

Daniel Pawełus\*

## WYZNACZANIE WARTOŚCI NAPRĘŻEŃ POZIOMYCH WOKÓŁ WYROBISK GÓRNICZYCH ZA POMOCĄ METODY RÓŻNICY AZYMUTÓW

---

### 1. Wstęp

Wyznaczenie wartości i kierunków działania naprężeń poziomych w górotworze, w którym prowadzone są roboty górnicze, może mieć bardzo duże znaczenie dla poprawy stateczności wyrobisk kopalnianych. Na podstawie prowadzonych obserwacji uważa się [3, 4, 6–9], że koncentracja naprężeń poziomych jest funkcją:

- ukształtowania powierzchni terenu,
- głębokości eksploatacji,
- oddziaływań na siebie poszczególnych jednostek tektonicznych,
- zaawansowania tektonicznego górotworu,
- sztywności materiału skalnego, wyrażonej m.in. poprzez współczynnik Poissona i moduł sprężystości liniowej.

Wykorzystanie technik pomiarowych do wyznaczania wartości naprężeń poziomych w warunkach *in situ* i obserwacje dołowe m.in. w amerykańskich, australijskich i południowoafrykańskich kopalniach pozwoliły wyjaśnić niewytłumaczalne do czasu zjawiska, takie jak:

- zawały w wyrobiskach pozornie mocnych stropów bez ewidentnej przyczyny,
- wyłamywanie stropów do wyrobisk kopalnianych (rys. 1).

Niektóre przypadki utraty stateczności przez wyrobiska związane były z nieznaną wielkością i kierunkami naprężeń poziomych w górotworze objętym robotami górniczymi. Okazało się, że istnieje związek między kierunkiem drążenia wyrobiska korytarzowego i kierunkami działania naprężeń poziomych, a statecznością wyrobiska [10].

Na podstawie zaobserwowanych zależności opracowano zasady górnictwa kierunkowego [2, 17]. Polegają one na prowadzeniu w górotworze wyrobisk korytarzowych

---

\* Instytut Górnictwa, Wydział Geoinżynierii, Górnictwa i Geologii, Politechnika Wroclawska, Wrocław



**Rys. 1.** Destrukcja stropu wyrobiska górniczego na skutek działania wzmożonych naprężeń poziomych [6]

równoległe do kierunku największej składowej wzmożonych naprężeń poziomych. Przeprowadzone obserwacje dołowe rzeczywistych przypadków utraty stateczności [6], jak i symulacje komputerowe [1, 5, 11–15] w pełni potwierdzają koncepcję górnictwa kierunkowego.

## 2. Zarys metody różnicy azymutów do wyznaczania wartości naprężeń poziomych w rejonie wyrobiska górniczego

Do wyznaczenia wartości naprężeń poziomych działających na korytarzowe wyrobisko górnicze zaproponowano w pracy [14] metodę różnicy azymutów. Podstawą metody są dwa założenia:

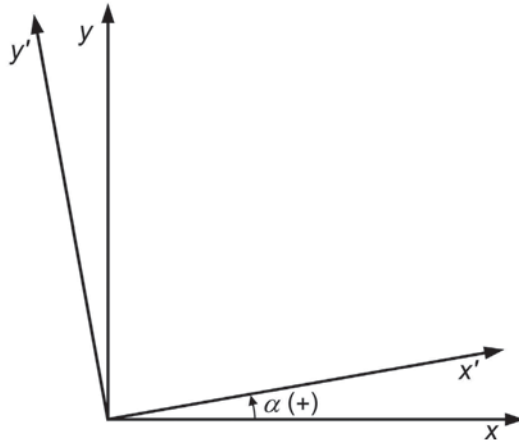
- maksymalna składowa naprężenia poziomego  $\sigma_H$  i minimalna składowa naprężenia poziomego  $\sigma_h$  działają na jednej płaszczyźnie,
- kierunek działania maksymalnej składowej naprężenia poziomego  $\sigma_H$  jest usytuowany prostopadłe do kierunku działania minimalnej składowej naprężenia poziomego  $\sigma_h$ .

Za pomocą metody różnicy azymutów można wyznaczyć wartość naprężenia poziomego ( $\sigma_{\perp}$ ) działającego prostopadłe do dłuższej osi wyrobiska górniczego oraz wartość naprężenia poziomego ( $\sigma_{\parallel}$ ) działającego równoległe do dłuższej osi wyrobiska górniczego.

Przy opracowaniu metody różnicy azymutów wykorzystano transformację układu współrzędnych dla płaskiego stanu naprężenia (rys. 2). Osie układu  $x$ - $y$  po obrocie o kąt  $\alpha$  oznaczono jako  $x'$ - $y'$ .

Dla płaskiego stanu naprężeń tensor naprężenia można przedstawić za pomocą wzoru:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \quad (1)$$



Rys. 2. Transformacja płaskiego układu współrzędnych [14]

gdzie:

$\sigma_{xx}$  — naprężenie normalne działające wzdłuż osi  $x$ ,  
 $\sigma_{yy}$  — naprężenie normalne działające wzdłuż osi  $y$ ,  
 $\tau_{xy} = \tau_{yx}$  — naprężenie styczne.

Naprężenia w nowym układzie współrzędnych  $x'-y'$  wyznacza się z zależności:

$$\sigma'_{km} = \sigma_{ij} \beta_{jm} \beta_{ik} \quad (2)$$

gdzie:

$\sigma'_{km}$  — macierz naprężeń w układzie współrzędnych  $x'-y'$ ,  
 $\sigma_{ij}$  — macierz naprężeń w układzie współrzędnych  $x-y$ ,  
 $\beta_{jm}, \beta_{ik}$  — macierze kąta transformacji układu współrzędnych,

Zależność (2) jest poprawna w płaskim układzie współrzędnych  $x-y$  i w trójwymiarowym układzie współrzędnych  $x-y-z$ . Macierz kąta obrotu układu współrzędnych  $x'-y'$  względem układu  $x-y$  ma postać:

$$\beta_{jm} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

czyli:

$$\beta_{jm} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos(90^\circ + \alpha) \\ \cos(90^\circ - \alpha) & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\beta_{jm} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (5)$$

gdzie:

$\alpha$  — kąt obrotu nowego układu współrzędnych  $x'-y'$  względem układu  $x-y$ .

Po transponowaniu macierz  $\beta_{jm}$  przyjmuje postać:

$$\beta_{ik} = [\beta_{jm}]^T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (6)$$

Dodatkowo musi być spełnione założenie:

$$\beta_{jm} \cdot [\beta_{jm}]^T = I \quad (7)$$

czyli

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Jeśli do wzoru (2) wstawi się:  $i = 1, 2$  oraz  $j = 1, 2$ , wówczas otrzymuje się

$$\sigma'_{km} = \sigma_{11}\beta_{1m}\beta_{1k} + \sigma_{12}\beta_{2m}\beta_{1k} + \sigma_{21}\beta_{1m}\beta_{2k} + \sigma_{22}\beta_{2m}\beta_{2k} \quad (9)$$

Zależność (9) jest podstawą do określenia naprężeń w układzie współrzędnych  $x'-y'$ , które wyznacza się na podstawie wzorów:

— dla  $k = 1$  oraz  $m = 1$

$$\sigma'_{xx} = \sigma_{xx} \cos^2 \alpha + \sigma_{yy} \sin^2 \alpha + 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \quad (10)$$

— dla  $k = 1$  oraz  $m = 2$

$$\tau'_{xy} = -(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (11)$$

— dla  $k = 2$  oraz  $m = 1$

$$\tau'_{yx} = -(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (12)$$

— dla  $k = 2$  oraz  $m = 2$

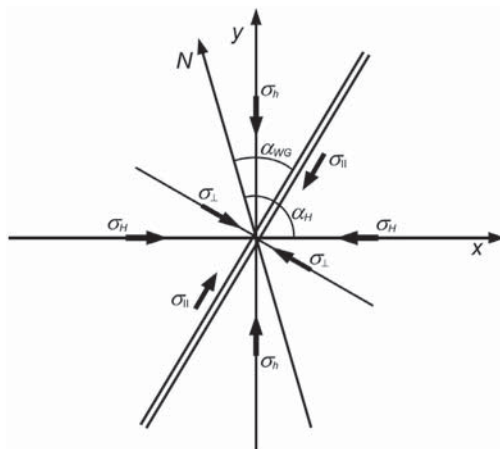
$$\sigma'_{yy} = \sigma_{xx} \sin^2 \alpha + \sigma_{yy} \cos^2 \alpha - 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \quad (13)$$

Za pomocą metody różnicy azymutów (rys. 3) można wyznaczyć wartość naprężenia poziomego  $\sigma_{\perp}$  i naprężenia poziomego  $\sigma_{\parallel}$ , jeśli znane są następujące dane wyjściowe:

- wartość azymutu maksymalnej składowej naprężenia poziomego  $\alpha_H$ ,
- wartość azymutu analizowanego wyrobiska górniczego  $\alpha_{HWG}$ ,
- wartość maksymalnej składowej naprężenia poziomego  $\sigma_H$ ,
- wartość minimalnej składowej naprężenia poziomego  $\sigma_h$ .

Dobór algorytmów do wyznaczenia wartości naprężeń poziomych  $\sigma_{\perp}$  i  $\sigma_{\parallel}$  zależy od wartości azymutów  $\alpha_H$  i  $\alpha_{WG}$ . Obliczenia w metodzie różnicy azymutów wykonuje się w pięciu etapach:

- etap I: na podstawie wartości  $\alpha_H$  określa się przedział, w którym zawarty jest azymut maksymalnej składowej naprężenia poziomego,



Rys. 3. Ogólna zasada metody różnicy azymutów [14]

- etap II: na podstawie wartości  $\alpha_{WG}$  określa się przedział, w którym zawarty jest azymut wyrobiska górniczego,
- etap III: sprawdza się relację między wartościami  $\alpha_H$  i  $\alpha_{WG}$ ,
- etap IV: oblicza się wartość kąta transformacji płaskiego układu współrzędnych  $\alpha$ ,
- etap V: oblicza się wartość naprężeń poziomych  $\sigma_{\perp}$  i  $\sigma_{\parallel}$ .

Etapy postępowania i algorytmy metody różnicy azymutów przedstawiono w tabeli 1.

TABELA 1

Zestawienie algorytmów dla metody różnicy azymutów [14]

Etapy postępowania w metodzie różnicy azymutów				
Etap I	Etap II	Etap III	Etap IV	Etap V
$\alpha_H$ [°]	$\alpha_{WG}$ [°]	Relacja między azymutami	$\alpha$ [°]	$\sigma_{\perp}, \sigma_{\parallel}$ [MPa]
$\langle 0,90 \rangle$	$\langle 0,90 \rangle$	$\alpha_H \leq \alpha_{WG}$	$\alpha = 90^\circ + (\alpha_H - \alpha_{WG})$	$\sigma_{\perp} = \sigma_H \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_h \cdot \sin^2 \alpha$
		$\alpha_H \geq \alpha_{WG}$	$\alpha = \alpha_H - \alpha_{WG}$	$\sigma_{\parallel} = \sigma_H \cdot \sin^2 \alpha + \sigma_h \cdot \cos^2 \alpha$
	$\langle 90,180 \rangle$	$\alpha_H \leq \alpha_{WG}$	$\alpha = 90^\circ + (\alpha_H - \alpha_{WG})$	$\sigma_{\perp} = \sigma_H \cdot \sin^2 \alpha + \sigma_h \cdot \cos^2 \alpha$
		$\alpha_H \geq \alpha_{WG}$	$\alpha = \alpha_H - \alpha_{WG}$	$\sigma_{\parallel} = \sigma_H \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_h \cdot \sin^2 \alpha$
$\langle 90,180 \rangle$	$\langle 0,90 \rangle$	$\alpha_H \geq \alpha_{WG}$	$\alpha = \alpha_H - \alpha_{WG}$	$\sigma_{\perp} = \sigma_H \cdot \sin^2 \alpha + \sigma_h \cdot \cos^2 \alpha$
		$\alpha_H \leq \alpha_{WG}$	$\alpha = 90^\circ + (\alpha_H - \alpha_{WG})$	$\sigma_{\parallel} = \sigma_H \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_h \cdot \sin^2 \alpha$
	$\langle 90,180 \rangle$	$\alpha_H \leq \alpha_{WG}$	$\alpha = 90^\circ + (\alpha_H - \alpha_{WG})$	$\sigma_{\perp} = \sigma_H \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_h \cdot \sin^2 \alpha$
		$\alpha_H \geq \alpha_{WG}$	$\alpha = \alpha_H - \alpha_{WG}$	$\sigma_{\parallel} = \sigma_H \cdot \sin^2 \alpha + \sigma_h \cdot \cos^2 \alpha$

### 3. Wyznaczenie wartości naprężeń poziomych dla wyrobisk korytarzowych w rejonie „Rudna Północna”

Określenie przedeksploatacyjnego i eksploatacyjnego pola naprężeń górotworu wykonane w kopalni Rudna w listopadzie 1996 roku było pierwszym tego typu badaniem w polskim górnictwie. Przeprowadzono je jako element większego programu badawczego poświęconego ocenie zachowania się obudowy górniczej i rozkładu naprężeń wokół pól wydobywczych ZG Rudna [4, 16].

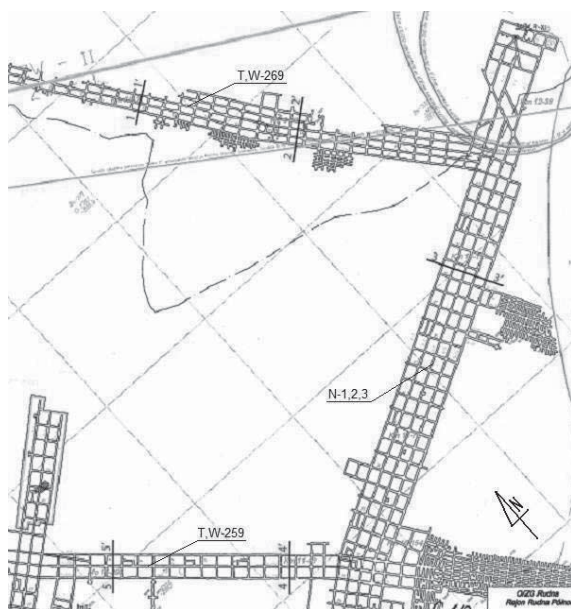
Pomiary zostały wykonane w północno-wschodniej części kopalni Rudna. Stano-wisko zlokalizowano przed strefą eksploatacji w polu G–11. Do wyznaczenia wartości naprężeń w górotworze wytypowano metodę trepanacyjną z użyciem celi pomiarowej CSIRO HI. Na podstawie wcześniejszych obserwacji zachowania się górotworu w tym rejonie uznano, że charakteryzuje się on wysoką koncentracją naprężeń poziomych. Geometria chodników po obu stronach frontu eksploatacyjnego była podobna, co miało minimalizować prawdopodobieństwo pojawienia się lokalnych zakłóceń i niejednorodności w stanie naprężenia wokół chodników [3, 14, 16]. Wyznaczone wartości naprężeń działających w rejonie stanowiska pomiarowego i ich kierunki przedstawiono w tabeli 2. W oznakowaniu przyjęto, że naprężenie ściskające są dodatnie (+), a naprężenia rozciągające ujemne (–).

TABELA 2  
Wartości składowe przedeksploatacyjnego pola naprężeń [14]

Składowe naprężenia	Kierunek pomiaru	Wartość [MPa]	Błąd pomiaru [MPa]
$\sigma_{N-S}$	N–S/N–S	23,03	0,31
$\sigma_{E-W}$	E–W/E–W	39,04	0,50
$\sigma_{Pion}$	Pion/Pion	30,54	0,28
$\tau_{N-S/E-W}$	N–S/E–W	7,69	0,28
$\tau_{N-S/Pion}$	N–S/Pion	–5,20	0,26
$\tau_{E-W/Pion}$	E–W/Pion	–6,00	0,23

Uzyskane wyniki pozwoliły wyznaczyć dla kopalni Rudna rozkład naprężeń poziomych w górotworze. Na ich podstawie można również obliczyć wartości naprężeń głównych w układzie  $x, y, z$  oraz azymuty kierunków ich działania.

Za pomocą metody różnicy azymutów wyznaczono wartości naprężeń poziomych działających prostopadłe i równoległe do dłuższej osi wyrobisk korytarzowych zlokalizowanych w rejonie „Rudna Północna”. Mapę górniczą, na której oznaczono wybrane wyrobiska i lokalizacje przekrojów miejsc charakterystycznych, przedstawiono na rysunku 4, a wyniki obliczeń w tabeli 3.



Rys. 4. Mapa górnicza ZG Rudna: rejon „Rudna Północna” [14]

TABELA 3

**Wartość naprężeń poziomych działających na wyrobiska korytarzowe w rejonie „Rudna Północna” [14]**

Nazwa wyrobiska (przekrój)	$\alpha_H$ [°]	$\alpha_{WG}$ [°]	$\sigma_H$ [MPa]	$\sigma_h$ [MPa]	$\alpha$ [°]	$\sigma_{\perp}$ [MPa]	$\sigma_{II}$ [MPa]
W-269, T-269, T-269a (1 – 1')	112,0	145,0	42,14	19,93	57,0	26,52	35,55
W-269b, W-269a, W-269, T-269, T-269a (2 – 2')	112,0	140,0	42,14	19,93	62,0	24,83	37,24
N-3, N-2, N-1, N-1a, N-2a (3 – 3')	112,0	61,0	42,14	19,93	51,0	33,34	28,73
W-259, T-259, T-259a (4 – 4')	112,0	132,0	42,14	19,93	70,0	22,53	39,54
W-259, T-259, T-259a (5 – 5')	112,0	132,0	42,14	19,93	70,0	22,53	39,54

Wyznaczone wartości naprężeń poziomych, działających prostopadle i równoległe do dłuższej osi wyrobisk korytarzowych są ważnymi informacjami dla służb kopalnianych odpowiadających za geotechniczne zabezpieczenie eksploatacji. Mogą być wykorzystane do analiz numerycznych stateczności wyrobisk górniczych drążonych w górotworze, w którym panuje pole wzmożonych naprężeń poziomych.

## 4. Podsumowanie

Koncentracja naprężeń wokół wyrobisk korytarzowych zależy od kąta zawartego między kierunkiem działania największej składowej naprężenia poziomego  $\sigma_H$  i dłuższą osią wyrobiska górniczego. Dlatego przy projektowaniu rozcięcia złoża i projektowaniu eksploatacji oraz przy doborze obudowy górniczej powinien być uwzględniony wpływ wartości i kierunków wzmoczonych naprężeń poziomych. Parametry te mają znaczenie użytkowe, gdyż wskazują w jakich warunkach należy starać się zmienić kierunek wykonywania wyrobisk kopalnianych, a w jakich wystarczy odpowiednio wcześniej dobrać skuteczniejszy system obudowy. Metoda różnicy azymutów może być z powodzeniem stosowana w podziemnych zakładach górniczych. Pozwala uzyskać nie tylko dane do analiz numerycznych, ale wraz z analizą budowy geologicznej i parametrów geomechanicznych skał stropowych, umożliwia wstępną ocenę stateczności wyrobisk w danym rejonie kopalni.

### LITERATURA

- [1] *Butra J., Dębkowski R., Pytel W.*: Room and Pillar Mine Workings Subjected to High Level Horizontal Stress. Proc. Of the 7<sup>th</sup> Int. Symp. on Mine Planning and Equipment Selection, Calgary, A.A. Balkema 1998, pp. 231–236
- [2] *Daws G., Hons B.*: Kotwienie stropu w górnictwie węglowym — projektowanie i realizacja. Wiadomości Górnicze, Nr 1, 1992, s. 27–32
- [3] *Fabich S., Lis J., Pytel W., Szadkowski T., Szlązak M.*: Określenie naprężeń w górotworze w różnych warunkach geologiczno-górnicznych na podstawie badań *in situ*, Etap I: Opracowanie technologii pomiaru składowych tensora naprężeń pierwotnego i eksploatacyjnego w górotworze oraz wykonanie I etapu pomiarów. CBPM Cuprum OBR, Wrocław, 2003 (praca niepublikowana)
- [4] *Fabjanczyk M., Bryja Z., Bugajski W., Katulski A.*: Pomiar przedeksploatacyjnego pola naprężeń w KGHM Polska Miedź, O/ZG Rudna. Szkoła Eksploatacji Podziemnej, Szczyrk 1997, s. 67–75
- [5] *Lubryka M., Śliwiński J.*: Analiza stateczności wyrobisk z uwzględnieniem pierwotnego stanu naprężeń w aspekcie projektowanej rozcinki na poziomie — 800 w KWK „Jas–Mos”. Zimowa Szkoła Mechaniki Górotworu, Zakopane 2004, s. 887–896
- [6] *Mark C.*: Focus on Ground Control: Horizontal Stress. Coal Age, Mar. 1, 2001
- [7] *Mark C.*: Horizontal Stress and its Effects on Longwall Ground Control. Mining Engineering 11, 1991, pp. 1356–1360
- [8] *Mark C., Mucho T.P.*: Longwall Mine Design for Control of Horizontal Stress, New Technology for Longwall Ground Control. Proc.: U.S. Bureau of Mines Technology Transfer Seminar, Special Publication 1994, pp. 53–73
- [9] *Mark C., Mucho T.P., Dolinar D.*: Horizontal Stress and Longwall Headgate Ground Control. Mining Engineering, Jan., 1998, pp. 61–68
- [10] *Pawelus D.*: Zabezpieczenie stateczności wyrobisk górniczych z uwzględnieniem pierwotnego stanu naprężeń. Zimowa Szkoła Mechaniki Górotworu i Geoinżynierii, Szklarska Poręba 2007, s. 521–526
- [11] *Pawelus D.*: Ocena wpływu naprężeń poziomych na stateczność wyrobisk ścianowych w kopalniach węgla kamiennego. Szkoła Eksploatacji Podziemnej, Szczyrk 2008, s. 111–120
- [12] *Pawelus D.*: Analiza numeryczna stateczności wyrobisk korytarzowych w O/ZG Rudna w rejonie szybu R–XI z wykorzystaniem kryterium Hoeka–Brown. Szkoła Eksploatacji Podziemnej, Kraków 2009, s. 365–373



- [13] *Pawelus D.*: Analiza numeryczna stateczności wyrobisk korytarzowych w O/ZG Rudna w rejonie szybu R–XI z wykorzystaniem kryterium Hoeka–Brown. IX Konferencja Naukowa Doktorantów „Interdyscyplinarne zagadnienia w górnictwie i geologii”, Szklarska Poręba 2009, s. 231–243
- [14] *Pawelus D.*: Wpływ naprężeń poziomych na stateczność podziemnych wyrobisk górniczych w kopalniach rud miedzi. Wrocław 2010, praca doktorska (praca niepublikowana)
- [15] *Pawelus D., Zombron M.*: Ocena stateczności wyrobisk korytarzowych T,W–269 i N–1,2,3 w O/ZG Rudna z wykorzystaniem kryterium Coulomba–Mohra. Międzynarodowy Kongres Górnictwa Rud Miedzi, Lubin 2009, s. 284–295
- [16] Praca zbiorowa: Opracowanie metody technologii wyznaczania głównych kierunków naprężeń poziomych w polach eksploatacyjnych — sprawozdanie dla KGHM Polska Miedź S.A., ZG Rudna. Arnall Poland sp. z o.o., Kłobuck 1996 (praca niepublikowana)
- [17] *Reynolds Ch.*: The Experiences and New Directions of Roofbolting in Australian Coal Mines. Szkoła Eksploatacji Podziemnej, Jastrzębie Zdrój 1994, pp. 145–156