



Zbigniew KOKESZ*

Sporządzanie map izolinowych procedurą kriginu zwyczajnego – korzyści i ograniczenia

Streszczenie: W artykule zwrócono uwagę na korzyści i uwarunkowania stosowania geostatystycznej procedury interpolacyjnej – kriginu zwyczajnego – przy sporządzaniu map izolinowych. Do podstawowych zalet tej metody zaliczono możliwość uwzględniania przy ocenie parametrów złożowych struktury ich zmienności oraz obliczanie dokładności, z jaką dokonuje się oszacowania parametru. Wskazano, że skuteczność stosowania kriginu zwyczajnego do interpolacji i sporządzania map izolinowych zależy od wiarygodności semiwariogramów przyjmowanych do obliczeń. Scharakteryzowano ważniejsze czynniki decydujące o reprezentatywności semiwariogramów – liczebność obserwacji i ich sposób rozmieszczenia, anizotropię i niejednorodność złoża. Sformułowane wnioski dotyczą metodyki badania struktury zmienności złóż i wykorzystania wyników tych badań przy sporządzaniu map izolinowych.

Słowa kluczowe: złoża kopalin, mapy izolinowe, geostatystyka, krigin zwyczajny

Preparation of contour maps with use of ordinary kriging – advantages and limitations

Abstract: In the paper, attention has been paid to the advantages and constraints of application of geostatistical interpolation procedure – ordinary kriging for contour maps construction. The main advantages of the method use include the possibility of taking into account during interpolation variability structure of the geological parameters and prediction of interpolation accuracy. It has been emphasized that effectiveness of the kriging application for interpolation and contour maps construction depends on the reliability of semivariograms used for calculation. The crucial factors affecting on representativeness of semivariograms such as number and spacing of data, anisotropy and heterogeneity of mineral deposits, have been characterized. Conclusions deal with rules of deposits variabilities modelling and its usage in contour mapping.

Key words: mineral deposits, contour mapping, geostatistics, ordinary kriging

* Dr inż., Wydział Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków; e-mail: kokesz@geol.agh.edu.pl

Wprowadzenie

Mapy izolinii są jedną z – najczęściej stosowanych w dokumentacjach – form kartograficznego przedstawiania informacji o złożu. Są pomocne przy prognozowaniu jakości i ocenie zasobów kopaliny. Stanowią podstawę do projektowania eksploatacji. Sporządzane są przy zastosowaniu na ogół prostych procedur interpolacyjnych, takich jak metoda odwrotnych odległości lub odwrotności kwadratu odległości. Technika komputerowa i odpowiednie oprogramowanie umożliwiają zastosowanie bardziej złożonych procedur interpolacyjnych. Spośród różnych formuł estymacyjnych szczególnego znaczenia nabiera geostatystyczna technika krigingu zwyczajnego.

Wyróżnia się wiele wersji krigingu (Namysłowska-Wilczyńska 2006). Najczęściej wykorzystywaną do interpolacji techniką geostatystyczną jest kriging zwyczajny. Jest to najstarsza, parametryczna (liniowa) wersja procedury krigingu. Ze względu na wielkość obiektu, w którym dokonuje się estymacji, rozróżnia się dwie formy krigingu: kriging punktowy i blokowy. Przy sporządzaniu map izoliniiowych zastosowanie znajduje przede wszystkim kriging punktowy.

Zastosowanie procedur krigingu do analizy i interpretacji danych geologicznych pozyskiwanych w trakcie rozpoznawania złóż jest praktycznie możliwe tylko w przypadku dysponowania odpowiednim oprogramowaniem. Szereg komercyjnych programów zawiera w pakiecie geostatystyczną analizę danych. Zastosowanie krigingu zwyczajnego, a nawet uniwersalnego, w dokumentowaniu geologicznym złóż, dla potrzeb sporządzania map izoliniiowych umożliwia powszechnie dostępne oprogramowanie Surfer 8.0. Pomimo łatwego dostępu do tego oprogramowania technika krigingu zwyczajnego nie znalazła dotychczas szerszego zastosowania w rutynowych czynnościach związanych z dokumentowaniem złóż w Polsce.

W artykule przedstawiono korzyści wypływające ze stosowania krigingu zwyczajnego przy sporządzaniu map izoliniiowych parametrów złożowych. Zwrócono w nim również uwagę na ograniczenia i trudności w praktycznym wykorzystaniu tej procedury interpolacyjnej. Na uwarunkowania stosowania metod geostatystycznych przy geologicznym dokumentowaniu złóż zwracano już wcześniej uwagę (Kokesz 2006b, 2010a; Mucha 2001). Prezentowana praca zawiera omówienie wyników badań prowadzonych nad tym zagadnieniem.

1. Procedura interpolacyjna krigingu zwyczajnego i jej zalety

W kringu zwyczajnym (Journel, Huijbregts 1978), tak jak i w innych procedurach kringowych, wartość szacowana (interpolowana) ma postać średniej ważonej:

$$z_k^x = \sum_{i=1}^n w_i \cdot z_i \quad (1)$$

gdzie:

- w_i – współczynnik wagowy przypisany pojedynczej obserwacji,
- z_i – wartość badanego parametru złożowego w pojedynczym punkcie pomiarowym,
- n – liczba danych uwzględnianych w ocenie wartości parametru.

Wartości współczynników wagowych w_i przypisywanych poszczególnym obserwacjom przy szacowaniu parametrów złożowych w węzłach zadanej sieci interpolacyjnej wylicza się z układu równań krigingu (Journel, Huijbregts 1978) na podstawie znajomości struktury zmienności badanego parametru złożowego.

Informacji na temat struktury zmienności parametru złoża dostarcza semiwariogram opisany formułą:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n_h} \sum_{i=1}^{n_h} (z_{i+h} - z_i)^2 \quad (2)$$

gdzie:

- z_{i+h}, z_i – wartości badanego parametru w punktach odległych o h ,
- n_h – liczba punktów pomiarowych odległych o h .

Semiwariogramy przedstawiają zróżnicowanie wartości parametrów w zależności od odległości między punktami pomiaru, a zatem strukturę ich zmienności, w sposób pośredni charakteryzując autokorelację między obserwacjami. Wyliczone wartości funkcji $\gamma(h)$ aproksymuje się modelami teoretycznymi (funkcjami analitycznymi), które następnie wykorzystuje do ustalenia wartości współczynników wagowych.

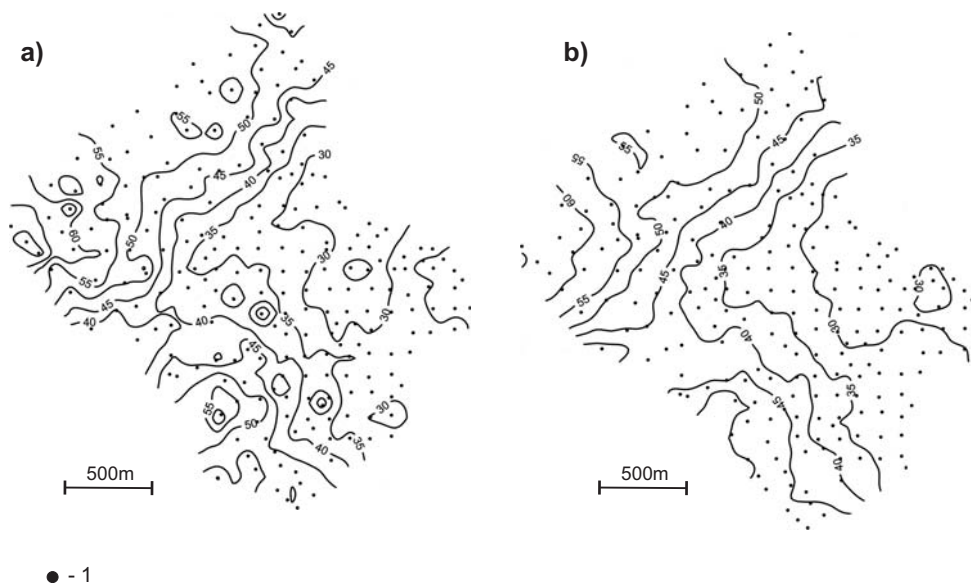
Wspólną cechą procedur krigingowych jest oparcie prognozy wartości parametrów złożowych na opisie struktury ich zmienności. Dzięki temu cechują się one – w porównaniu z innymi metodami – wyższą efektywnością.

Sporządzanie map izolinowych uzasadnione jest w przypadku, gdy zróżnicowanie wartości parametrów złożowych ma charakter nielosowy. Jeśli w obserwowanej zmienności parametru dostatecznie wyraźnie zaznacza się nielosowy składnik zmienności, można wówczas przyjąć, że mapa izoliniowa ilustruje prawidłowości zróżnicowania przedstawianego parametru. Określenie udziału tego składnika w ogólnej zmienności parametru umożliwia analiza semiwariogramów. Celowe zatem na etapie sporządzania dokumentacji geologicznych jest badanie struktury zmienności parametrów uwzględnianych w obliczaniu zasobów, a także cech, których zróżnicowanie powinno być przedstawione na mapach. Znajomość semiwariogramów powinna umożliwiać podejmowanie decyzji co do celowości sporządzania map izolinii i wyznaczania granic złoża oraz poszczególnych rodzajów zasobów na zasadzie interpolacji. W przypadku losowego modelu zmienności parametrów, kreślenie map izolinii oraz interpretacja granic złoża na podstawie interpolacji pozbawiona jest sensu.

W dotychczasowej praktyce mapy izoliniowe często sporządza się przy zastosowaniu prostych zasad interpolacji zakładając, że wartości parametru obserwowane w sąsiednich punktach rozpoznawczych zmieniają się w sposób liniowy. Założenie takie nie ma jednak uzasadnienia teoretycznego, a jest jedynie wynikiem praktycznego uproszczenia przyjętego przy sporządzaniu map. W praktyce przebieg funkcji, opisującej zróżnicowanie parametru między punktami jego pomiaru może znacznie odbiegać od przyjętego jej modelu, a wówczas wynik interpolacji może być obarczony znacznym błędem.

Na rysunku 1 przedstawiono dwie mapy izoliniowe udziału ziaren o średnicy poniżej 2,0 mm (punktu piaskowego) w warstwie złożowej kruszywa naturalnego w dolinie rzeki Odry w rejonie Raciborza sporządzone różnymi procedurami interpolacyjnymi. Analizowany obszar obejmuje złoż Krzyżanowice–Tworków oraz fragmenty złóż Racibórz I –

zbiornik i Bieńkowice. Mapy te ukazują różny obraz zróżnicowania parametru. Na mapie sporządzonej metodą odwrotnych odległości trudniej dostrzec prawidłowości w zróżnicowaniu zawartości frakcji piaskowej (rys. 1a). Mapa izolinii opracowana przy zastosowaniu interpolatora kriginu zwyczajnego (rys. 1b) ujawnia wyraźne tendencje w zróżnicowaniu badanego parametru. Do konstrukcji tej mapy wykorzystano informację o strukturze zmienności zawartości frakcji piaskowej. Stwierdzono, że strukturę zmienności parametru opisuje model Gaussa semiwariogramu o parametrach: $C_0 = 136$, $C = 290$, $a = 1900$ m. Przyjęto, że wielkość wariancji zmienności lokalnej C_0 stanowi wyłącznie wynik błędów pomiaru parametru. O ile mapa opracowana metodą odwrotnych odległości ukazuje obserwowane zróżnicowanie parametru, o tyle mapa skonstruowana procedurą kriginu przedstawia zróżnicowanie parametru wyłącznie z tytułu obecności składnika nielosowego w zmienności parametru.



Rys. 1. Mapy izoliniowe udziału ziaren o średnicy poniżej 2,0 mm (punktu piaskowego) w warstwie złożowej kruszywa naturalnego w dolinie rzeki Odry w rejonie Raciborza sporządzone metodą odwrotnej odległości (a) i kriginu zwyczajnego (b) (wg Z. Kokesza 2010b), 1 – otwory rozpoznawcze

Fig. 1. Countour maps of the content of the grains below 2,0 mm (“sand index”) in natural aggregate bed in Odra valley near Racibórz obtained through inverse distance method (a) and ordinary kriging (b) (after Z. Kokesz 2010b), 1 – exploratory drillholes

Zasadniczą zaletą technik kriginowych jest możliwość obliczania w każdym przypadku dokładności, z jaką dokonuje się oceny parametru. W procedurze kriginu zwyczajnego błąd oceny wartości parametru wyrażony pojedynczym odchyleniem standardowym wynosi:

$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i \cdot \gamma(S_i, S_o) + \mu} \quad (3)$$

gdzie:

- w_i – współczynnik wagowy krigingu przypisany pojedynczej obserwacji,
- $\bar{\gamma}(S_i, S_o)$ – wartość semiwariogramu dla odległości pomiędzy obserwacją S_i a ocenianym punktem interpolacji S_o ,
- μ – mnożnik Lagrange'a.

Oprogramowanie Surfer 8.0 umożliwia sporządzanie w sposób bezpośredni map izoliniowych parametrów złożowych oraz map izoliniowych błędów interpolacji wyrażonych wielkością odchylenia standardowego krigingu (Surfer 8..., 2002).

Jeśli przyjmiemy, że rozkład błędu oceny parametru ma rozkład normalny, względnie zbliżony do normalnego, to możemy ustalić dokładność oszacowania wartości parametru w każdym węźle interpolacyjnym z określonym prawdopodobieństwem. Informację o dokładności możemy przedstawić poprzez podanie:

- wielkości błędu bezwzględnego,
- wielkości błędu względnego,
- zapisu przedziałowego (przedział ufności).

Formuła określająca błąd bezwzględny oceny wartości parametru z prawdopodobieństwem $P = 0,9$ ma postać:

$$\varepsilon = \pm 1,64 \cdot \sigma_k \quad (4)$$

Błąd względny wynosi:

$$\% \varepsilon = \frac{1,64 \cdot \sigma_k}{z_k^x} \cdot 100\% \quad (5)$$

Przedział ufności wartości szacowanej ma postać:

$$P(z_k^x - 1,64 \cdot \sigma_k < z^x < z_k^x + 1,64 \cdot \sigma_k) = 0,9 \quad (6)$$

gdzie:

- z^x – rzeczywista, nieznaną wartość parametru złożowego.

Można zatem, korzystając z formuł 4–6, określić w poszczególnych węzłach sieci interpolacyjnej dokładność oszacowania wartości parametru z określonym prawdopodobieństwem. Dla każdego punktu interpolacyjnego można wyliczyć wielkość błędu bezwzględnego, jak również wielkość błędu względnego. Opcja Math uwzględniona w module Grid oprogramowania Surfer 8.0 daje takie możliwości (Surfer 8..., 2002). W efekcie obliczeń sporządzić można następujące mapy:

- mapę izolunii błędu względnego oceny wartości parametru (np. z prawdopodobieństwem $P = 0,9$),
- mapę izolunii parametru przy uwzględnieniu największych możliwych wartości parametru w węzłach sieci interpolacyjnej (np. z prawdopodobieństwem $P = 0,9$),
- mapę izolunii parametru przy uwzględnieniu najmniejszych możliwych wartości parametru w węzłach sieci interpolacyjnej (np. z prawdopodobieństwem $P = 0,9$).

Stosowanie metody krigingu przy dokumentowaniu złóż stwarza zatem możliwości analizowania stopnia rozpoznania złoża poprzez sporządzanie map błędów interpolacji wartości parametrów złożowych.

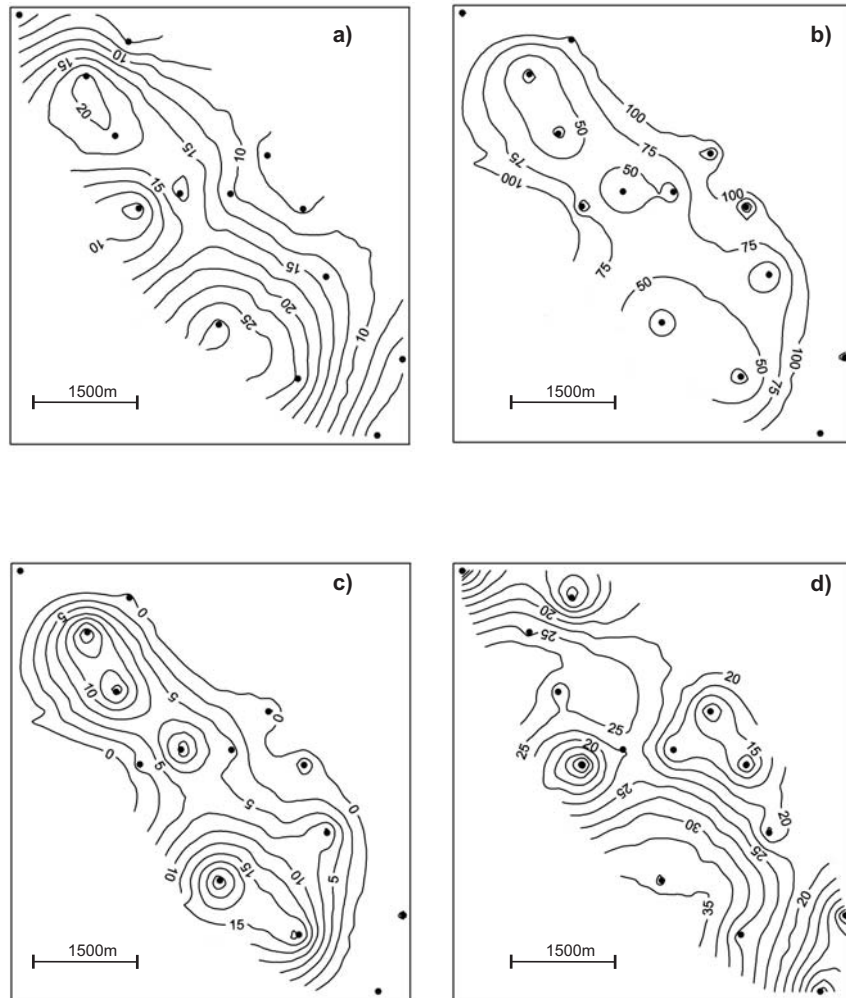
Mapy błędów interpolacji umożliwiają również ocenę wiarygodności konstruowanych map izolinowych parametrów złożowych. W dotychczasowej praktyce dokumentowania złóż wiarygodność sporządzanych map izolinowych nie jest przedmiotem analizy. Doświadczenie jednak uczy, że rzeczywisty obraz zróżnicowania wartości parametru złożowego może nawet znacznie różnić się od przewidywanego na podstawie wcześniej sporządzonej mapy izolinii, zwłaszcza gdy sporządzana jest ona na podstawie niewielkiej liczby obserwacji. Podjęte badania nad dokładnością interpolacji parametrów złożowych wskazują przykładowo na niską wiarygodność map izolinowych parametrów charakteryzujących jakość węgla w pokładach GZW sporządzanych na podstawie ich wstępnego rozpoznania otworami wiertniczymi (Mucha, Wasilewska 2005a).

Na rysunku 2 przedstawiono przykłady map opracowanych dla miąższości efektywnej wybranej warstwy gazonośnej w złożu gazu ziemnego Kościan. Mapy te ukazują różne sposoby kartograficznej prezentacji informacji o zróżnicowaniu badanego parametru. Obliczenia oparto na wynikach pomiarów geofizycznych wykonanych w 13 otworach wiertniczych. Mapy wykonano procedurą krigingu zwyczajnego na podstawie sporządzonego modelu semiwariogramu parametru. Jak wynika z przeprowadzonych badań, strukturę zmienności miąższości efektywnej warstwy gazonośnej zadowalająco opisuje sferyczny model semiwariogramu o parametrach: $C_0 = 0$, $C = 93$, $a = 2650$ m. Zwraca uwagę słaby stopień rozpoznania złoża, a w konsekwencji mała wiarygodność opracowanej mapy izolinowej parametru, przedstawionej na rysunku 2a.

Różne mogą być przyczyny niskiej dokładności interpolacji parametrów złożowych (Mucha, Wasilewska 2005a, 2006). Najczęściej powodem małej wiarygodności opracowanych map izolinowych jest duża zmienność lokalna badanych parametrów oraz zbyt rzadka sieć punktów rozpoznawczych. Możliwość podwyższenia dokładności interpolacji i zarazem wiarygodności konstruowanych map izolinowych upatruje się w zastąpieniu stosowanej interpolacji punktowej przez interpolację blokową, polegającą na ocenie średnich wartości parametrów w parcelach kwadratowych o zadanych rozmiarach, przypisanych poszczególnym węzłom sieci interpolacyjnej (Mucha, Wasilewska 2005a). Stosowanie interpolacji blokowej nie zawsze jednak prowadzi do znaczącego polepszenia wiarygodności konstruowanych map izolinowych (Kokesz 2010b). Ponadto proponowany sposób estymacji blokowej zwiększa dokładność interpolacji, ale jednocześnie sprawia, że wyliczone wartości parametru charakteryzują się mniejszą wariancją niż oceny punktowe. Prowadzić to może do zafałszowania rzeczywistej zmienności rozpatrywanego parametru.

Dotychczasowe doświadczenia wskazują (Mucha, Wasilewska 2005a), że wyinterpolowane wartości parametrów złożowych mogą być obarczone nieraz znacznymi błędami. Mucha i Wasilewska (2005b) zalecają, aby decyzję o wizualizacji rozmieszczenia wartości badanych parametrów za pomocą map izolinii podjąć na podstawie wyników wstępnej oceny wielkości błędów interpolacji. Proponują wstępnie, aby uznać interpolację punktową za jeszcze możliwą do zaakceptowania, gdy maksymalny błąd interpolacji nie przekracza 30–40%.

Procedura krigingu punktowego może również służyć do wyznaczania granic złoża (Kokesz 1992). Granice te ustala się najczęściej na zasadach interpolacji, na podstawie



● - 1

Rys. 2. Przykłady map opracowanych metodą kriginu zwyczajnego dla miąższości efektywnej wybranej warstwy gazonośnej w złożu gazu ziemnego Kościan, ukazujących różne sposoby kartograficznej prezentacji informacji o zróżnicowaniu badanego parametru (wg Z. Kokesza 2010b): a – mapa izoliniowa miąższości efektywnej, b – mapa izoliniowa błędu względnego interpolacji wartości parametru (wartości błędu wyrażone w procentach), c – mapa izolini parameteru przy uwzględnieniu najmniejszych możliwych jego wartości w węzłach sieci interpolacyjnej z prawdopodobieństwem $P = 0,9$, d – mapa izoliniowa parametru przy uwzględnieniu największych możliwych jego wartości w węzłach sieci interpolacyjnej z prawdopodobieństwem $P = 0,9$; 1 – otwory rozpoznawcze

Fig. 2. Examples of the maps constructed by ordinary kriging displaying different manners of presentation of information about variability of the studied parameter (for effective thickness of selected natural gas horizon in Kościan deposit) (after Z. Kokesz 2010b): a – contour map of the effective thickness, b – contour map of relative errors of interpolation (errors in percentages), c – contour map of minimum possible values of the parameter in grid nodes for probability $P = 0,9$, d – contour map of maximum possible values of the parameter in grid nodes for probability $P = 0,9$; 1 – exploratory drillholes

sporządzonych map izolinii poszczególnych parametrów złoża. Wykorzystanie metody krigingu punktowego do interpretacji granic złoża i poszczególnych rodzajów zasobów wymaga znajomości struktury zmienności poszczególnych parametrów uwzględnionych w kryteriach bilansowości.

Zastosowanie metody geostatystycznej pozwala na urealnienie informacji o obszarze występowania złoża, a także poszczególnych rodzajów zasobów oraz odmian kopaliny. Niepewność co do obszaru występowania złoża może być wyrażona poprzez przedstawienie na mapach i przekrojach skrajnych możliwych przebiegów jego granic między punktami rozpoznawczymi. Stanowi to cenną zaletę tej procedury. Możliwości odmiennej położenia granicy złoża w stosunku do przyjętej dla obliczenia zasobów powinny być bowiem uwzględniane w planach zagospodarowania złoża i prowadzeniu gospodarki złożem (Nieć 2002).

2. Trudności i ograniczenia w geostatystycznej interpolacji parametrów złożowych

Skuteczność stosowania krigingu zwyczajnego do interpolacji i sporządzania map izolinowych zależy w znacznym stopniu od wiarygodności semiwariogramów przyjmowanych do obliczeń.

Reprezentatywność funkcji strukturalnych (semiwariogramów) zależy od wielu czynników. W niniejszej pracy scharakteryzowano ważniejsze z nich: liczebność obserwacji i ich rozmieszczenie, anizotropię i niejednorodność złoża.

2.1. Liczebność obserwacji jako element wiarygodności semiwariogramów parametrów złoża

Podstawowym źródłem informacji o złożu są wyrobiska rozpoznawcze. Ich rodzaj, usytuowanie, liczebność w znacznym stopniu warunkują poznanie struktury zmienności złoża.

W praktyce semiwariogramy empiryczne konstruuje się na podstawie wyników obserwacji i pomiarów wykonywanych w wyrobiskach rozpoznawczych. Obliczenia dokonuje się więc na ściśle zlokalizowanym, ograniczonym zbiorze danych, którego liczebność warunkowana jest zarówno wielkością złoża, jak i stopniem jego rozpoznania. W porównaniu z rozmiarami złoża są to informacje punktowe. Konstruowane na podstawie tych danych semiwariogramy empiryczne w sposób mniej lub bardziej dokładny charakteryzują zróżnicowanie wartości parametrów złoża i stanowią zatem jedynie przybliżenie rzeczywistych semiwariogramów parametrów.

Należy oczekiwać, że różnice pomiędzy empirycznymi a teoretycznymi semiwariogramami będą maleć wraz ze wzrostem liczebności obserwacji. Jeśli dysponujemy nie-licznymi punktami rozpoznawczymi, postać semiwariogramu jest praktycznie nieznaną.

Semiwariogramy można więc konstruować, gdy jest dostatecznie dużo obserwacji. Przyjmuje się, że reprezentatywność funkcji strukturalnej $\gamma(h)$ osiąga się, jeśli poszczególne jej wartości zostały wyliczone na podstawie co najmniej 30 par danych (Journel, Huijbregts

1978). Praktyka dowodzi, że dla przeprowadzenia obliczeń zbior danych powinien obejmować co najmniej 25–30 obserwacji.

Warunek ten na ogół bywa spełniony już przy rozpoznawaniu złóż w kat. C_2 . Jedyne w przypadku dokumentowania małych złóż kopalin stałych, np. złóż kruszywa naturalnego, w początkowym stadium ich badania, liczebność obserwacji bywa często zbyt mała do konstrukcji reprezentatywnych semiwariogramów. Podobna sytuacja występuje przy rozpoznawaniu złóż ropy naftowej i gazu ziemnego. Szczególnie trudne warunki modelowania zmienności występują przy dokumentowaniu złóż o silnie wydłużonej formie. Liczba otworów rozpoznawczych znajdujących się na liniach zorientowanych poprzecznie do wydłużenia złoża często bywa zbyt mała do konstrukcji wiarygodnych semiwariogramów w tym kierunku i zbadania anizotropii zmienności parametrów złożowych.

Mała liczba obserwacji nie ogranicza jednak całkowicie możliwości stosowania procedury krigingu, zwłaszcza w przypadku dokumentowania złóż w kat. C_2 . Jednak w takim przypadku należy pamiętać, że wyniki obliczeń mogą być obciążone dodatkowym błędem z tytułu niedostatecznego poznania struktury zmienności złoża. Niepewność co do wiarygodności przyjmowanych do obliczeń semiwariogramów znajduje bowiem uzasadnienie w stosunkowo niewielkich wymaganiach odnośnie dokładności poznania budowy i parametrów złoża w tej kategorii.

W przypadku małej liczby obserwacji wskazane jest wykonanie szeregu obliczeń semiwariogramów przy różnym kroku odległościowym grupowania danych w celu sprawdzenia stabilności uzyskiwanych funkcji i wybrania optymalnego modelu opisującego zmienność badanego parametru. Jeśli semiwariogram nie wykazuje stabilności, tzn. za każdym razem jest całkowicie inny, powinno się odstąpić od jego sporządzenia.

W przypadku dokumentowania małych złóż przy modelowaniu struktury ich zmienności szczególnie wskazane jest stosowanie techniki zwanej oceną krzyżową (*cross validation*). Omówienie tej metody znaleźć można w pozycjach książkowych z zakresu geostatystyki (Namysłowska-Wilczyńska 2006). Umożliwia ona na ogół ustalenie optymalnych modeli semiwariogramów opisujących zmienność parametrów złoża (Clark 1986).

Wykorzystanie badań geofizycznych powierzchniowych w geologicznych pracach rozpoznawczych stwarza możliwość pozyskania dodatkowych informacji o strukturze zmienności złoża. Ma to szczególnie istotne znaczenie w przypadku złóż rozpoznanych niewielką liczbą wyrobisk. Istnieje wówczas możliwość wykorzystania wyników tych badań do skonstruowania wiarygodnego modelu struktury zmienności złoża i oszacowania jego zasobów (Kokesz, Kotowski, Mucha 2002). Należy jednak pamiętać, że dane pozyskane z pomiarów geofizycznych, powierzchniowych najczęściej charakteryzują się inną bazą geometryczną niż dane pochodzące z otworów rozpoznawczych. Szczególnym tego przykładem są badania sejsmiczne wykonywane dla potrzeb dokumentowania złóż ropy naftowej i gazu ziemnego. Dane pozyskane z pomiarów dokonanych metodami sejsmicznymi 2D lub 3D, dotyczące np. położenia stropu czy też spągu poziomu roponośnego, jego miąższości i porowatości, odnoszą się do większych jednostek, co wynika z rozdzielczości tych metod. Dane te nie mają dokładnej punktowej lokalizacji. Jako wartości uśrednione charakteryzują się mniejszą wariancją (rozproszeniem) niż dane z otworów, które można traktować jako obserwacje punktowe w odniesieniu do powierzchni złoża. Różna baza geometryczna pomiarów wykonanych w otworach i pomiarów sejsmicznych sprawia, że łączne ich uwzględnienie przy obliczaniu semiwariogramów nie jest możliwe. Ograniczenie to zmusza do stosowania

bardziej złożonych technik krigingu dla potrzeb sporządzania map izolinowych z uwzględnieniem danych pochodzących z sejsmiki powierzchniowej. W literaturze zagranicznej znaleźć można przykłady wykorzystania do tego celu takich technik jak: kriging z zewnętrznym dryftem, kokriging, kriging wskaźnikowy. Spośród tych metod na szczególną uwagę z racji efektywności obliczeń zasługuje kriging z zewnętrznym dryftem (Galli, Meunier 1987; Moinard 1987).

Na wiarygodność uzyskiwanego obrazu struktury zmienności złoża ma wpływ sposób rozmieszczenia obserwacji. Systematyczno-losowy (sieciowy) czy też losowy sposób rozmieszczenia punktów rozpoznawczych pozwala najczęściej na zbadanie struktury zmienności złoża wystarczająco dokładne dla celów praktycznych. Mniej korzystnym sposobem rozmieszczenia obserwacji jest ich usytuowanie w sposób nierównomierny (gniazdowy). Na ogół w celu scharakteryzowania zmienności konieczne jest wówczas obliczanie tzw. semiwariogramów *inverted-covariance*, które lepiej odzwierciedlają naturalną zmienność złoża w warunkach skrajnie nieregularnego rozmieszczenia danych (Isaaks, Srivastava 1988). Konstruowanie semiwariogramów napotyka na trudności w przypadku złóż rozpoznanych wyrobiskami górniczymi lub złóż rozpoznanych liniami wyrobisk (otworów). Punkty pomiarowe są wówczas rozmieszczone również w sposób nierównomierny na obszarze złoża, co utrudnia ustalenie poprawnych geostatystycznych modeli zmienności parametrów złożowych.

Semiwariogramy sporządzane w warunkach skrajnie nieregularnego rozmieszczenia danych mogą nieraz znacznie odbiegać od rzeczywistych. Zwracano już na to uwagę (Armstrong 1984; Cressie, Hawkins 1980). Nieregularne rozmieszczenie punktów pomiarowych może na przykład prowadzić do pojawienia się w przebiegu semiwariogramów zjawiska okresowości. Nie ma ono wówczas geologicznego uzasadnienia, a wynika jedynie ze zbyt małej liczby par obserwacji użytych do obliczenia niektórych wartości semiwariogramu empirycznego.

W przypadku nieregularnego rozmieszczenia danych wskazane jest wykonanie kilku prób obliczeń semiwariogramów przy różnym kroku odległościowym grupowania danych w celu sprawdzenia stabilności uzyskiwanych funkcji i wybrania optymalnego modelu opisującego zmienność badanego parametru.

2.2. Interpretacja zmienności lokalnej i jej wpływ na wyniki szacowania parametrów złożowych

Przy komputerowym sporządzaniu map, w węzłach wyznaczonej sieci, interpoluje się wartości rozpatrywanego parametru na podstawie danych pochodzących z najbliższych położonych punktów rozpoznawczych. W obliczeniach krigingiem wykorzystuje się zatem głównie znajomość przebiegu semiwariogramu na małych odległościach. Szczególnie zatem istotna z punktu widzenia skuteczności szacowania wydaje się wiarygodność interpretacji przebiegu funkcji w początku układu współrzędnych.

Parametrem charakteryzującym ciągłość i płynność zmian wartości badanego parametru jest wielkość wariancji zmienności lokalnej C_0 określanej jako wariancja samorodków. Definiuje się ją jako wartość, do której dąży semiwariogram, gdy odległość między obserwacjami zdąży do zera. Efekt samorodków, jako widoczna nieciągłość na początku prze-

biegu semiwariogramu, może być spowodowany bądź błędami pomiarów, bądź zmiennością na małych odległościach (lokalnymi strukturami zmienności o rozmiarach mniejszych od rozstawu sieci rozpoznawczej) lub obydwoma tymi czynnikami jednocześnie.

Na ogół wartości C_0 wyznacza się w sposób arbitralny z wykresu semiwariogramu na podstawie znajomości jego przebiegu na większych odległościach. Ustalone drogą ekstrapolacji przebiegu semiwariogramów wartości C_0 są obarczone mniejszym lub większym błędem, co z kolei wpływa na wyniki szacowania procedurami krigingu. Zaleca się zatem, o ile to możliwe, wykonywanie na etapie rozpoznawania złóż pewnej ilości wyrobisk odległych od siebie mniej niż rozstaw podstawowy w celu pozyskania informacji o strukturze zmienności złoża na małych odległościach. Powinno to przyczynić się do zwiększenia dokładności prognozowania wartości parametrów złożowych procedurami geostatystycznymi.

Dokładność poznania zróżnicowania parametrów złożowych na małych odległościach warunkuje gęstość sieci rozpoznawczej. W zależności od rozstawu punktów rozpoznawczych w różnym stopniu wykrywana jest zmienność lokalna złoża. Interpretacja wartości C_0 z przebiegu wykresów semiwariogramów prowadzi często do zawyżania wielkości zróżnicowania parametrów w zakresie małych odległości (Kokesz 2006b; Mucha 2002).

Często zdarza się, że poszczególne części złoża rozpoznane są w różnym stopniu. Stanowi to dogodną sytuację do stosowania metody krigingu. Istnieje wówczas możliwość interpolacji w granicach złoża rozpoznanej siecią o większym rozstawie wyrobisk na podstawie semiwariogramu skonstruowanego na podstawie danych pozyskanych również z zagęszczonych punktów rozpoznawczych. Prowadzi to jednak do przyjęcia założenia, że struktura zmienności parametrów złoża jest taka sama w poszczególnych jego częściach. Założenie takie może być niekiedy zbyt dużym uproszczeniem.

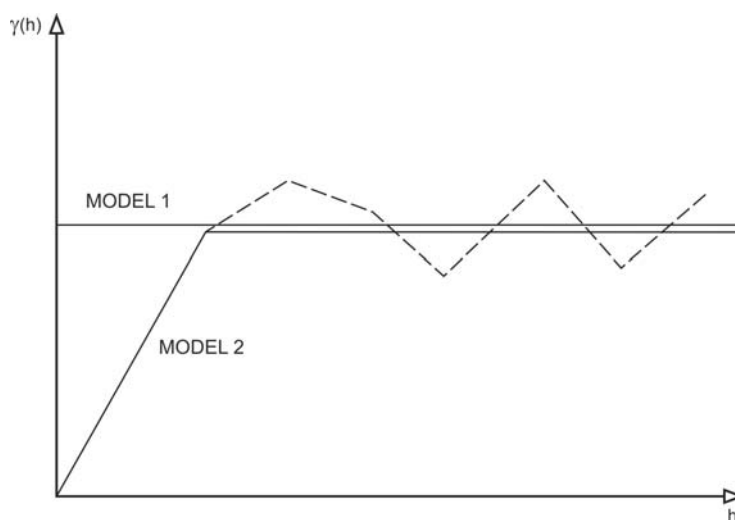
W przypadku złóż rozpoznanych wyrobiskami rozmieszczonymi w układzie sieciowym określenie rzeczywistej wielkości C_0 , charakteryzującej zmienność parametrów złożowych na odległościach znacznie mniejszych od stosowanego rozstawu punktów rozpoznawczych, jest praktycznie niemożliwe.

Brak informacji co do rzeczywistego charakteru zmienności parametrów na małych odległościach zmusza do interpretowania wielkości zmienności lokalnej na podstawie przebiegu semiwariogramu empirycznego. W niektórych przypadkach dane obserwacyjne nie pozwalają na jej jednoznaczne przeprowadzenie. Wielkość popełnianego błędu interpretacji zmienności lokalnej jest praktycznie nieznana z uwagi na brak danych o charakterze zmienności parametrów na małych odległościach. Błąd ten będzie tym większy, im większy będzie rozstaw sieci rozpoznawczej. Zależy on też od umiejętności i doświadczenia geologa przeprowadzającego interpretację. Interpretację przebiegu semiwariogramu winna ułatwiać znajomość ogólnej zmienności parametrów badanego złoża, jego budowy geologicznej i procesów formujących go. Można bowiem oczekiwać, że postać semiwariogramu i jego parametry warunkowane są budową geologiczną złoża i znajdują wytlumaczenie w procesach prowadzących do ich powstania (Nieć, Mucha, Kokesz 1988).

W praktyce, dla potrzeb weryfikacji wyników geostatystycznego modelowania zmienności stosuje się technikę zwaną oceną krzyżową. Należy tu jednak zwrócić uwagę na fakt, że technika ta nie daje możliwości weryfikowania dobroci dopasowania semiwariogramów na małych odległościach, mniejszych od najmniejszego rozstawu punktów obserwacyjnych.

Przedstawiony na rysunku 3 przykład ukazuje możliwy zakres błędów popełnianych przy modelowaniu struktury zmienności parametrów złożowych. Przedstawiony na tym rysunku semiwariogram empiryczny można opisać co najmniej dwoma całkowicie różnymi typami modeli – modelem losowym lub modelem nielosowym – z ograniczonym wzrostem o zasięgu odpowiadającym minimalnej odległości między obserwacjami.

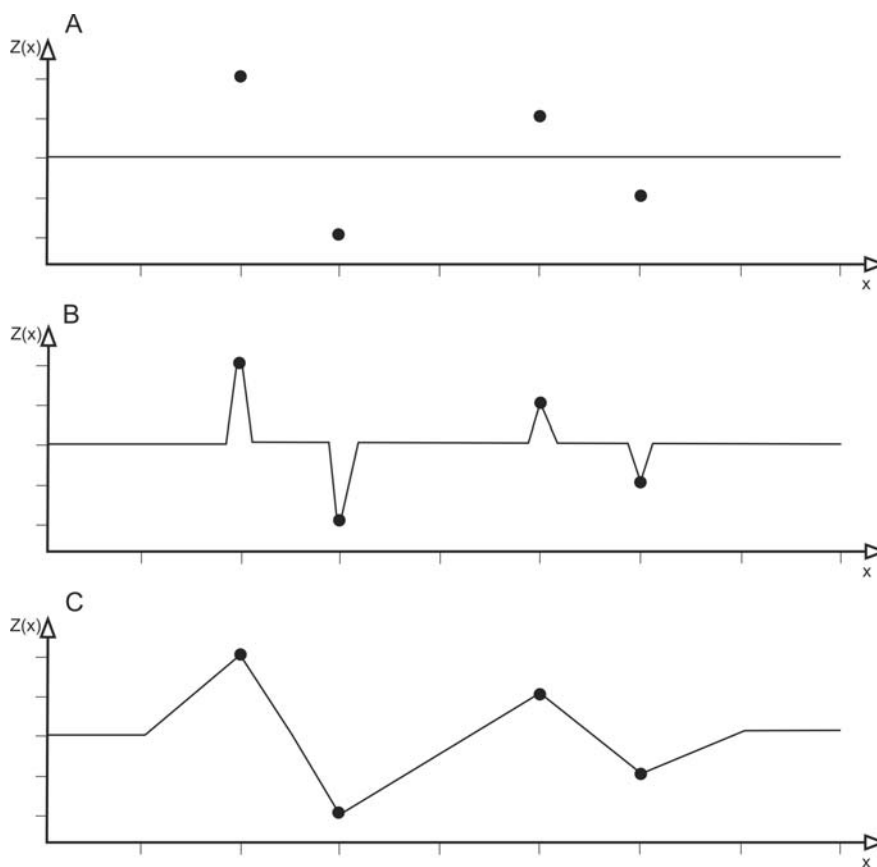
Konsekwencją przyjęcia odmiennych modeli semiwariogramów jest różny obraz zróżnicowania wyinterpolowanych wartości parametru (rys. 4).



Rys. 3. Możliwe warianty interpretacji modelu semiwariogramu parametru (wg Z. Kokesza 2010a). Linia ciągła przedstawia model semiwariogramu, a linia przerywana – semiwariogram empiryczny

Fig. 3. Possible variants of semivariogram model interpretation (after Z. Kokesz 2010a). The continuous line displays semivariogram model, dashed line – experimental semivariogram

W przypadku modelu losowego obraz zróżnicowania wartości parametru będzie zależał od zdefiniowania przyczyny obserwowanej na semiwariogramie wielkości C_0 . Wartość C_0 i jej geneza określane są w danych sterujących programem Surfer 8.0. Jeśli przyjmiemy w obliczeniach, że efekt samorodków stanowi wyłącznie wynik błędów pomiaru parametru, to wartości interpolowane w węzłach sieci (oparte na wszystkich obserwacjach w złożu) będą odpowiadać średniej arytmetycznej. Wartości obserwowane w punktach rozpoznawczych będą ignorowane, gdyż według oceny krigingiem wartości parametru w punktach obserwacyjnych odpowiadają również średniej arytmetycznej (rys. 4A). W przypadku, gdy wielkość C_0 spowodowana jest lokalną zmiennością, to wartości wyinterpolowane na podstawie wszystkich obserwacji w złożu będą odpowiadać średniej arytmetycznej, jednak wartości obserwowane w punktach rozpoznawczych nie będą ignorowane (rys. 4B). W przypadku modelu z ograniczonym wzrostem o zasięgu odpowiadającym minimalnej odległości między obserwacjami, interpolacja prowadzi do uzyskiwania wartości średniej arytmetycznej w węzłach interpolacyjnych oddalonych od punktów pomiarowych więcej niż obserwowany zasięg semiwariogramu. W miarę zbliżania się do punktów pomiarowych interpolowane wartości zdużają do pomierzonych wielkości (rys. 4C).



Rys. 4. Wpływ doboru modelu semiwariogramu na wyniki interpolacji wartości parametru złożowego (wg Z. Kokesza 2010a): A – model losowy (model 1 – rys. 3), w którym efekt samorodków stanowi wynik błędów pomiaru parametru, B – model losowy (model 1 – rys. 3), w którym efekt samorodków spowodowany jest lokalną zmiennością parametru, C – model z ograniczonym wzrostem o zasięgu odpowiadającym minimalnej odległości między obserwacjami (model 2 – rys. 3); kropka – obserwowana wartość parametru, linia – wyinterpolowane wartości parametru

Fig. 4. The influence of the choice of the semivariogram model on interpolation results of geological data (after Z. Kokesz 2010a): A – the pure nugget effect model (model 1 – fig. 3), if the nugget is interpreted as a measurement error, B – the pure nugget effect model (model 1 – fig. 3), if the nugget is interpreted as a microstructure with a very small range, C – the model with a sill and with a range that is equal to the minimum data spacing (model 2 – fig. 3); dots – the data, line – the interpolated values

2.3. Anizotropia i niejednorodność złoża

W dotychczasowej praktyce dokumentowania złóż często zakłada się izotropowy charakter zmienności parametrów złożowych, a w obliczeniach wykorzystuje się semiwariogramy uśrednione wielokierunkowe. Znacznie upraszcza to obliczenia realizowane procedurą krigingu zwyczajnego. Unika się wówczas na ogół dość kłopotliwego modelowania kierunko-

wego zróżnicowania zmienności. Prowadzić to może do znaczącego nieraz zmniejszenia wiarygodności konstruowanych map izolinowych.

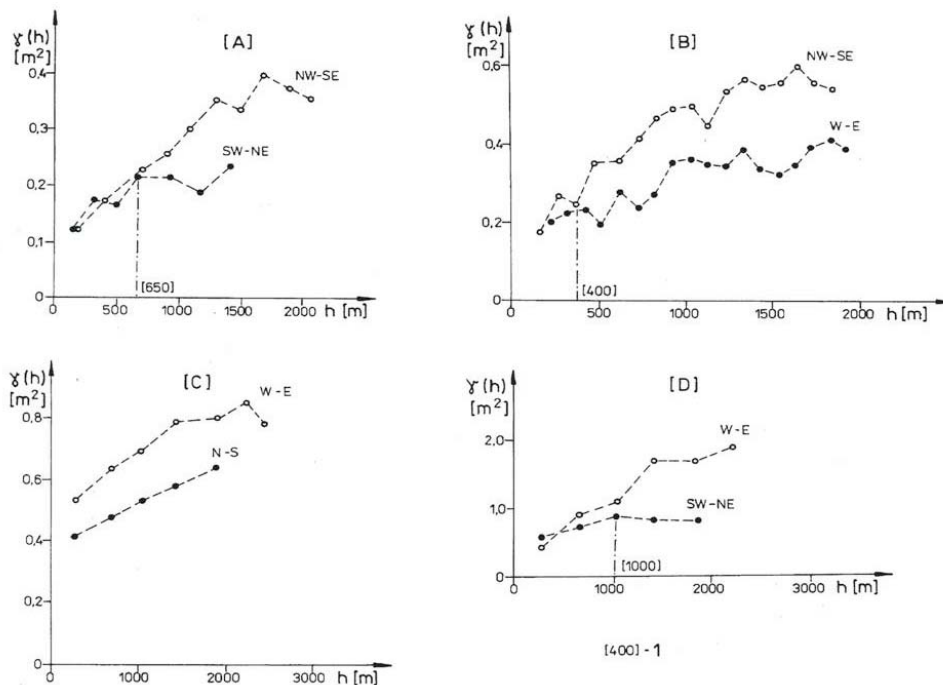
Geostatystyczne modelowanie powinno obejmować badanie anizotropii zmienności złoża. W przypadku stwierdzenia wyraźnego kierunkowego zróżnicowania zmienności wskazane jest prowadzenie estymacji z uwzględnieniem anizotropowych modeli semiwariogramów parametrów złoża. Powinno to prowadzić do podwyższenia efektywności prognozowania badanych cech złoża.

Badanie anizotropii jest jednak pracochłonne, a skonstruowanie właściwego modelu opisującego kierunkowe zróżnicowanie zmienności złoża wymaga na ogół dużego doświadczenia i dobrej znajomości geostatystyki. Analizowanie kierunkowego zróżnicowania zmienności parametrów złożowych staje się szczególnie trudne w przypadku złóż rozpoznanych wyrobiskami górniczymi lub złóż rozpoznanych liniami wyrobisk (otworów) z powodu nierównomiernego rozmieszczenia punktów pomiarowych na obszarze złoża, a także przy dokumentowaniu złóż o silnie wydłużonej formie, o czym wspomniano w rozdziale 3.1. Dodatkową trudność w badaniu anizotropii powoduje fakt, że w dostępnych oprogramowaniach na ogół nie ma możliwości uwzględniania bardziej złożonych postaci wektorowego zróżnicowania struktury zmienności parametrów złożowych. Badanie anizotropii wymaga ponadto dysponowania dostateczną liczbą obserwacji, a zatem najczęściej jest ono możliwe w przypadku dokumentowania dużych złóż lub złóż rozpoznanych w wyższych kategoriach poznania. Jeśli złożo rozpoznane zostało niewielką liczbą wyrobisk, zbadanie wektorowego zróżnicowania zmienności jest praktycznie niemożliwe. Dysponowanie niedostateczną liczbą danych skłania do przyjmowania założeń odnośnie izotropii zmienności. Przyjęcie takich założeń znajduje najczęściej uzasadnienie przy dokumentowaniu złóż w niższych kategoriach rozpoznania z uwagi na obowiązujące w stosunku do nich nieco niższe wymagania co do dokładności poznania poszczególnych parametrów złożowych.

Jak wynika jednak z dotychczas przeprowadzonych badań (Kokesz 1991, 2006a; Mucha, Kokesz 2002) zmienność parametrów złożowych ma często charakter izotropowy względnie zbliżony do izotropowego (rys. 5). Wektorowe zróżnicowanie zmienności zaznacza się często dopiero na większych obszarach, nierzadko w blokach o rozmiarach w planie powyżej 200×200 m. Obserwowana anizotropia wynika po części z obszarowego zróżnicowania parametrów złożowych, którego przyczyn należy upatrywać w budowie geologicznej złoża (Kokesz 1991). Obserwacje te prowadzą do wniosku, że przy sporządzaniu map izolinowych procedurą krigingu można w wielu przypadkach przyjmować warunki quasi-izotropowe i posługiwać się w obliczeniach semiwariogramami uśrednionymi (wielokierunkowymi).

Stosowanie metody krigingu zwyczajnego wymaga przyjęcia pewnych założeń odnośnie obiektu stanowiącego przedmiot oceny. Zgodnie z założeniem metody, przyjmuje się stacjonarność funkcji losowej opisującej zróżnicowanie wartości analizowanego parametru (np. Journel, Huijbregts 1978; Namysłowska-Wilczyńska 2006). Zakłada się tym samym, że oczekiwana średnia jego wartość nie ulega zmianom w granicach złoża lub przynajmniej w granicach poszczególnych bloków obliczeniowych zasobów, a także, że przebieg funkcji strukturalnej parametru jest identyczny w poszczególnych jego częściach. Wyrazem tego w praktycznych zastosowaniach krigingu jest uwzględnianie w obliczeniach jedynie uśrednionych semiwariogramów skonstruowanych dla całego złoża.

Skuteczność stosowania procedury krigingu zależy zatem od jednorodności złoża. Przez niejednorodność należy rozumieć zróżnicowanie struktury zmienności podstawowych pa-



Rys. 5. Semiwariogramy kierunkowe ukazujące anizotropię zmienności miąższości pokładów węgla w Górnośląskim Zagłębiu Węglowym (wg Z. Kokesza 2006a)
 A – pokład 416, KWK Wirek, B – pokład 418, KWK Bielszowice, C – pokład 501, KWK Staszic,
 D – pokład 510, KWK Staszic; 1 – odległość, do której wykresy semiwariogramów mają zbliżony przebieg

Fig. 5. Examples of anisotropic variability structures of thickness of hard coal seams from Upper Silesian Coal Basin (after Z. Kokesz 2006a)
 A – seam no. 416 in Wirek hard coal mine, B – seam no. 418 in Bielszowice hard coal mine, C – seam no. 501 in Staszic hard coal mine, D – seam no. 510 in Staszic hard coal mine; 1 – anisotropy appears at larger distances

rametrów złożowych lub średnich ich wartości w poszczególnych częściach złoża. Niejednorodność taka ujawnia się zatem występowaniem obszarów, na których wyliczone semiwariogramy parametru istotnie się różnią lub też obserwuje się obszarowe zróżnicowanie średnich wartości parametrów złożowych. Na niejednorodność złoża wskazywać może obecność silnie zaznaczonego trendu w zróżnicowaniu wartości parametru, co przejawia się na semiwariogramach raptownym wzrostem ich wartości wraz ze zwiększaniem się odległości pomiędzy obserwacjami.

W przypadku, gdy zmienność parametru złożowego ma charakter nielosowy, można oczekiwać, że jego zróżnicowanie na niewielkich obszarach będzie dużo mniejsze niż w granicach całego złoża. W takich przypadkach małe fragmenty złóż można najczęściej uważać za quasi-homogeniczne ze względu na zróżnicowanie wartości parametrów złożowych. Uzasadnia to stosowanie krigingu zwyczajnego do interpolacji i sporządzania map

izoliniowych w przypadku złóż zbadanych dostatecznie gęstą siecią rozpoznawczą. Wyniki badań złóż rud miedziowo-srebrowych (Namysłowska-Wilczyńska 1993), siarki rodzimej (Kokesz 1991) oraz węgla kamiennego (Kokesz 2006a) dowodzą, że quasi-jednorodne partie mogą mieć różne rozmiary. W złożach rud miedziowo-srebrowych minimalne powierzchnie takich pól osiągają najczęściej 2 ha. Na innych badanych złożach są one większe.

Niejednorodność złoża może zatem rzutować na dokładność interpolacji i zarazem wiarygodność opartych na nich map izolinii w przypadku, gdy są sporządzane w fazie wstępnego rozpoznania złóż z wykorzystaniem znacznie od siebie oddalonych punktów rozpoznawczych. Na większych obszarach częściej zaznacza się zróżnicowanie średnich wartości parametrów złożowych. Na ogół uwidacznia się to w postaci trendu w zmienności badanych cech. Jeśli w zróżnicowaniu wartości parametru wyraźnie zaznacza się trend (dryft), to do konstrukcji map izoliniowych powinno się stosować metodę krigingu uniwersalnego. Daje to możliwość podwyższenia dokładności interpolacji. Jego zastosowanie umożliwia oprogramowanie Surfer 8.0.

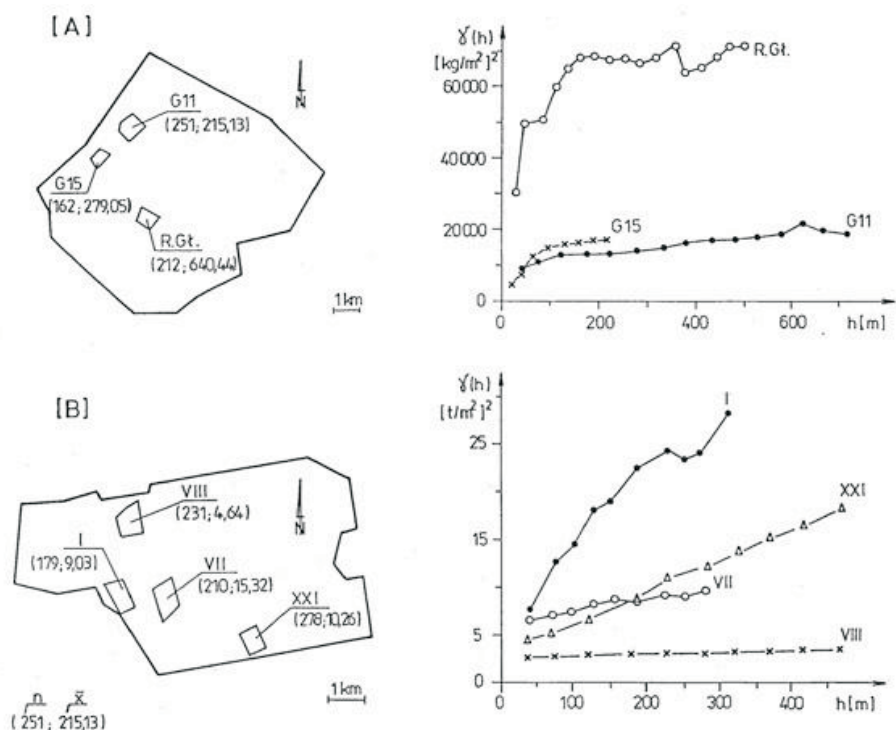
Stacjonarność modeli zmienności parametrów złoża ma istotne znaczenie dla prawidłowego stosowania krigingu.

Przedstawione na rysunku 6 wyniki badań wskazują, że przyjęcie założenia odnośnie stabilności struktury zmienności parametrów w granicach całego złoża bywa niekiedy zbyt dużym uproszczeniem. Zwracano na to już wcześniej uwagę (Kokesz 1991, 2006a,b; Mucha 2001, 2002; Mucha, Wasilewska 2005a). W niektórych przypadkach zróżnicowanie geostatystycznych modeli opisujących zmienność parametrów w różnych partiach złoża nie pozwala na ustalenie jednolitego modelu zmienności. Wyraża się ono bądź odmienną postacią geostatystycznego modelu zmienności, bądź różną wielkością parametrów opisujących model. Zróżnicowanie to dotyczyć może poszczególnych pól, pięter, poziomów kopalnianych, a także poszczególnych pokładów w przypadku złóż wielopokładowych. Wyniki badań pokładów węgla w GZW (Kokesz 2006a) sugerowałyby jednak, że małe fragmenty złóż mogą stanowić quasi-homogeniczne rejony z uwagi na zmienność parametrów złożowych.

Analiza wyników rozpoznania złoża powinna obejmować również ocenę jego jednorodności. Badanie niejednorodności wymaga dysponowania dostatecznie dużą liczbą obserwacji. A zatem, jest ono na ogół możliwe na etapie dokumentowania dużych złóż w wyższych kategoriach rozpoznania, najczęściej w fazie ich rozpoznania eksploatacyjnego.

Wykrycie niejednorodności złoża niejednokrotnie umożliwia analiza rozkładów oraz semiwariogramów parametrów złożowych. Opracowanie statystyczne wyników rozpoznania winno zatem poprzedzać modelowanie struktury zmienności złoża. Podział złoża na części jednorodne powinien być oparty na kryteriach geologicznych. Jak wynika bowiem z dotychczasowych badań, obserwowane obszarowe zróżnicowanie parametrów złożowych oraz struktury ich zmienności znajduje najczęściej odzwierciedlenie w budowie złoża (np. Kokesz 1991, 2006a; Nieć, Mucha, Kokesz 1988). W złożach eksploatowanych ważnym kryterium pozostaje sposób eksploatacji złoża i jego podział na poziomy, piętra czy pola wydobywcze.

W przypadku stwierdzenia różnic w przebiegu semiwariogramów obliczonych dla wyróżnionych partii złoża celowe jest sprawdzenie, czy nie występuje efekt proporcjonalności (zależność pomiędzy wariancją i średnią wartością parametru). W praktyce wskazane jest wówczas konstruowanie tzw. semiwariogramów względnych (Cressie 1985). Dotychczasowe wyniki badań wskazują, że nie zawsze zróżnicowanie geostatystycznych modeli



Rys. 6. Przykłady obszarowego zróżnicowania struktury zmienności parametrów złóżowych (wg Z. Kokesza 2006b)

A – zasobność Cu w złożu rud miedziowo-srebrowych kopalni Rudna, B – zasobność złoża siarki rodzimej Jeziórko; N, NW, G15, VII – analizowane partie złóż, n – liczba danych, \bar{x} – średnia arytmetyczna wartość parametru

Fig. 6. Examples of variograms differentiation within deposits (after Z. Kokesz 2006b)

A – Cu accumulation for copper-silver ore deposit of Rudna mine, B – native sulphur accumulation for Jeziórko deposit; N, NW, G15, VII – studied parts of the deposits; n – number of data, \bar{x} – arithmetic mean values of the parameters

opisujących zmienność parametrów w różnych częściach złoża znajduje wytłumaczenie w tym zjawisku (Kokesz 2006b). Jeżeli występuje efekt proporcjonalności, uzasadnione jest obliczanie zasobów procedurą krigingu zgodnie z ustalonym dla całego złoża semiwariogramem względnym parametru. W przeciwnym przypadku, jeśli występują istotne różnice w semiwariogramach względnych, celowym wydaje się prowadzenie obliczeń tą metodą w wydzielonych quasi-homogenicznych częściach złoża na podstawie wyliczonych semiwariogramów. Powinno to prowadzić do podwyższenia wiarygodności map izoliniowych sporządzanych przy zastosowaniu interpolatora krigingu zwyczajnego.

Podsumowanie

W krigingu zwyczajnym interpolacji wartości parametrów złożowych dokonuje się opierając się na znajomości struktury ich zmienności. Dzięki temu cechują się one – w porównaniu z innymi nie geostatystycznymi metodami – wyższą efektywnością. Znajomość semiwariogramów powinna umożliwiać podejmowanie decyzji co do celowości sporządzania map izolinowych.

Zasadniczą zaletą krigingu jest możliwość obliczania dokładności, z jaką dokonuje się oceny parametru. Stosowanie tej procedury interpolacyjnej stwarza zatem możliwości analizowania stopnia rozpoznania złoża poprzez sporządzanie map błędów interpolacji wartości parametrów złożowych. Mapy błędów interpolacji umożliwiają również ocenę wiarygodności konstruowanych map izolinowych parametrów złożowych. Opracowanie wyników rozpoznania złoża metodą krigingu winno zatem obejmować również sporządzanie map izolinowych błędów interpolacji. Mapy te powinny być dołączane do dokumentacji geologicznej wraz z mapami izolinowymi parametrów złożowych. Procedura krigingu punktowego może również służyć do interpretacji przebiegu granic złoża. Pozwala ona na wyznaczenie interpolowanej granicy i ustalenie błędu jej interpretacji.

Efektywność stosowania procedury krigingu zwyczajnego do interpolacji i sporządzania map izolinowych, zależy od wiarygodności przyjmowanych do obliczeń modeli semiwariogramów parametrów złożowych. O reprezentatywności modeli semiwariogramów decyduje wiele czynników, spośród których istotne znaczenie ma liczebność obserwacji i ich rozmieszczenie. Liczebność obserwacji i ich rozmieszczenie warunkowane są z kolei formą złoża, sposobem jego rozpoznania i kategorią poznania. Brak informacji co do rzeczywistego charakteru zmienności parametrów na małych odległościach zmusza do interpretowania wielkości zmienności lokalnej na podstawie przebiegu semiwariogramu empirycznego. Prowadzić to może do obniżenia wiarygodności sporządzanych map izolinii.

Warunkiem poprawności obliczeń z zastosowaniem krigingu jest właściwa interpretacja struktury zmienności poszczególnych parametrów złożowych, która musi być dokonana przez geologa dokumentującego na podstawie wnikliwej analizy wyników rozpoznania złoża. Wskazuje to na potrzebę głębszego analizowania struktury zmienności parametrów złożowych, a także na konieczność wszechstronnej interpretacji wyników tych badań przed podjęciem obliczeń procedurą krigingu zwyczajnego. Modelowanie struktury zmienności parametrów złożowych winno być oparte na znajomości budowy złoża. Powinno ono obejmować szczegółową analizę statystyczną i geostatystyczną danych, uwzględniającą oceną krzyżową, a także badanie zachowania się semiwariogramów przy różnym kroku odległościowym grupowania danych w celu sprawdzenia stabilności uzyskiwanych funkcji i wybrania optymalnego modelu opisującego zmienność badanego parametru.

Ocena anizotropii powinna stanowić jeden z elementów geostatystycznego opisu zmienności parametrów złożowych. W przypadku stwierdzenia wyraźnego kierunkowego zróżnicowania zmienności, wskazane jest prowadzenie estymacji krigingiem z uwzględnieniem anizotropowych modeli semiwariogramów parametrów złoża. Znajomość procesów geologicznych, budowy złoża i jego genezy winna ułatwiać właściwą interpretację kierunkowego zróżnicowania zmienności parametrów złożowych, przy czym badanie anizotropii wymaga dużej liczebności danych.

Wyniki dotychczasowych badań złóż wskazują, że na większych obszarach często obserwuje się zróżnicowanie średnich wartości parametrów złożowych. Małe fragmenty złóż można jednak najczęściej traktować jako quasi-homogeniczne z uwagi na zróżnicowanie wartości parametrów złożowych, co z kolei uzasadnia stosowanie kriginu zwyczajnego do interpolacji i sporządzania map izolinowych w przypadku złóż zbadanych dostatecznie gęstą siecią rozpoznawczą. Częstym przejawem niejednorodności jest obecność trendu (dryftu) w zróżnicowaniu wartości parametrów złożowych. W takim przypadku do konstrukcji jego mapy izolinowej powinno się stosować metodę kriginu uniwersalnego, co daje możliwość zwiększenia dokładności interpolacji.

Analiza wyników rozpoznania złoża powinna obejmować również ocenę jego jednorodności. Badanie niejednorodności złoża, podobnie jak i anizotropii, wymaga dostatecznie dużo obserwacji, a zatem najczęściej jest ono możliwe w przypadku dokumentowania złóż w wyższych kategoriach rozpoznania. Wykrycie niejednorodności złoża niejednokrotnie umożliwia analiza jego budowy geologicznej, rozkładów oraz semiwariogramów parametrów złożowych. W złożach zagospodarowanych ważnym kryterium klasyfikacji pozostaje sposób eksploatacji i ich podział na poziomy, piętra czy pola wydobywcze. W przypadku stwierdzenia niejednorodności złoża wskazane jest prowadzenie estymacji kriginem oddzielnie w partiach uznanych za quasi-jednorodne, opartej na ustalonych dla nich modelach semiwariogramów parametrów złożowych. Zwiększenie dokładności interpolacji, a wskutek tego wiarygodności tworzonych map izolinowych, jest także możliwe dzięki zastosowaniu bardziej zaawansowanych, nieparametrycznych (nielinowych) procedur kriginowych (np. kriginu probabilistycznego) i geostatystycznych technik symulacyjnych. Są to jednak metody bardzo pracochłonne, których zastosowanie wymaga odpowiedniego specjalistycznego oprogramowania. Ich opis oraz przykłady wykorzystania do sporządzania map izolinowych można znaleźć m.in. w artykułach J. Muchy i M. Wasilewskiej (2006, 2007a,b).

Praca wykonana w ramach badań statutowych AGH nr 11.11.140.562

Literatura

- Armstrong M., 1984 – Common problems seen in variograms. *Mathematical Geology*, vol. 16, no. 3, p. 305–313.
- Clark I., 1986 – The art of cross validation in geostatistical application. *Proceedings of 19th APCOM Symposium*, Penn State.
- Cressie N., 1985 – When are relative variograms useful in Geostatistics. *Mathematical Geology*, vol. 17, no. 7, p. 693–702.
- Cressie N., Hawkins D.H., 1980 – Robust estimators of the variogram. *Mathematical Geology*, vol. 12, no. 2, p. 115–126.
- Galli A., Meunier G., 1987 – Study of a gas reservoir using the external drift method. In: *Geostatistical case studies*. G. Matheron (Ed.). Reidel Publishing Company, Dordrecht.
- Isaaks E.H., Srivastava R.M., 1988 – Spatial continuity measures for probabilistic and deterministic geostatistics. *Mathematical Geology*, vol. 20, no. 4, p. 313–341.
- Journel A.G., Huijbregts CH.J., 1978 – *Mining Geostatistics*. Academic Press, London.
- Kokesz Z., 1991 – Geostatistical reserves estimation for native sulphur deposits mined by underground melting. *Science de la Terre*, ser. Inf., Nancy, nr 31, p. 223–238.
- Kokesz Z., 1992 – Zastosowanie metod geostatystycznych do wyznaczania granic złoża i oceny dokładności rozpoznania zasobów. *Górnictwo Odkrywkowe* nr 3–4, s. 27–38.

- Kokesz Z., 2006a – Geostatystyczna charakterystyka pokładów węgla w Górnośląskim Zagłębiu Węglowym. *Górnictwo Odkrywkowe* nr 1–2, s. 66–75.
- Kokesz Z., 2006b – Trudności i ograniczenia w geostatystycznym modelowaniu zmienności złóż i szacowaniu zasobów metodą krigingu. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi* t. 22, z. 3, s. 5–20.
- Kokesz Z., 2010a – Uwarunkowania stosowania krigingu zwyczajnego do sporządzania map izoliniowych. *Biuletyn PIG* nr 439, s. 403–408.
- Kokesz Z., 2010b – Korzyści sporządzania map izoliniowych procedurą krigingu zwyczajnego. *Górnictwo Odkrywkowe* nr 2, s. 91–95.
- Kokesz Z., Kotowski M., Mucha J., 2002 – Wykorzystanie badań geofizycznych i metod geostatystycznych przy dokumentowaniu złoża kopaliny skaleniowej. *Górnictwo Odkrywkowe* nr 2–3, s. 42–47.
- Moinard L., 1987 – Application of kriging to the mapping of a reef from wireline logs and seismic data: case history. [In:] *Geostatistical case studies*. G. Matheron (Ed.). Reidel Publishing Company, Dordrecht.
- Mucha J., 2001 – Bariery i ograniczenia geostatystycznej oceny parametrów złożowych. *Zeszyty Naukowe AGH, Geologia* t. 27, z. 2–4, s. 641–658.
- Mucha J., 2002 – Struktura zmienności zawartości Zn i Pb w śląsko–krakowskich złożach rud Zn–Pb. *Studia, Rozprawy, Monografie* nr 108, Wyd. IGSMiE PAN, Kraków.
- Mucha J., Kokesz Z., 2002 – Modelowanie geostatystyczne parametrów złoża kopaliny skaleniowej Karpniki. *Górnictwo Odkrywkowe* nr 2–3, s. 37–41.
- Mucha J., Wasilewska M., 2005a – Dokładność interpolacji zawartości siarki i popiołu w wybranych pokładach węgla kamiennego GZW. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi* t. 21, z. 1, s. 6–21.
- Mucha J., Wasilewska M., 2005b – Prognozowanie wielkości błędów interpolacji parametrów złożowych pokładów węgla kamiennego GZW. *Miesięcznik WUG* nr 6, s. 23–24.
- Mucha J., Wasilewska M., 2006 – Nieparametryczne geostatystyczne metody interpolacji parametrów wybranych złóż. *Przegląd Górniczy* nr 1, s. 24–30.
- Mucha J., Wasilewska M., 2007a – Geostatystyka nieparametryczna w dokumentowaniu złóż. *Miesięcznik WUG*, nr 6, s. 21–23.
- Mucha J., Wasilewska M., 2007b – Zastosowanie geostatystyki nieparametrycznej do szacowania parametrów złożowych na przykładzie wybranego złoża miedzi LGOM. *Biuletyn PIG* nr 423, s. 205–214.
- Namysłowska-Wilczyńska B., 1993 – Zmienność złóż rud miedzi na monoklinie przedsudeckiej w świetle badań geostatystycznych. *Prace Naukowe Instytutu Geotechniki i Hydrotechniki Politechniki Wrocławskiej*, s. Monografie, nr 21.
- Namysłowska-Wilczyńska B., 2006 – Geostatystyka. Teoria i zastosowanie. Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
- Nieć M., 2002 – Problem dokumentowania granic złóż i jego znaczenie dla gospodarki złożem. *Górnictwo Odkrywkowe* t. XLIV, nr 2–3, s. 59–62.
- Nieć M., Mucha J., Kokesz Z., 1988 – Geological background for geostatistical models. *Science de la Terre*, ser. Inf., Nancy nr 27, s. 263–278.
- Surfer 8 User's Guide. Golden Software 2002, Inc. Colorado.