologiczno-inżynierskich badań podłoża budowlanego i zagospodarowania terenu” oraz opublikowane w materiałach [2].

Wyniki prac zespołu prof. R. Kaczyńskiego są trudne do przecenienia ze względu na to, że:

- w ostatnich kilkudziesięciu latach zostało opracowanych i wdrożonych do praktyki wiele różnych metod i sposobów oceny współczynnika filtracji gruntów, w szczególności gruntów spoistych [14];
- różne metody badań współczynnika filtracji gruntów, w tym spoistych, oparte są na odmiennych założeniach fizycznych i wykorzystują różne parametry wejściowe, co jest powodem, że przyjęta metoda i warunki badania mogą mieć istotny wpływ na uzyskiwane wyniki – potwierdziły to prace [2, 4, 5];
- w praktyce brak jest ujednoczonych sposobów i metodyk badawczych współczynnika filtracji w odniesieniu do różnego rodzaju gruntów; nieliczne są również publikacje do-

* doktorant, Wydział Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH, Kraków

** Praca wykonana w ramach projektu promotorskiego N N525-462936

tyczące analizy porównawczej wyników badań uzyskanych z wykorzystaniem różnych metod – poza wspomnianą publikacją [2] można wymienić prace [3, 5].

Celem prezentowanej reinterpretacji archiwalnych wyników badań laboratoryjnych współczynnika filtracji gruntów spoistych było ich opracowanie statystyczne w zakresie uwzględniającym aktualne standardy metrologiczne [12], w tym m.in. weryfikację wyników wątpliwych oraz oceny przedziałów ufności jako oszacowania niepewności końcowych wyników.

2. CHARAKTERYSTYKA BADANYCH GRUNTÓW [2, 4]

Próbki gruntu o strukturze nienaruszonej NNS poddane badaniom pochodziły z: mady wiślanej (głina pylasta) z Warszawy (Saska Kępa), gliny zwałowej (głina piaszczysta) – cztery wiercenia z Krzyżanówka koło Kutna, łu plioceńskiego z Warszawy (poletko doświadczalne Stegny).

Mada wiślana (średnia zawartość frakcji iłowej 18%) pobrana była na tarasie zalewowym z głębokości 1,5 m p.p.t. Główne składniki to kwarc (68%) i minerały ilaste (28,3%), w większości illit, występuje także kaolinit oraz beidelit. Brak jest kalcytu, zawartość frakcji organicznej to 0,7%. Według normy gleboznawczej [8], która powinna być stosowana m.in. w inżynierii i ochronie środowiska, badane próbki reprezentują pył ilasty.

Głina zwałowa o średniej zawartości frakcji iłowej w granicach 18–22% i pyłowej w zakresie 12–25%, pobrana jest z głębokości 4,2–5,8 m p.p.t. Wszystkie gliny wykazują jednolity skład mineralny. Główne składniki glin to:

- kwarc (60–65%),
- minerały ilaste (24–27,5%), głównie illit i beidelit.

Gliny zawierają także:

- kalcyt (8,4–10,3%),
- getyt (1–2,5%),
- substancję organiczną (0,2–0,4%).

Z uwagi na to, że glina zwałowa pobierana była z czterech różnych otworów wiertniczych, zakwalifikowano ją do badań jako cztery odrębne grunty, należące wg normy [8] do gliny średniej oraz gliny lekkiej.

Ł plicieński o średniej zawartości frakcji iłowej (77%), pobrany był z głębokości 5,1 do 7,0 m p.p.t. Głównym składnikiem łu są minerały ilaste – około 67%. Beidelit występuje w przewadze nad illitem i kaolinitem. Zawartość kwarcu 27,7%, getytu 5,4%. Brak jest kalcytu i substancji organicznej. Według normy [8] badany grunt scharakteryzowano jako łu ciężki. Wybrane właściwości fizyczne analizowanych gruntów przedstawia tabela 1 [2, 4].

Z przedstawionej analizy właściwości fizycznych wynika, że badane grunty spoiste charakteryzują się stosunkowo małym stopniem niejednorodności. Dotyczy to w szczególności glin, od których wyraźnie różnią się (przede wszystkim porowatością) mada oraz łu.

Tabela 1

Zestawienie ocen średnich arytmetycznych \bar{x} oraz zakresów zmienności (x_{\min} – x_{\max}) wybranych właściwości fizycznych badanych gruntów spoistych (Kaczyński 1997, ze zmianami)

Grunt	Właściwości fizyczne				
	Gęstość właściwa gruntu ρ_s , t/m ³	Gęstość objętościowa gruntu P , t/m ³	Wilgotność naturalna w_n , %	Porowatość N , %	Stopień wilgotności S_r , l
1 ^(*)	2	3	4	8	9
Pył ilasty (mada)	2,68	1,85	19,21	42,31	0,71
	2,67–2,69	1,83–1,87	18,53–20,05	41,42–43,28	0,67–0,76
Gлина lekka (głina 1)	2,65	2,12	9,10	26,79	0,66
	2,63–2,67	2,10–2,15	8,50–9,50	26,03–27,17	0,63–0,73
Gлина średnia (głina 2)	2,66	2,13	9,85	27,07	0,71
	2,64–2,68	2,10–2,15	9,45–10,15	26,32–28,20	0,69–0,72
Gлина średnia (głina 3)	2,68	2,11	13,53	30,59	0,82
	2,66–2,69	2,08–2,13	12,96–14,05	28,85–31,34	0,76–0,84
Gлина lekka (głina 4)	2,67	2,14	11,35	28,9	0,78
	2,66–2,68	2,13–2,16	10,96–11,73	27,71–28,46	0,76–0,82
Ił ciężki (ił)	2,67	1,88	33,55	47,27	1
	2,60–2,70	1,87–1,89	33,15–34,05	46,82–47,57	0,99–1,00

(*) określenia gruntu w nawiasie – wg materiałów źródłowych

3. CHARAKTERYSTYKA METOD BADAWCZYCH WYKORZYSTANYCH DO BADAŃ WSPÓŁCZYNNIKA FILTRACJI GRUNTÓW

Badania współczynnika filtracji wykonywano, wykorzystując sześć następujących przyrządów pomiarowych:

- 1) sakedometr,
- 2) GEONOR,
- 3) edometr,
- 4) aparat trójosiowego ściskania TRX,
- 5) konsolidometr,
- 6) SEM/STIMAN.

W przypadku każdego przyrządu przeprowadzono serie niezależnych badań dla wszystkich sześciu rodzajów gruntów. Badania bezpośrednie wykonano przy naprężeniu równym obciążeniu geologicznemu nadkładu i przy spadkach hydraulicznych równych i większych niż 30.

Sakedometr (zmodyfikowany edometr) pozwala na kontrolę ciśnienia ssania gruntów, które maleje wraz ze wzrostem nasycenia. Badania w sakedometrze wykonane zostały przez S. Żakowicza i K. Grabulewskiego z SSGW i były prowadzone przy założeniu pełnego nasycenia gruntu ($S_r=1$)¹. W takim stanie fizycznym mamy do czynienia z układem dwufazowym, w którym filtracja powinna zachodzić bez dodatkowych przeszkód. Badania tą metodą są długotrwałe; średni czas trwania jednego badania wynosi 2–3 tygodnie.

Permeometr (przepuszczalnościomierz) kompresyjny do samodzielnego badania przepuszczalności gruntów spoistych, zastosowany w ramach opisywanych badań, był wyprodukowany przez norweską firmę **GEONOR**. Współczynnik filtracji określany był zgodnie z prawem Darcy'ego w zakresie spadków hydraulicznych do 100. Metoda oparta była na zasadzie stałego spadku hydraulicznego, przy czym wysokie wartości spadków hydraulicznych pozwalały na skrócenie czasu badań do kilku dni.

Edometryczne badania współczynnika filtracji prowadzono w klasycznym edometrze wyprodukowanym przez Zakład Aparatury Naukowej w Krakowie. Aparat podłączony był do tablicy umożliwiającej zadawanie wymaganych spadków hydraulicznych oraz kontrolowanie wysokości słupa wody w czasie badania. Jest to jedna z najstarszych, lecz do dzisiaj stosowanych metod badawczych gruntów.

Badania współczynnika filtracji w **aparacie trójosiowego ściskania TRX** wykonywano zgodnie z metodyką Heada (1985). W aparacie sprawdzano stopień nasycenia próbek badanych gruntów, określając parametr Skempton'a [7]. Jeśli wartość $B = 0,95 \div 1,00$ uznawano grunt za nasycony wodą. W przypadku $B < 0,95$ próbkę gruntu poddawano procesowi nasączenia wodą za pomocą przystawki *back pressure* wraz z kolumną naczyń przelewowych. W przypadku wszystkich testów spadek hydrauliczny był równy 30.

Za pomocą **konsolidometru** badania wykonywano w dwóch etapach. W pierwszym dokonywano wstępnej konsolidacji, następnie badano proces konsolidacji przy stałej prędkości obciążenia. Interpretację badań konsolidometrycznych przeprowadzano na podstawie jednowymiarowej teorii konsolidacji zaproponowanej przez K. Terzaghiego (1943) oraz badania Vu Cao Minha (1976) prowadzone w Instytucie Hydrogeologii i Geologii Inżynierskiej Uniwersytetu Warszawskiego. Metoda konsolidometryczna należy do badań pośrednich; współczynnik filtracji K jest wyznaczany na podstawie ustalonego w tych badaniach współczynnika konsolidacji gruntu c_v [7].

Ostatnią metodą wykorzystaną do badań była pośrednia metoda **SEM/STIMAN**, oparta na analizie ilościowej mikrostruktury gruntu ze zdjęć skaningowych. Dużą zaletą mikroskopów skaningowych jest to, że stwarzają one możliwości otrzymania obrazu rzeczywistego analizowanej powierzchni próbki. Ponadto, przy dodatkowym oprzyrządowaniu, można wykonać

¹ Stopień wilgotności S_r

wiele różnorodnych analiz, np. ilościową analizę otrzymanych obrazów. Analiza taka, przy zastosowaniu specjalistycznego oprogramowania komputerowego (np. oprogramowania STIMAN), pozwala m.in. oszacować właściwości filtracyjne gruntów.

4. UZYSKANE WYNIKI ANALIZY

Wymienione powyżej laboratoryjne metody do badań współczynnika filtracji gruntów można podzielić na metody bezpośrednie, oparte na bezpośrednim pomiarze współczynnika filtracji (sakedometr, GEONOR, edometr, aparat trójosiowy TRX) oraz metody pośrednie, oparte na obliczaniu współczynnika filtracji na podstawie badania innych właściwości gruntu (konsolidometr, metoda SEM/STIMAN).

Wszystkie otrzymane wyniki badań (oprócz badań wykonanych edometrem, które były traktowane jako wskaźnikowe) poddano analizie statystycznej w celu wykrycia w seriach pomiarowych ewentualnych tzw. wartości odstających² lub tzw. wyników wątpliwych³. Odrzucanie wątpliwych wyników pomiarów jest jednym z najbardziej kłopotliwych i kontrowersyjnych problemów metrologicznych [12, 15]. W praktyce problemy decyzyjne związane z serią pomiarową zawierającą wątpliwe wyniki mogą być dwójakiego rodzaju:

- w serii występują pojedyncze wyniki wątpliwe, określane jako odstające, odbiegające lub podejrzane (mało prawdopodobne) – wyniki takie utożsamiane są zwykle z wynikami obciążonymi błędem grubym;
- seria zawiera dwa wyniki wątpliwe lub więcej, co oznacza zwykle niejednorodność w sensie statystycznym.

W przypadku sformułowanych problemów można stosować różnorakie testy, które mogą prowadzić do wykluczenia z dalszej procedury opracowania danych pomiarowych obciążonych błędem grubym.

W niniejszej pracy zastosowano test służący do weryfikacji pojedynczego wyniku wątpliwego w próbie (serii pomiarowej) – przypadek nieznanego odchylenia standardowego. Przyjęto poziom istotności testowania $\alpha = 0,05$; w zależności od liczebności próby porównuje się wyliczoną wartość statystyki U_i z jej wartością krytyczną h .

W celu zweryfikowania pojedynczego wyniku w próbie należy obliczyć: średnią arytmetyczną \bar{x} oraz odchylenie standardowe z próby S , wartość statystyki U wg wzoru

$$U_1 = \frac{\bar{x} - x_1}{s} \quad \text{i} \quad U_n = \frac{x_n - \bar{x}}{s} \quad (1)$$

w którym: x_1 i x_n oznacza skrajny wynik wątpliwy w próbie (najmniejszy lub największy).

² Wartości odstające – obserwacje, których wartości zgodnie z normą krajową [6] tak dalece odbiegają od pozostałych, iż sugeruje to, że mogą pochodzić z innej populacji lub być spowodowane błędem grubym pomiaru.

³ Wynik wątpliwy – wynik, który zgodnie z normą międzynarodową [10] różni się od pozostałych wyników w stopniu przewyższającym różnice spodziewane w stosowanej metodzie pomiarów.

Jeżeli U_1 lub $U_n > h$, należy uznać wynik za obarczony błędem grubym i wyeliminować go z dalszych obliczeń.

W związku z wymogami powyższego testu przeprowadzono normalizację zbioru uzyskanych wyników pomiarów współczynnika filtracji gruntów tak, aby badane próby miały rozkład zbliżony do normalnego. W tym celu zlogarytmowano wyniki oraz wykorzystano test Shapiro–Wilka w celu potwierdzenia zgodności ich rozkładu z rozkładem normalnym.

Na podstawie uzyskanych znormalizowanych wyników obliczono średnie oraz odchylenia standardowe z rozstępu. Podejście takie wynika z faktu, iż analizowane próby są małe; ich liczebności wynoszą od 5 do 9, stąd zastosowanie rozstępu jest jak najbardziej właściwe. Skuteczność rozstępu w przypadku próbek mniejszych niż 8 jest większa niż 90% w porównaniu do najczęściej używanej metody wykorzystującej wariancję, a przy próbach o jeszcze mniejszej liczebności jego skuteczność jest jeszcze większa. Dodatkowo rozstęp jest bardzo łatwy do obliczenia, często stosuje się go w pracy nadzoru i kontroli jakości w przypadku małych prób, w których zmienność jest ważnym czynnikiem [16].

W celu oceny odchylenia standardowego z rozstępu używany jest współczynnik do ustalania wartości oczekiwanej i granic kontrolnych rozstępu, powszechnie oznaczany jako d_2 . Odwrotność jego wartości daje współczynnik do szacowania odchylenia standardowego z rozstępu [16]:

$$s = R \cdot 1/d_2 \quad (2)$$

gdzie: $R = x_n - x_1$ oznacza rozstęp,

$1/d_2$ – współczynnik konwersji zależny od liczebności próby.

W wyniku testowania zbioru wyników pomiarów współczynnika filtracji gruntów stwierdzono występowanie tylko jednego wyniku obarczonego błędem grubym. Wystąpił on w próbie gliny lekkiej 2 uzyskanej za pomocą metody konsolidometrycznej.

Na podstawie uzyskanych wyników badań współczynnika filtracji dla poszczególnych rodzajów gruntów i określonych metod oszacowano z wykorzystaniem rozstępu przedziałów ufności dla średnich. Zasada wyznaczania przedziału ufności wynika ze wzoru [16]:

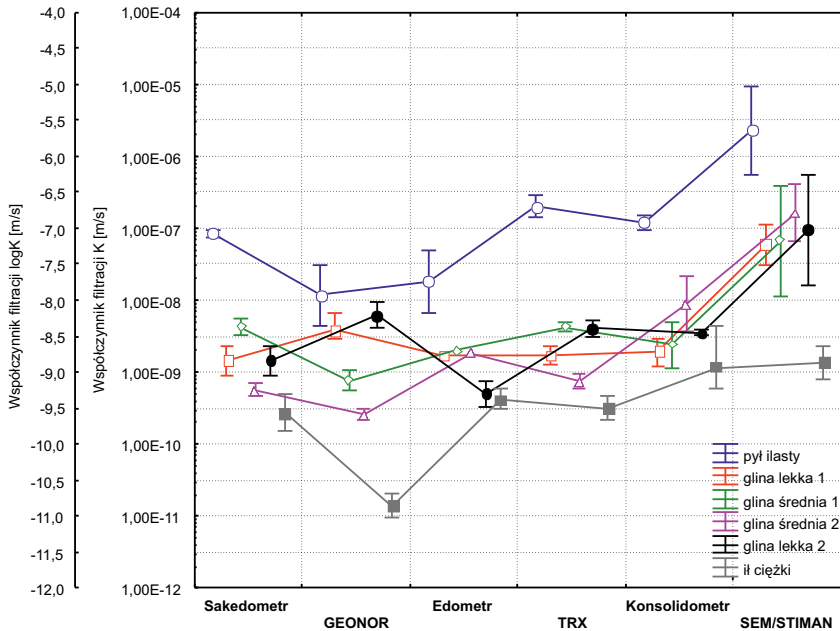
$$\mu = \bar{x} \pm (u) \cdot R \quad (3)$$

gdzie:

μ – wartość oczekiwana zmiennej losowej X , której oceną z próby jest średnia \bar{x} ,

u – krytyczna wartość tablicowa dla poziomu ufności ($\gamma = 1 - \alpha = 0,95$) i n stopni swobody w zależności od liczebności próby.

Weryfikację statystyczną wyników badań współczynnika filtracji gruntów spoistych przeprowadzono także dla określonych rodzajów gruntów w odniesieniu do wykorzystanych metod badawczych. Wyniki analizy wraz z oszacowanymi 95-procentowymi przedziałami ufności dla średnich zaprezentowano na rysunkach 1 i 2.

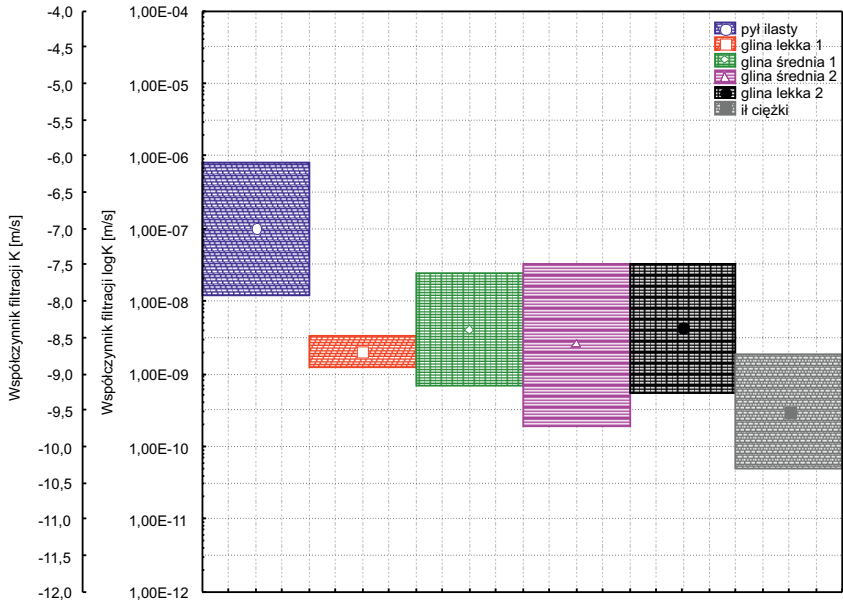


Rys. 1. Wyniki badań laboratoryjnych współczynnika filtracji po weryfikacji statystycznej dla sześciu różnych rodzajów gruntów spoistych w odniesieniu do wykorzystanych metod badawczych

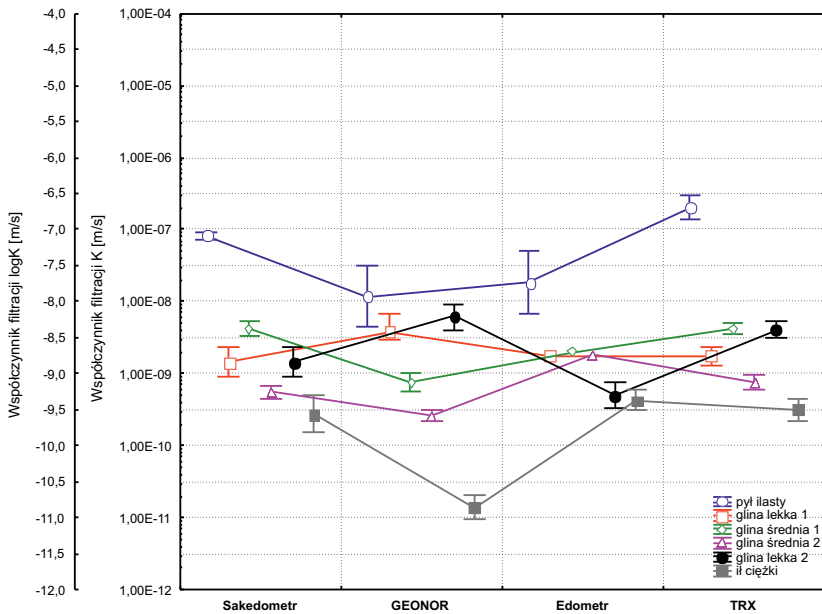
Jak widać z rysunku 2 oszacowane przedziały ufności dla średnich, w przypadku pyłu ilastego, gliny średniej 1, gliny średniej 2, gliny lekkiej 2 oraz łu ciężkiego są stosunkowo szerokie. Na taki stan mają głównie wpływ wyniki badań wykonane metodą konsolidometryczną oraz SEM/STIMAN, a także dla pyłu ilastego wyniki otrzymane metodą TRX.

W kolejnym etapie analizy wykorzystywanych metod badawczych oszacowano przedziały ufności dla średnich w przypadku czterech bezpośrednich metod badania współczynnika filtracji gruntów z wykorzystaniem: sakedometru, GEONOR-u, TRX oraz edometru. Wyniki analizy statystycznej przedstawiono na rysunkach 3 i 4.

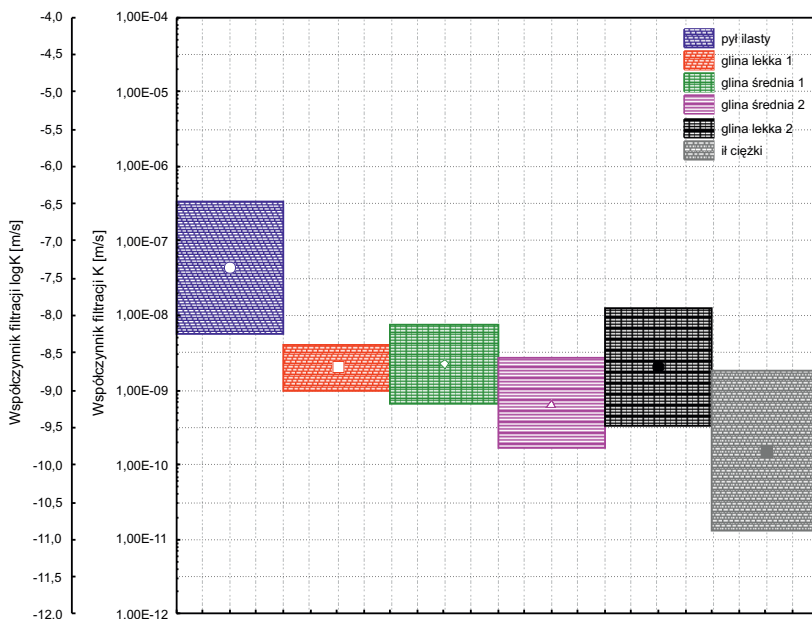
Weryfikacja statystyczna wyników badania współczynnika filtracji gruntów w odniesieniu do czterech bezpośrednich metod laboratoryjnych dała bardzo zróżnicowane rezultaty. Pod względem występowania błędów grubych nie stwierdzono takiego wyniku. Oszacowanie przedziałów ufności dla średnich wykazało dużą rozbieżność wyników. Wyodrębnienie metod bezpośrednich wpłynęło w znaczący sposób na zmniejszenie zakresu zmienności dla gliny średniej 1 i gliny średniej 2, gdzie wpływ metod pośrednich powodował duży rozrzut wyników. Natomiast w odniesieniu do łu ciężkiego zaobserwowano efekt odwrotny – zakres zmienności znacznie się zwiększył z powodu dużo niższych wyników otrzymanych metodą GEONOR.



Rys. 2. Średnie wartości współczynnika filtracji wraz oszacowanymi 95-procentowymi przedziałami ufności po weryfikacji statystycznej dla sześciu rodzajów gruntu w odniesieniu do wykorzystanych metod badawczych



Rys. 3. Wyniki badań laboratoryjnych współczynnika filtracji po weryfikacji statystycznej dla sześciu różnych rodzajów gruntów spoiwstych w odniesieniu do czterech bezpośrednich metod badawczych



Rys. 4. Średnie wartości współczynnika filtracji wraz oszacowanymi 95-procentowymi przedziałami ufności po weryfikacji statystycznej dla sześciu rodzajów gruntu w odniesieniu do czterech bezpośrednich metod badawczych

5. PODSUMOWANIE

Obecnie w polskich laboratoriach przeprowadza się badania współczynnika filtracji gruntów różnymi metodami, często opartymi na odmiennych założeniach fizycznych. Dotyczy to w szczególności gruntów spoistych, w tym cechujących się słabymi właściwościami filtracyjnymi (słabo- i półprzepuszczalnymi). Brak szczegółowych wytycznych dotyczących stosowania konkretnych metod, poza niejednorodnością samych gruntów, jest główną przyczyną uzyskiwania znacznych rozrzutów wyników, dochodzących niekiedy, nawet do czterech rzędów wartości (np. $10^{-4} \div 10^{-8}$ m/s) [2, 5, 13].

W związku z tym zagadnienie oceny dokładności, w tym poprawności i precyzji metod, ma dla praktyki szczególne znaczenie; wyniki badań mogą istotnie różnić się w zależności od stosowanej metody.

Prezentowane w niniejszej pracy wyniki analizy umożliwiają sformułowanie następujących uwag i wniosków.

1. Wyniki badań współczynnika filtracji gruntów prowadzonych sakedometrem, metodą GEONOR, aparatem trójosiowego ściskania TRX oraz częściowo także edometrem, a także metodą SEM/STIMAN nie zawierają błędów grubych. W odniesieniu do metody

konsolidometrycznej weryfikacja statystyczna wyników badań wykazała, że wśród nich występuje wynik obarczony błędem grubym – dla gliny lekkiej 2.

W rzeczywistości może to być wynik określany jako odstający lub wątpliwy, a jego występowanie może być z dużym prawdopodobieństwem związane z niejednorodnością badanych gruntów.

3. Najbardziej zróżnicowane wyniki badań otrzymano w przypadku metody SEM/STIMAN oraz konsolidometru, czego dowodem są dużo wyższe wyniki dla prawie wszystkich rodzajów gruntów, odstępstwem od tej reguły jest grunt 1ł ciężki.
4. Weryfikacja statystyczna wyników badań współczynnika filtracji gruntów w przypadku czterech metod bezpośrednich dała bardzo zróżnicowane rezultaty. W przypadku występowania błędów grubych nie stwierdzono takich wyników. Wyodrębnienie metod bezpośrednich wpłynęło w znaczący sposób na zmniejszenie zakresu zmienności wyników dla gliny średniej 1 oraz glin 2 i 3.
5. Obserwowane zmienności wyników badań współczynnika filtracji gruntów można traktować jako sumę:
 - zmienności systematycznej, wynikającej z rzeczywistego zróżnicowania fizyczno-geologicznego analizowanych gruntów i ewentualnych błędów systematycznych (niepoprawności) metod;
 - zmienności losowej, związanej z niejednorodnością fizyczno-geologiczną gruntów oraz z błędami losowymi (precyzją) oznaczeń laboratoryjnych.

Obie te składowe można wyodrębnić i ocenić ilościowo, wykorzystując analizę wariancji [16]. Niemniej jednak należy brać pod uwagę fakt, że zbiory wyników zawierające tego typu dane należy traktować jako statystycznie niejednorodne i powinny być poddane adekwatnej analizie przewidzianej dla tego typu zbiorów.

LITERATURA

- [1] Marciniak M., Przybyłek J., Herzig J., Szczepańska J.: *Laboratoryjne i terenowe oznaczanie współczynnika filtracji utworów półprzepuszczalnych*, Wyd. Uniw. im. A. Mickiewicza, Poznań 1998
- [2] Kaczyński R., Drągowski A., Krogulec E. *et al.*: *Współczynnik filtracji gruntów spoistych wyznaczony różnymi metodami*, „Aktualne problemy geologiczno-inżynierskich badań podłoża budowlanego i zagospodarowania terenu”, Mat. sem., Bogucki Wyd. Nauk. S.C., Poznań 2000
- [3] Kaczyński R.: *Oznaczanie współczynników filtracji gruntów słabo przepuszczalnych, półprzepuszczalnych i praktycznie nieprzepuszczalnych*, „Przegląd Geologiczny” 1969, nr 10
- [4] Kaczyński R.: *Wykonanie analizy porównawczej wyników badań współczynnika przepuszczalności gruntów spoistych wyznaczonego różnymi metodami*. Archiwum ZPG UW i NFOŚiGW, Warszawa 1997 (niepublikowane)

- [5] Krogulec E.: *Wpływ metodyki badań na otrzymywane wartości współczynnika filtracji osadów słabo przepuszczalnych*, cz. 2, „Przegląd Geologiczny” 1996, vol. 44, nr 11
- [6] PN-87/N-01052/13: *Badania statystyczne. Zasady wykrywania w próbkach wyników obciążonych błędami grubymi*, Polski Komitet Normalizacji, Miar i Jakości, Warszawa 1987
- [7] PN-98/B-02481: *Geotechnika. Terminologia podstawowa, symbole literowe i jednostki miar*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 1998
- [8] PN-98/R-04033: *Gleby i utwory mineralne. Podział na frakcje i grupy granulometryczne*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 1998
- [9] PN-ISO 3534-1: *Statystyka. Terminologia i symbole. Sekcja 3: Ogólne terminy dotyczące obserwacji i wyników badań*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2002
- [10] PN-ISO 5725-1: *Dokładność (poprawność i precyzja) metod pomiarów i wyników pomiarów. Część 1: Ogólne zasady i definicje*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2002
- [11] Sobczyk M.: *Statystyka*, Wyd. Nauk. PWN, Warszawa 1997
- [12] Twardowski K., Bednarz S., Rzyczniak M.: *Podstawy metrologii w górnictwie ropy i gazu*, Wyd. AGH, Kraków 2009
- [13] Twardowski K., Drożdżak R., Glazor A.: *Analiza porównawcza pośrednich metod oceny współczynnika filtracji gruntów*, „Wiertnictwo Nafta Gaz” (półrocznik AGH) 2006, t. 23, z. 2
- [14] Twardowski K., Drożdżak R.: *Uwarunkowania dotyczące laboratoryjnych metod oznaczania wodoprzepuszczalności gruntów*, „Wiertnictwo Nafta Gaz” (półrocznik AGH) 2007, t. 24, z. 1
- [15] Twardowski K., Traple J.: *Uwagi dotyczące wątpliwych wyników pomiarów*, „Wiertnictwo Nafta Gaz” (półrocznik AGH) 2006, t. 23, z. 2
- [16] Volk W.: *Statystyka stosowana dla inżynierów*, Wyd. Nauk.-Techn., Warszawa 1973