

Jacek MUCHA*, Monika WASILEWSKA-BŁASZCZYK**,
Paulina WAWRZUTA***

Uwarunkowania geostatystycznego modelowania złóż Cu-Ag LGOM dla projektowania eksploatacji uśredniającej

Streszczenie: Stabilizacja jakości urobku wydobywanego ze złóż LGOM wpływa znacząco na płynność i efektywność procesu wzbogacania rudy. Sprzyja jej prowadzenie eksploatacji uśredniającej pod warunkiem, że dysponuje się wiarygodnym modelem rozmieszczenia zawartości Cu w przestrzeni złożowej. W referacie przedstawiono uwarunkowania takiego modelowania dokonanego geostatystyczną metodą krigingu 3D dla wytypowanych fragmentów złoża Polkowice–Sieroszowice. Rozpatrzono i zaproponowano rozwiązania dla niektórych aspektów zagadnienia, m.in. takich jak: inspekcja danych podstawowych, regularyzacja próbek cząstkowych, sposób przestrzennego opisu zmienności metalu, uwzględnianie nachylenia serii złożowej, modelowanie powierzchni rozdzielających serie litologiczne, zasady interpolacji blokowej i doboru próbek do interpolacji. Pełna ocena efektywności i przydatności metody krigingu 3D dla prognozy jakości urobku wymaga praktycznej weryfikacji oszacowań teoretycznych na drodze właściwie zaplanowanego eksperymentu. Winien on obejmować porównanie – w dłuższej perspektywie czasowej – oszacowań jakości rudy w blokach przewidzianych do eksploatacji z wynikami produkcji.

Słowa kluczowe: złoża rud Cu, modelowanie 3D, geostatystyka, kriging 3D

Conditioning of geostatistical modeling of Cu-Ag deposit for the Planning of Mining Stabilizing Output Quality

Abstract: Stabilization of output quality from Polish Cu ore deposit is one of the main factors which influence the effectiveness of process of ore enrichment. Planning of optimal scenario of ore exploitation is conditioned by reliable model of spatial distribution of Cu contents. The problems of 3D deposit modelling using geostatistical procedure of the 3D kriging, illustrated by an example of the Cu content estimation in the Polkowice–Sieroszowice deposit, have been reviewed and commented. These are especially: inspection of basic data, description of 3D metal variability by means of semivariograms, 2D modelling of top and bottom surfaces of ore types, principles of block interpolation, selection of optimal dimensions of elementary calculation blocks and

* Dr hab. inż., prof. AGH, ** Dr inż., *** Mgr inż., Akademia Górniczo-Hutnicza, WGGiOŚ, KGZiG, Kraków; e-mail: mucha@agh.edu.pl, monika.wasilewska@agh.edu.pl

number of data taken for estimation of grades. The necessity of practical verification of mean Cu content estimation in exploitation blocks based on 3D modeling results, has been emphasized.

Key words: Cu ore deposit, 3D modeling, geostatistics, 3D kriging

Wprowadzenie

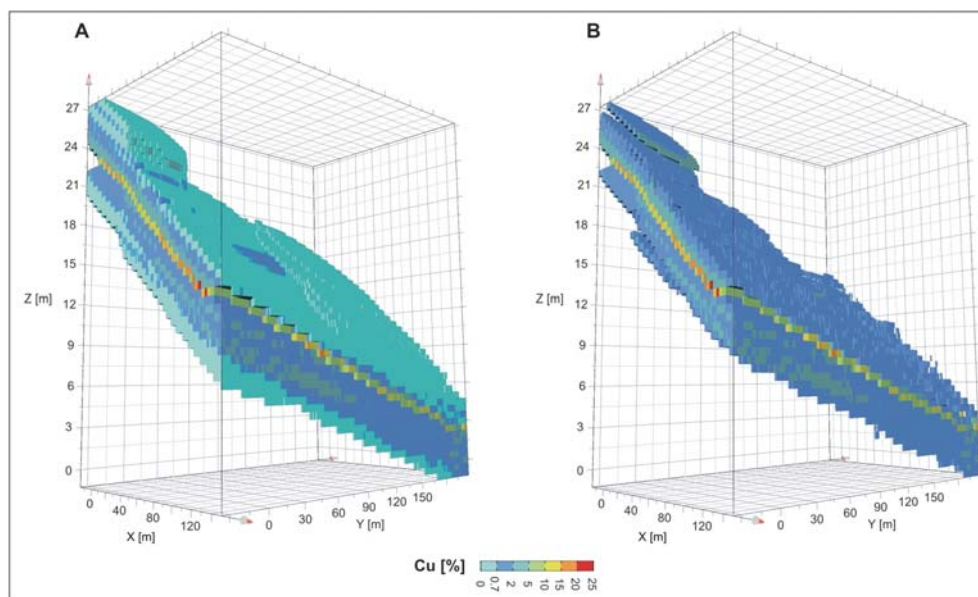
Jednym z czynników wpływających znacząco na płynność i efektywność procesu wzbogacania rudy jest stabilizacja jakości urobku. W warunkach kopalń Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego (LGOM) oznacza to zapewnienie zbliżonych średnich zawartości Cu w kolejnych partiach nadawy kierowanej do przeróbki. Możliwe jest to przez prowadzenie eksploatacji uśredniającej, która wymaga opracowania odpowiedniego scenariusza wydobycia uwzględniającego liczbę, wielkość i lokalizację przodków eksploatacyjnych, a przede wszystkim kolejność ich wybierania. Można wówczas oczekiwać, iż zawartość metalu w urobku pochodzącym z wielu równolegle eksploatowanych przodków będzie, po jego uprzednim wymieszaniu, mieścić się w przedziałach akceptowalnych przez zakłady wzbogacania rud.

Warunkiem koniecznym osiągnięcia założonego celu jest skonstruowanie wiarygodnego modelu trójwymiarowego (3D) rozmieszczenia zawartości Cu w przestrzeni złożowej (w złożu bilansowym i jego otoczeniu). Ten rodzaj modelowania złóż rud nie należy do zadań łatwych i wymaga dobrej znajomości zarówno budowy geologicznej złoża i szczegółów jego rozpoznania, jak również dobrego opanowania metodyki modelowania i umiejętności obsługi odpowiedniego oprogramowania komputerowego.

W pracy podsumowano dotychczasowe doświadczenia i badania prowadzone w Katedrze Geologii Złożowej i Górniczej AGH nad modelowaniem 3D polskich złóż Cu-Ag z zastosowaniem geostatystycznej procedury krigingu zwyczajnego przy zastosowaniu oprogramowania ISATIS (v.9.05) opracowanego przez francuską firmę Geovariances. Niektóre wątki zagadnienia modelowania trójwymiarowego złóż były przedmiotem wcześniejszych publikacji (Mucha, Wasilewska 2009a,b; Mucha, Wasilewska-Błaszczuk 2010).

1. Uwarunkowania geostatystycznego modelowania złoża

Geostatystyczna procedura krigingu 3D umożliwia oszacowanie zawartości Cu w niewielkich, identycznych co do wielkości, porcjach złoża (miniblokach) zlokalizowanych w złożu i jego bezpośrednim otoczeniu. Kompozycja minibloków tworzy mozaikowy model rozkładu przestrzennego zawartości Cu (rys. 1). Numeryczna wersja takiego modelu pozwala na szybkie oszacowanie średniej zawartości Cu w dowolnym fragmencie przestrzeni złożowej (bloku) po zadaniu jego granic. Oszacowanie jakości rudy w bloku sprowadza się do prostego, arytmetycznego uśrednienia oszacowań zawartości metalu w miniblokach, których centra zlokalizowane są w obrębie bloku. Uzyskanie zadowalających dokładności oszacowań zawartości Cu w bloku możliwe jest jedynie w przypadku modelu złoża, który dość wiernie odzwierciedla rzeczywiste zawartości Cu w miniblokach. W praktyce droga prowadząca do skonstruowania dostatecznie wiarygodnego modelu złoża, szczególnie złoża rud Cu-Ag, jest trudna i żmudna i nie zawsze gwarantuje uzyskanie oczekiwanych wy-



Rys. 1. Modele przestrzenne rozmieszczenia zawartości Cu uzyskane geostatystyczną metodą kriginu 3D dla serii litologicznych rozpatrywanych oddzielnie (fragment obszaru PO-23 złoża Polkowice–Sieroszowice)
 A – wszystkie oszacowane w minibłokach zawartości Cu, B – tylko oszacowane zawartości Cu > 0,7%

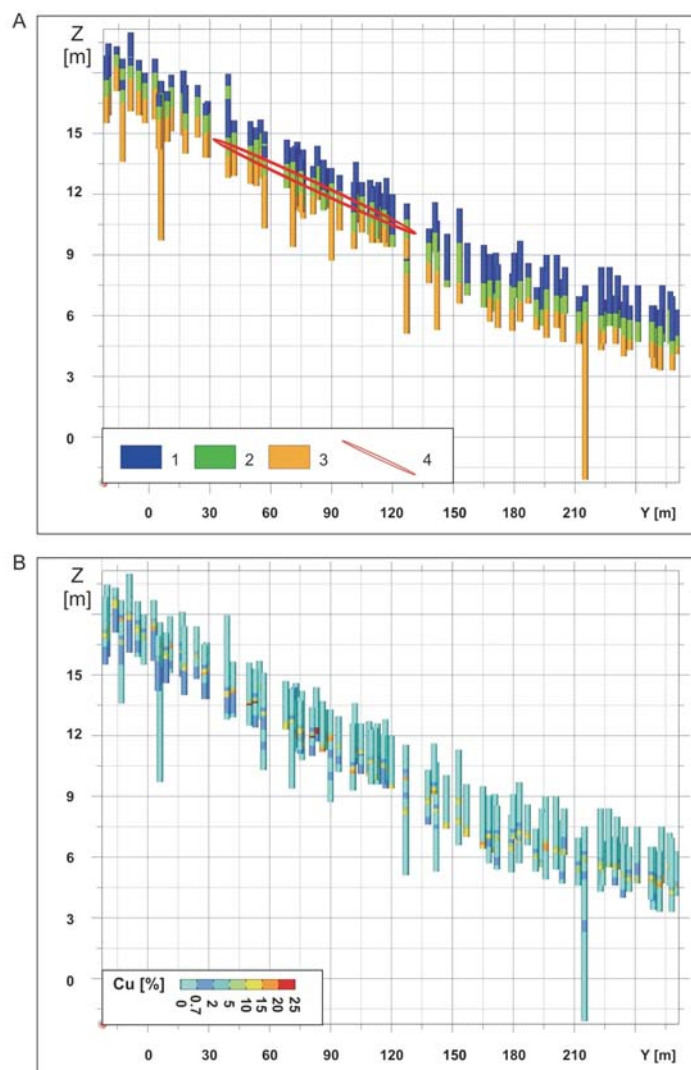
Fig. 1. Models of spatial distribution of Cu content obtained with geostatistical procedure of 3D kriging for ore types considered separately (part of Polkowice – Sieroszowice deposit)
 A – all estimated Cu contents in elementary blocks, B – only estimated Cu contents > 0.7%

ników. Podstawowe uwarunkowania poprawnego modelowania rozmieszczenia zawartości Cu, ilustrowane przykładami dla fragmentów złoża Polkowice–Sieroszowice, przedstawiono skrótowo w rozdziałach 3 i 4. Odnoszą się one w pierwszej kolejności do opisu i modelowania przestrzennej struktury zmienności metalu oraz – w drugiej kolejności – do oszacowań zawartości metalu w minibłokach i blokach obliczeniowych z zastosowaniem geostatystycznej procedury kriginu 3D.

2. Geostatystyczny opis zmienności zawartości Cu

Jedną z cech odróżniających geostatystyczną procedurę kriginu od innych metod szacowania wartości parametrów złożowych jest oparcie jej na opisie struktury zmienności parametrów realizowanym za pomocą tzw. semiwariogramów i przybliżających je funkcji zwanych geostatystycznymi modelami zmienności. Wyrażają one w sposób liczbowy zależność między średnim zróżnicowaniem wartości rozpatrywanego parametru i wzrastającą odległością punktów ich pomiaru (opróbowań). W przypadku trójwymiarowego modelowania złoża również semiwariogramy winny opisywać zmienność zawartości metalu w przestrzeni trójwymiarowej.

Przed obliczeniem semiwariogramów 3D należy dokonać starannej inspekcji wyników opróbowań dla wykrycia i eliminacji grubych błędów, spowodowanych przykładowo pomyłkami w lokalizacji próbek cząstkowych lub pomyłkami w rejestracji typu litologicznego rudy. Ułatwia to przestrzenna wizualizacja (3D) sposobu opróbowania złoża (rys. 2). Za-



Rys. 2. Lokalizacja przestrzenna prób w rzucie na płaszczyznę pionową z uwzględnieniem podziału na serie litologiczne (A) oraz zawartości Cu (B) (fragment obszaru PO-23 złoża Polkowice – Sierszowice)
 1 – seria dolomitowa, 2 – seria łupkowa, 3 – seria piaskowcowa, 4 – elipsoida zliczania danych $50 \times 50 \times 0,2$ m

Fig. 2. Spatial location of samples in projection onto vertical plane; A – types of ore, B – Cu contents (part of Polkowice – Sierszowice deposit)
 1 – dolomite ore, 2 – black shale ore, 3 – sandstone ore, 4 – search ellipsoid ($50 \times 50 \times 0.2$ m)

niechanie kontroli danych podstawowych, w przypadku występowania błędów grubych, czyni obliczone semiwariogramy niewiarygodnymi, a ich modele mało przydatnymi.

Obliczanie semiwariogramów zawartości Cu, z uwagi na zróżnicowane długości próbek cząstkowych (odcinkowych) musi być poprzedzone procedurą ich regularyzacji. Polega ona na ujednoczeniu i przypisaniu im jednej długości, czemu towarzyszy odpowiednie przeliczenie zawartości Cu oparte na średniej ważonej. Z reguły dąży się do tego, aby próbka zregularyzowana miała długość zbliżoną do średniej arytmetycznej długości wszystkich próbek odcinkowych. Pomocne w tym względzie jest wstępne, statystyczne opracowanie danych podstawowych, ułatwiające podjęcie decyzji co do ostatecznej długości próbki zregularyzowanej.

Niekorzystny, ale trudny do ilościowej oceny, wpływ na wiarygodność opisu zmienności ma występowanie tzw. prób bruzdowych niekompletnych (niedogłębionych), w których skrajne próby cząstkowe mają zawartości Cu większe od brzeżnych (0,7%). Można przypuszczać, że w większości przypadków obejmują one jedynie część złoża w profilu pionowym, co może zniekształcić opisywany za pomocą semiwariogramów obraz zmienności metalu w przestrzeni złożowej.

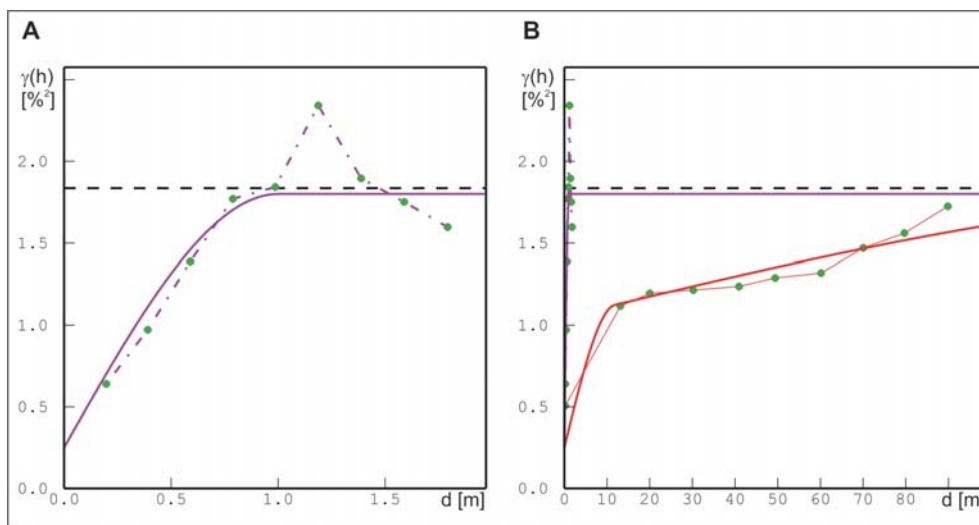
Trudności w poprawnym opisie zmienności metalu pogłębia nierównomierny rozstaw próbek cząstkowych w kierunkach pionowych (nieznaczne odległości – praktycznie opróbowanie ciągle) i poziomych (ok. 20 m), co komplikuje kwestię badania anizotropii zmienności. Rozwiązanie tego problemu wymagałoby radykalnej zmiany systemu opróbowania i wiązałoby się zapewne ze wzrostem jego kosztów i pracochłonności.

Modelowanie semiwariogramów utrudnia również duża zmienność zawartości Cu w próbkach cząstkowych (zregularyzowanych), z oczywistych względów znacznie większa niż w próbkach bruzdowych. Przykładowo, w rejonie PO-23 złoża Polkowice–Sieroszowice współczynnik zmienności zawartości Cu w próbach bruzdowych (w granicach złoża bilansowego – 98 danych) wynosi 20%, natomiast w próbkach zregularyzowanych o zawartościach Cu >0,7% (1949 danych) aż 116%. Skutkuje to zazwyczaj skomplikowanym i niewygodnym do interpretacji przebiegiem semiwariogramów.

Modelowanie struktury zmienności zawartości Cu i w konsekwencji szacowanie jej zawartości w miniblokach przy wykorzystaniu procedury krigingu 3D winno odbywać się oddzielnie dla poszczególnych serii litologicznych, co znacząco zwiększa jego pracochłonność.

W przypadku złoża wyraźnie nachylonego znacznie lepsze rezultaty modelowania zmienności uzyskuje się w przypadku przyjęcia jako płaszczyzny odniesienia płaszczyzny zrotowanej, zorientowanej równoległe do płaszczyzny stropu piaskowca zamiast płaszczyzny poziomej. Wniosek ten znajduje swoje potwierdzenie w wynikach testów weryfikujących poprawność modeli geostatystycznych. Zmienność zawartości Cu w przestrzeni złożowej ma charakter anizotropowy, jednak na ogół można założyć izotropowy charakter zmienności w płaszczyznach równoległych do płaszczyzny zrotowanej (rys. 3).

Za nie do końca rozwiązany można uznać problem doboru danych do modelowania zmienności 3D. Uwzględnianie wszystkich próbek cząstkowych, a szczególnie tych zlokalizowanych znacznie powyżej stropu lub poniżej spągu złoża bilansowego, powoduje znaczne obniżenie obserwowanej zmienności zawartości Cu i skutkuje zaniżeniem wielkości prognozowanych, teoretycznych błędów oszacowania zawartości Cu w miniblokach i blokach obliczeniowych. Racjonalne wydaje się w tym przypadku uwzględnianie w profilu



Rys. 3. Przykład semiwariogramów przestrzennych zawartości Cu wraz z dobranymi modelami dla serii dolomitowej (rejon PO-23, złożo Polkowice): A – zmienność pionowa, B – zmienność (izotropowa) w płaszczyźnie nachylonej zgodnie z nachyleniem złoża

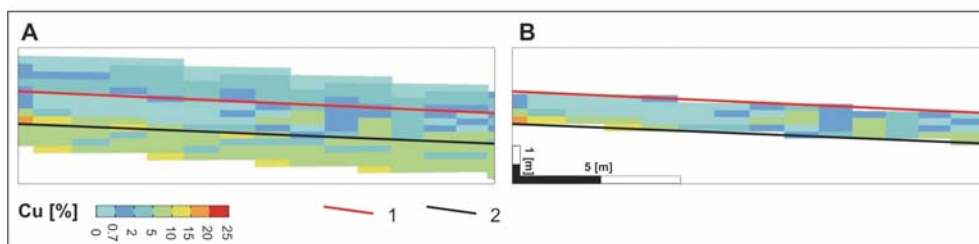
Fig. 3. Example of 3D semivariograms of Cu contents and their models for dolomite ore (part of Polkowice deposit): A – vertical variability, B – isotropic variability in reference plane parallel to deposit slope

pionowym co najwyżej 2–5 próbek cząstkowych poza złożem bilansowym, co wyczerpuje w praktyce zasięg możliwych przybierek skały płonnej lub rudy pozabilansowej obejmowanych furką eksploatacyjną.

3. Modelowanie rozmieszczenia zawartości Cu

Identycznie jak w przypadku opisu struktury zmienności, modelowanie rozmieszczenia metalu w przestrzeni złożowej powinno być wykonywane oddzielnie dla poszczególnych typów rud. Wymusza to stworzenie modelu 2D powierzchni rozdzielających serie litologiczne. Wykorzystuje się do tego celu proste interpolatory deterministyczne (np. z wagowaniem na odwrotność odległości). Interpolację rzędnej stropowej i spągowej danej serii litologicznej przeprowadza się w odpowiednio gęstej siatce interpolacji 2D, kompatybilnej z siatką interpolacji 3D, w której będą w późniejszym etapie szacowane zawartości Cu. Na rysunku 4 pokazano przykład wyznaczania powierzchni stropowej i spągowej serii łupkowej przy zastosowaniu siatki interpolacyjnej o rozmiarach 1x1m. Minibloki z oszacowanymi zawartościami Cu, których centra nie mieszczą się w przestrzeni zawartej między tymi powierzchniami, zostają wyeliminowane i nie są uwzględniane przy kompozycji modeli 3D dla różnych serii. Modelowanie 2D powierzchni rozgraniczających serie litologiczne obarczone jest jak każda interpolacja pewnymi błędami, o trudnym do ustalenia znaczeniu dla wiarygodności późniejszego modelowania 3D.

Modelowanie dla wszystkich serii litologicznych traktowanych łącznie jest niepoprawne zarówno z metodycznego jak i technologicznego punktu widzenia. W pierwszym przypadku



Rys. 4. Przekrój przez fragment modelu 3D zawartości miedzi w serii łupkowej oraz wymodelowane w przestrzeni 2D powierzchnie stropu i spągu łupka (rejon Mo01, złożo Sieroszowice), przed (A) i po (B) wyeliminowaniu minibloków usytuowanych poza łupkiem
1 – strop serii łupkowej, 2 – spąg serii łupkowej

Fig. 4. Cross-section through the 3D model of the Cu content spatial distribution within the black shale ore (part of the Sieroszowice deposit) and 2D models of top and bottom surfaces of black shale ore, A – all elementary blocks, B – after excluding elementary blocks outside of black shale ore
1 – top surface of black shale ore, 2 – bottom surface of black shale ore

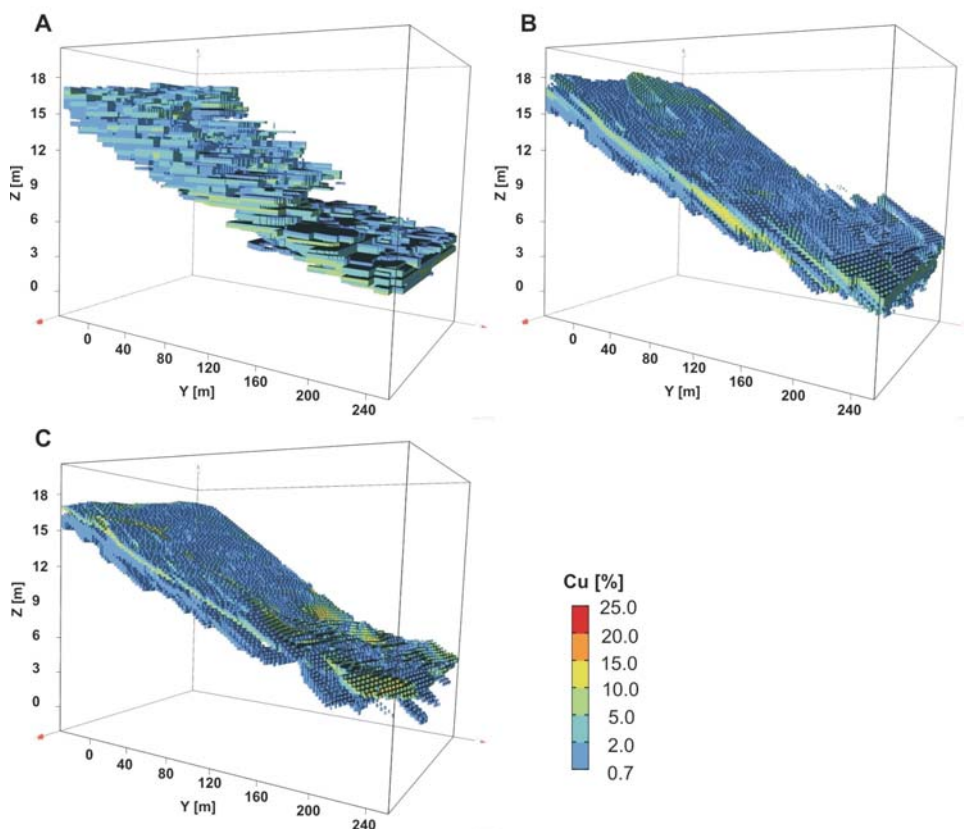
związane to jest ze statystyczną niejednorodnością zbioru oznaczeń Cu, o znacznie wyższych zawartościach w rudzie łupkowej niż w rudzie dolomitowej i piaskowcowej oraz „rozmywaniem” szacowanej zawartości Cu na granicach tych serii w procedurze krigingu 3D (rys. 5).

Celowość oddzielnego modelowania i szacowania zawartości Cu uzasadniają również odmienne właściwości fizykomechaniczne i teksturalne różnych typów rud, a przede wszystkim ich podatność na wzbogacanie (flotowalność). Ujemną stroną tego postępowania jest zmniejszenie liczności zbiorów danych poddawanych modelowaniu zmienności, co ogranicza możliwości badania ważnego elementu opisu zmienności, jakim jest jej anizotropia, uwzględniana w algorytmach szacowania zawartości Cu metodą krigingu.

Szacowanie zawartości Cu w miniblokach może nastęrczać pewne trudności w doborze parametrów zliczania danych w przypadku silniejszego nachylenia serii złożowej ($>10^\circ$). Przeprowadzone badania wskazują, że najlepsze wyniki oszacowań uzyskuje się przy orientacji strefy (elipsoidy) wyszukiwania danych zgodnej z nachyleniem serii złożowej (rys. 5). Przy dużej zmienności tego nachylenia dobór optymalnej orientacji elipsoidy dla całego obszaru oszacowań może być jednak trudny.

Sposób i gęstość opróbowania złoża rud Cu-Ag w wyrobiskach górniczych kopalń LGOM zapewnia wymaganą dokładność oszacowania zasobów i jakości rudy w dużych partiach złoża, eksploatowanych przykładowo w okresach kwartalnych lub półrocznych. Wystarczające do tego celu jest zastosowanie dwuwymiarowych metod geostatystycznych opartych na zawartościach Cu w próbkach cząstkowych uśrednionych w pionie w granicach wyznaczonego złoża bilansowego. Z uwagi na nieuniknione przybierki skał płonnych i rudy pozabilansowej skuteczna prognoza jakości urobku uzyskiwanego w krótkich okresach czasu (dni – tygodni) wymaga precyzyjnego modelu 3D rozmieszczenia zawartości Cu w małej skali obserwacji. Z tego punktu widzenia stosowana sieć opróbowania może często okazać się zbyt rzadką.

Elementarne jednostki wydobywcze (bloki eksploatacyjne) ze względu na relatywnie małe rozmiary mogą być częściowo lokalizowane pomiędzy próbami bruzdowymi lub

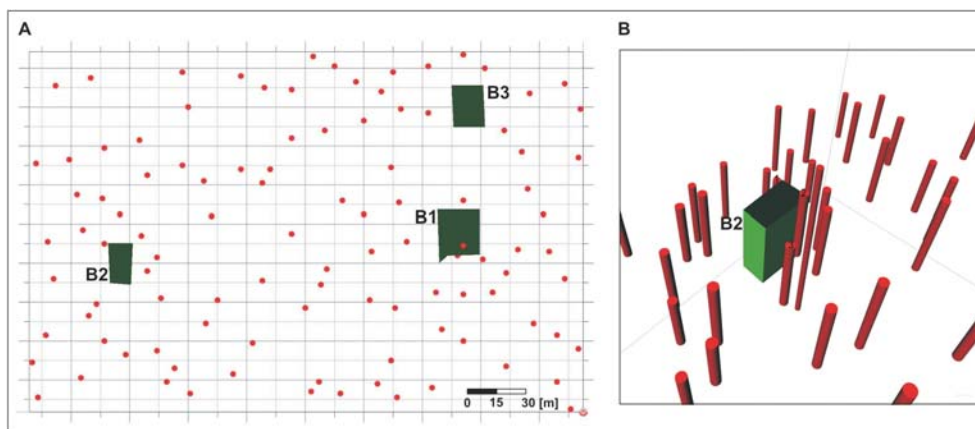


Rys. 5. Modele przestrzenne rozmieszczenia zawartości Cu uzyskane geostatystyczną metodą krigingu 3D dla serii litologicznych rozpatrywanych łącznie z elipsoidą poziomą wyszukiwania danych (A), serii litologicznych rozpatrywanych łącznie z elipsoidą ułożoną zgodnie ze stropem piaskowca (B) oraz serii litologicznych rozpatrywanych oddzielnie z elipsoidą ułożoną zgodnie ze stropem piaskowca (C) (fragment obszaru Mo-01 złoża Sieroszowice)

Fig. 5. Models of spatial distribution of Cu contents with geostatistical method of 3D kriging for: A – all types of ore, horizontal search ellipsoid, B – all types of ore, search ellipsoid parallel to top surface of sandstone ore, C – types of ore considered separately, search ellipsoid parallel to top surface of sandstone ore (part of the Sieroszowice deposit)

zawierać pojedyncze próby, często usytuowane na ich peryferiach (rys. 6). Skutkuje to różną dokładnością oszacowań średnich zawartości Cu w blokach przewidzianych równocześnie do eksploatacji, wyrażoną zróżnicowanymi wartościami teoretycznych błędów oszacowań. Przykładowo, przy uwzględnieniu 2 najbliższych prób bruzdowych, błędy bezwzględne oszacowań zawartości Cu dla bloków zaznaczonych na rysunku 6 wynoszą: B1– 0,56% Cu, B2 – 0,35% Cu, B3 – 1,26% Cu.

Dokładność szacowania uzależniona jest w pewnym stopniu od właściwego doboru rozmiarów minibloków, których suma tworzy szacowany blok złoża, oraz liczby i rozmieszczenia próbek z oznaczeniami zawartości Cu, które powinny być uwzględnione w oszacowaniu. Dotychczasowe doświadczenia wskazują, że dobre rezultaty uzyskuje się dla



Rys. 6. Przykłady różnej lokalizacji bloków przewidzianych do eksploatacji (B1, B2, B3) względem punktów opróbowania: A – widok 2D, B – widok 3D

Fig. 6. Examples of different locations of exploitation blocks (B1, B2, B3) in relation to sampling sites: A – 2D view, B – 3D view

minibloków o rozmiarach $1 \times 1 \times 0,2$ m, natomiast dane do oszacowania należy zbierać w 4 sektorach (kwadrantach), maksymalnie po 2 dane w każdym sektorze.

Ostatnim etapem prognozy jakości urobku uzyskiwanego w pewnym przedziale czasowym jest oszacowanie średniej zawartości Cu w zespole bloków złoża przewidzianych do wydobywania w tym czasie. Istotną jest w tym przypadku również ocena dokładności oszacowania, która może być trudna, ze względu na wzajemne skorelowanie oszacowań w blisko położonych blokach.

Podsumowanie i wnioski

Przedstawione uwarunkowania i aspekty geostatystycznego modelowania 3D złóż rud Cu-Ag LGOM uświadamiają trudności wdrożenia tej metody do praktyki projektowania eksploatacji uśredniającej. Badania przeprowadzone na niewielkich fragmentach złoża Polkowice–Sieroszowice dają jedynie teoretyczne odpowiedzi na część pytań związanych z procedurą modelowania. Możliwości zdobycia nowych doświadczeń w zakresie modelowania trójwymiarowego – opierając się wyłącznie na zbiorach danych testowych – zostały w znacznym stopniu wyczerpane. Pełna ocena efektywności i przydatności tej metody dla prognozy jakości urobku wymaga praktycznej weryfikacji oszacowań teoretycznych na drodze właściwie zaplanowanego eksperymentu, obejmującego porównanie w dłuższej perspektywie czasowej oszacowań jakości rudy w blokach przewidzianych do eksploatacji z wynikami produkcji.

Praca wykonana została w ramach badań statutowych KGZiG AGH nr 11.11.140.562.

Literatura

- Mucha J., Wasilewska M., 2009a – Trójwymiarowe modelowanie wartości parametrów złożowych metodą krigingu zwyczajnego 3D. *Kwartalnik AGH Geologia* t. 35, z. 2/1, s. 167–174.
- Mucha J., Wasilewska M., 2009b – Trójwymiarowe modelowanie złóż metodą krigingu 3D dla prognozowania jakości urobku – szanse i trudności. *Mat. XIX Konferencji z cyklu „Aktualia i perspektywy gospodarki surowcami mineralnymi”*, Ryto, 4–6 listopada 2009, Wyd. IGSMiE PAN, Kraków, s. 223–231.
- Mucha J., Wasilewska – Błaszczak M., 2010 – Prognoza jakości urobku metodami geostatystyki 3D – perspektywy i ograniczenia. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi* t. 26, z. 2, s. 57–67.