

Maciej Sobótka*, Marek Kawa*, Adrian Róžański*

WERYFIKACJA WARUNKÓW OPTYMALNOŚCI KSZTAŁTU TUNELOWYCH WYROBISK PODZIEMNYCH

1. Wstęp

Optymalizacja kształtu wyrobiska podziemnego to ważne zagadnienie związane zarówno z górnictwem głębinowym jak i budownictwem podziemnym. Nie jest to problem nowy — jego historia sięga drugiej połowy XX w. i związana jest z pionierskimi pracami Sałustowicza [5] dotyczących głównie zagadnień z dziedziny górnictwa.

Optymalne kształty wyrobisk górniczych, w których konstrukcję w większości przypadków stanowi obudowa tymczasowa nie zawsze nadają się do bezpośredniego zastosowania w budownictwie podziemnym. Z punktu widzenia budownictwa podziemnego optymalny kształt wyrobiska to taki, który pozwala na ekonomiczne zaprojektowanie obudowy stałej.

W ostatnich dekadach szybki rozwój komputerów umożliwił wykorzystanie metod numerycznych [1] do rozwiązywania zagadnień optymalizacji kształtu wyrobisk podziemnych. Ma to swoje odzwierciedlenie m. in. w pracy [3] bazującej na wykorzystaniu metody optymalizacji ewolucyjnej [5, 6]. W 2009 roku Róžański i Sobótka sformułowali warunki optymalności kształtu wyrobisk podziemnych, ze względu na wyłączenie obudowy [4]. Analizie poddano wyrobiska tunelowe o przekroju eliptycznym i stałym polu powierzchni. Dla różnych wartości stosunku pierwotnych naprężeń poziomych do pionowych p_x/p_z poszukiwano optymalnego stosunku półosi elipsy m_{opt} . Uzyskane wyniki wykazały zgodność z warunkiem podanym przez Sałustowicza [5] dla wyrobisk górniczych.

Choć zaproponowana w pracy [4] procedura optymalizacji miała determinować najbardziej korzystny kształt wyrobiska ze względu na wyłączenie obudowy, to parametry obudowy, m. in. jej sztywność, nie były brane pod uwagę. Co więcej obudowa w ogóle nie była

* Instytut Geotechniki i Hydrotechniki, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wrocławska, Wrocław

uwzględniania w przeprowadzonych wówczas obliczeniach numerycznych. Podejście takie może budzić pewne wątpliwości.

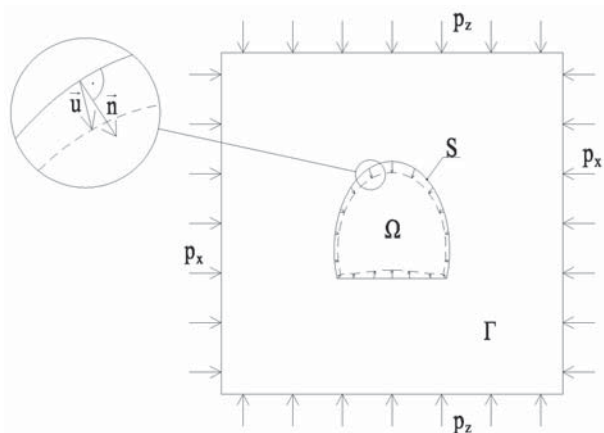
Wobec tego, w niniejszej pracy, autorzy podejmują próbę weryfikacji warunków optymalności oraz wyników optymalizacji przedstawionych w pracy [4] w odniesieniu do rzeczywistej obudowy tunelu. Analizie poddane są przekroje eliptyczne ze sztywną, w stosunku do otaczającego górotworu, obudową o stałej grubości. Poszukuje się optymalnych stosunków pól minimalizujących zaciskanie przekroju tunelu, energię odkształcenia objętościowego rdzenia oraz maksymalne naprężenie normalne w obudowie. Podstawą do formułowania wniosków jest porównanie optymalnych stosunków pól wynikających z trzech rozważanych przypadków z wynikami uzyskanymi w poprzedniej pracy [4].

2. Warunki optymalności kształtu wyrobiska

W wcześniejsze pracy Autorów [4] zaproponowano dwa warunki optymalności kształtu wyrobiska ze względu na wytrzymałość obudowy. Pierwszym z nich jest warunek minimalnego zaciskania zdefiniowany jako całka z pola przemieszczeń po konturze wyrobiska, tj.:

$$\Delta V = \int_S \vec{u} \vec{n} dS \quad (1)$$

gdzie przyjęte oznaczenia literowe wyjaśniono na rysunku 1.



Rys. 1. Przyjęte oznaczenia: Γ — obszar górotworu, Ω — obszar wyrobiska, S — kontur wyrobiska, \vec{u} — wektor przemieszczenia, \vec{n} — jednostkowy wektor normalny do konturu wyrobiska

Wielkość (1), choć niewątpliwie związana jest z potencjalnym wyężeniem obudowy, nie zawsze jest jego najlepsza miarą; np. dla obudowy prostokątnej, dla niektórych stosunków p_x/p_z , równanie (1) może osiągać wartość bliską zero, pomimo znacznych przemieszczeń

wyrobiska. Zaproponowano wówczas inny warunek określający optymalny kształt bazujący na energii odkształcenia objętościowego w rdzeniu wyrobiska, wyrażonej jako:

$$E_0 = \frac{1}{2} K \int_{\Omega} (\varepsilon_x + \varepsilon_z)^2 d\Omega \quad (2)$$

gdzie K jest modułem odkształcenia objętościowego, zaś ε_x oraz ε_z oznaczają odkształcenia liniowe. Wspomniany warunek polegał na minimalizacji wartości energii odkształcenia określonej równaniem (2). Miara zdefiniowana w ten sposób jest dodatnio określona oraz łatwiejsza w interpretacji [4].

W wyniku przeprowadzonej optymalizacji, dla eliptycznych wyrobisk o stałym polu przekroju, z obydwu warunków uzyskano identyczne wartości optymalnych stosunków półosi m_{opt} . Wyniki te są ponadto zgodne z warunkiem Sałustowicza sformułowanym dla wyrobisk gómiczych, tj. optymalny stosunek długości półosi spełnia zależność [5]:

$$m_{opt} = \left(\frac{a}{b}\right)_{opt} = \sqrt{\frac{p_x}{p_z}} \quad (3)$$

Mimo tego, iż wielkości (1) i (2) można traktować jako miary potencjalnego wyężenia obudowy, to wpływ parametrów obudowy takich jak np. jej sztywność został zupełnie pominięty bowiem optymalnych stosunków półosi elipsy m_{opt} poszukiwano modelując wyrobisko bez obudowy. Proponowane kryteria optymalności oraz otrzymana formuła na optymalny stosunek półosi elipsy (3) powinny zatem zostać zweryfikowane w oparciu o wyniki analizy wyrobisk z obudową stałą.

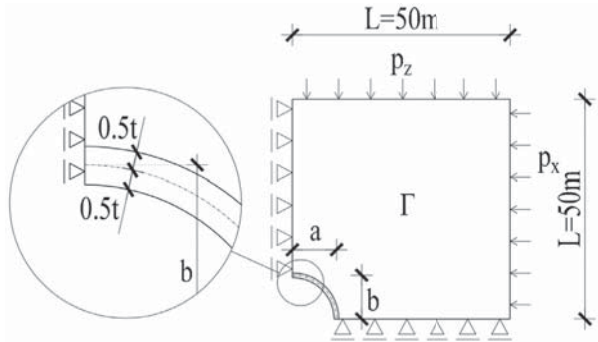
3. Weryfikacja warunków optymalności

W celu zweryfikowania wyników optymalizacji prezentowanych w pracy [4] wykonano serię symulacji numerycznych, w których rozważano wyrobiska tunelowe o przekrojach eliptycznych z ciągłą obudową. Zastosowano komercyjny program FlexPDE [2], wykorzystujący metodę elementów skończonych.

W obliczeniach przyjęto liniowo-sprężysty model ośrodka i ograniczono się do analizy zagadnienia dwuwymiarowego przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia. Ze względu na symetrię, analizie poddano ćwiartkę obszaru wokół wyrobiska. Obudowa została zamodelowana jako obszar pasmowy o stałej szerokości $t = 0,5$ m i o linii środkowej w kształcie elipsy. Przyjęto następujące wartości parametrów mechanicznych: moduł Younga i współczynnik Poissona górotworu, odpowiednio $E_g = 7 \cdot 10^7$ Pa i $\nu = 0,3$ oraz dla obudowy $E = 7 \cdot 10^9$ Pa i $\nu = 0,3$.

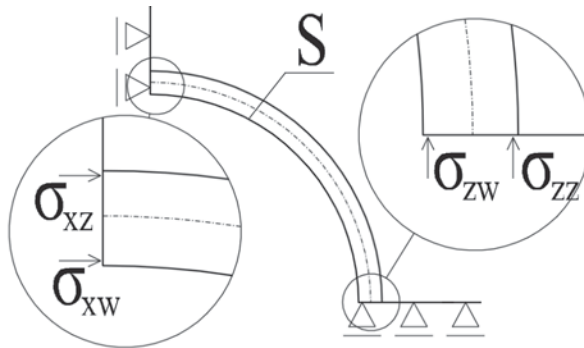
Obliczenia wykonano dla pięciu różnych wartości stosunku p_x/p_z , tj. 0,5; 0,75; 1,0; 1,25 oraz 1,5. Klasę rozważanych kształtów eliptycznych zawężono zakładając stałe pole przekroju. Schemat statyczny zadania przedstawiono na rysunku 2.

Przyjęto, że najmniejsze wyężenie obudowy ma miejsce wówczas, gdy dla różnych wartości stosunków półosi elipsy, wartość minimalną osiąga maksymalne (co do wartości



Rys. 2. Schemat statyczny rozwiązywanego zadania

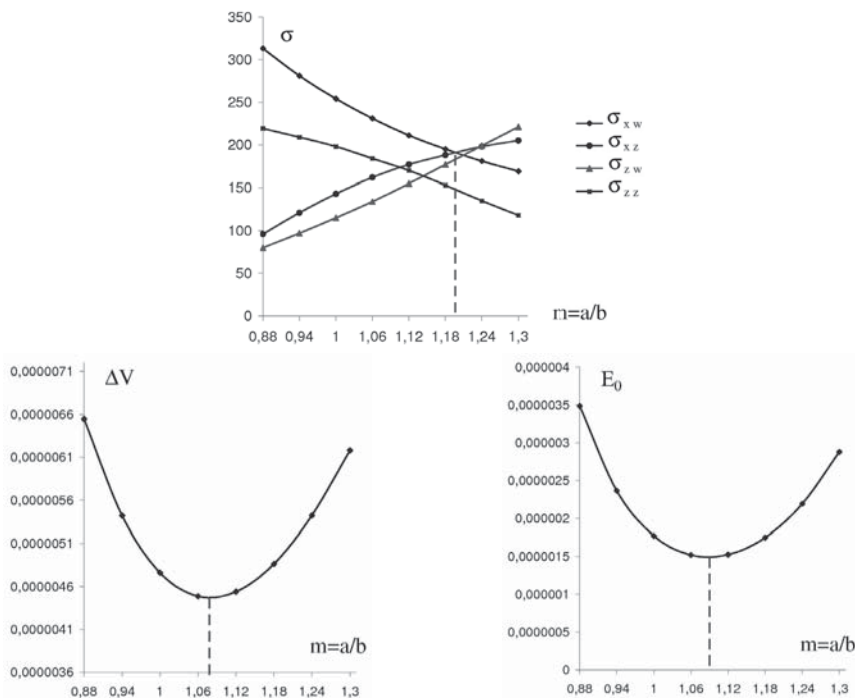
bezwzględnej) naprężenie normalne w obudowie. Podczas prowadzonych symulacji zaobserwowano, że maksymalne wartości naprężeń normalnych w obudowie osiągane są zawsze w przekroju kluczowym lub ociosowym, w skrajnych włóknach (rys. 3). Naprężenie największe co do wartości bezwzględnej spośród tych czterech traktować można jako maksymalne dla całej obudowy (rys. 3).



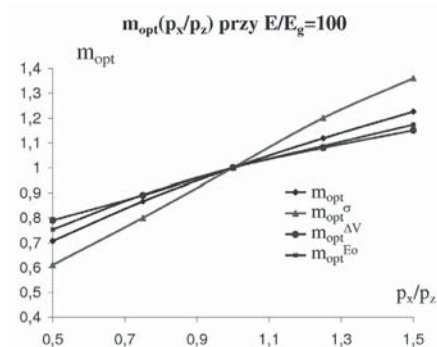
Rys. 3. Oznaczenia analizowanych naprężeń

Dla zmiennych wartości m określano naprężenia σ_{xw} , σ_{xz} , σ_{yw} , σ_{yz} , a dodatkowo także wielkości (1) i (2), tym razem traktując S jako wewnętrzny obrys obudowy (rys. 3). Przykładowe rezultaty, dla $p_x/p_y = 1,25$ zaprezentowano na rysunku 4. W górnej części rysunku zaprezentowano wykresy naprężeń σ_{xw} , σ_{xz} , σ_{yw} , σ_{yz} w zależności od stosunku długości półosi $m=a/b$, w dolnej – wykres zaciskania (1) oraz wykres energii odkształcenia objętościowego w rdzeniu (2) również w zależności od m . Jak widać na rysunkach, dla: $m = 1,20$ minimum osiąga maksymalne naprężenie w obudowie, dla $m = 1,08$ minimalizuje się zaciskanie (1) oraz dla $m = 1,09$ energia odkształcenia (2). Charakterystyczne wartości stosunku długości półosi określono odpowiednio jako m_{opt}^{σ} , m_{opt}^{AV} i $m_{opt}^{E_0}$.

Uzyskane wyniki obliczeń dla wszystkich pięciu rozpatrywanych stosunków p_x/p_z zestawiono na rysunku 5. Przedstawiono na nim także wartości m_{opt} — według warunku Sałustowicza (3).



Rys. 4. Wykresy wartości naprężeń maksymalnych w obudowie (na górze) oraz zaciskania (po lewej) i energii odkształcenia objętościowego (po prawej) zaciskania w przypadku $p_x/p_z = 1,25$. Linia przerywana zaznacza optymalne wartości m



Rys. 5. Wartości optymalnych stosunków długości półosi m_{opt}^σ , m_{opt}^{AV} , m_{opt}^E oraz m_{opt} w zależności od stosunku naprężeń pierwotnych p_x/p_z

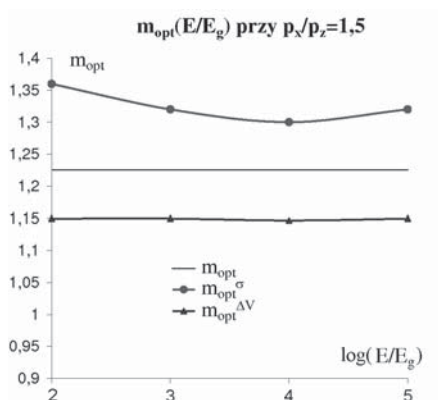
Jak widać na rysunku wszystkie krzywe przechodzą przez punkt (1,1) i mają przebieg zbliżony do funkcji potęgowej:

$$m_{opt} = \left(\frac{a}{b}\right)_{opt} = \left(\frac{p_x}{p_z}\right)^a \quad (4)$$

Wykresy $m_{opt}^{\Delta V}$ i $m_{opt}^{E_0}$ w przypadku obudowy stukrotnie sztywniejszej od górotworu mają wartości niemal identyczne. Dla $p_x/p_z < 1$ wartości te są większe, a dla $p_x/p_z > 1$ mniejsze niż uzyskane z warunku Sałustowicza. Odpowiada to wykładnikowi a mniejszemu niż w warunku (3), tj. $a < 1/2$. Wartości m_{opt}^{σ} minimalizujące maksymalne naprężenie normalne w obudowie zachowują się odwrotnie: dla $p_x/p_z < 1$ są mniejsze a dla $p_x/p_z > 1$ większe niż w warunku Sałustowicza. W tej sytuacji wykładnik we wzorze (4) powinien mieć wartość większą niż sugerowana przez Sałustowicza wartość $1/2$.

4. Wpływ sztywności obudowy

Przeanalizowano także wpływ sztywności obudowy na wyniki optymalizacji. Dla stałej wartości $p_x/p_z = 1,5$ i różnych wartości sztywności obudowy określano optymalne stosunki pólności ze względu na naprężenia i zaciskanie — odpowiednio m_{opt}^{σ} i $m_{opt}^{\Delta V}$. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 6. Pokazano także wartość m_{opt} zgodną z warunkiem energetycznym z pracy [4] jak również z warunkiem Sałustowicza (3).



Rys. 6. Wartości optymalnych stosunków długości pólności m_{opt}^{σ} , $m_{opt}^{\Delta V}$, m_{opt}^E oraz m_{opt} w zależności od stosunku E/E_g przy $p_x/p_z = 1,5$

Jak widać na rysunku 6 wpływ sztywności obudowy na wartości m_{opt}^{σ} , jest wprawdzie zauważalny, ale nie jest duży. W zakresie przeanalizowanych sztywności obudowy, zmiana sztywności o 2 rzędy powoduje maksymalnie zmianę m_{opt}^{σ} o około 4%. m_{opt}^{σ} wraz ze zmianą sztywności obudowy zachowuje niemal stałą wartość w całym przeanalizowanym zakresie $E = 7 \cdot 10^9 \div 7 \cdot 10^{12}$ Pa.

5. Wnioski

W artykule przedstawiono weryfikację energetycznego warunku optymalizacji kształtu wyrobisk podziemnych ze względu na wyteżenie obudowy. Optymalna wartość stosunku pólności m_{opt} została porównana z wartością m_{opt}^{σ} przy której maksymalne naprężenie w obu-

dowie jest najmniejsze oraz m_{opt}^{AV} przy której zaciskanie jest najmniejsze. Dla sztywności obudowy stukrotnie wyższej niż sztywność górotworu stwierdzono, że wartość m_{opt} dla wszystkich rozważonych przypadków stosunku p_x/p_z mieści się pomiędzy wartościami m_{opt}^{σ} i m_{opt}^{AV} .

Zaobserwowano również, że stosunki pól m_{opt}^{σ} i m_{opt}^{AV} minimalizujące odpowiednio maksymalne naprężenie i zaciskanie mają przebieg zbliżony do funkcji potęgowej ze stosunku naprężeń pierwotnych w górotworze p_x/p_z . Przyjmując, że o stopniu wyężenia obudowy decyduje maksymalne naprężenie normalne w obudowie, precyzję optymalizacji można zwiększyć poprzez odpowiednie skorygowanie warunku Sałustowicza (3). Lepsze oszacowanie optymalnej wartości stosunku pól m_{opt}^{σ} możliwe jest do osiągnięcia poprzez zamianę pierwiastka we wzorze (3) na funkcję potęgową (4) z wykładnikiem nieco większym od $1/2$.

Wpływ sztywności obudowy sprawdzono dla jednej z wartości p_x/p_z , równej 1,5. Ustalono, że sztywność obudowy nie ma istotnego wpływu na wartości m_{opt}^{σ} i m_{opt}^{AV} . Zaprezentowane wyniki potwierdzają zatem zasadność formułowania warunków optymalności ze względu na wyężenie obudowy bez uwzględniania jej parametrów, tj. sztywności.

LITERATURA

- [1] *Cherkaev A.*: Variational Methods for Structural Optimization. Springer, New York, 2000
- [2] FlexPDE 5, User Guide, PDE Solutions Inc., 2005
- [3] *Ren G., Smith J.V., Tang J.W., Xie Y.M.*: Underground Excavation Shape Optimization Using an Evolutionary Procedure. Computers and Geotechnics, 32, 2005, pp. 122–132
- [4] *Różański A., Sobótka M.*: Warunki optymalizacji kształtu wyrobisk podziemnych. Górnictwo i Geoinżynieria, Zeszyt 1, 2009, s. 519–529
- [5] *Sałustowicz A.*: Zarys mechaniki górotworu. Wydawnictwo Śląsk, Katowice, 1968
- [6] *Xie Y.M., Steven G.P.*: A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization. Comput Struct 49, 5, 1993, pp. 885–896
- [7] *Xie Y. M., Steven G.P.*: Evolutionary Structural Optimization. Springer, Berlin, 1997