

APARATURA

BADAWCZA I DYDAKTYCZNA

Analiza ścian zewnętrznych i ich złączy w aspekcie ciepno-wilgotnościowym

KRZYSZTOF PAWŁOWSKI

**UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNO-PRZYRODNICZY W BYDGOSZCZY, WYDZIAŁ BUDOWNICTWA
I INŻYNIERII ŚRODOWISKA, KATEDRA BUDOWNICTWA OGÓLNEGO I FIZYKI BUDOWLI**

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono analizę ścian zewnętrznych i ich złączy w świetle obowiązujących przepisów i norm przedmiotowych. Wykonano obliczenia podstawowych parametrów cieplnych i wilgotnościowych.

The analysis of external walls and them joints in hygrothermal aspect

ABSTRACT

The analysis of external walls and them joints according to current regulations and standards have been presented in this paper. The basic hygrothermal parameters have been calculated.

1. WSTĘP

Budowa, struktura i właściwości ścian zewnętrznych i ich złączy zależą od spełnienia jej podstawowych funkcji oraz optymalizacji parametrów mikroklimatu pomieszczeń [1].

Obecnie na rynku jest coraz więcej nowych wyrobów budowlanych umożliwiających wprowadzenie zmian technologicznych w budownictwie. Nowe technologie wpływają na zmniejszenie kosztów i skrócenie czasu budowy, lekkość konstrukcji na ograniczenie zużycia energii na ogrzewanie. Architekci mają większe możliwości projektowania, tworzenia bardziej estetycznych budowli i całych osiedli. Należy zwrócić uwagę na to, aby wyroby stosowane do wznoszenia obiektów mieszkaniowych i użyteczności publicznej spełniały podstawowe wymagania:

- nośności i stateczności,
- bezpieczeństwa pożarowego,
- prawidłowych warunków higieniczno-zdrowotnych w pomieszczeniach,
- bezpieczeństwa użytkowania,
- ochrony przed hałasem i drganiami,
- izolacyjności termicznej zapewniającej oszczędność energii [2].

W literaturze przedmiotowej można spotkać wiele podziałów i klasyfikacji ścian w budynku. W Tabeli 1 przedstawiono przykładowe rozwiązania materiałowe ścian zewnętrznych.

Podstawowe wymagania cieplno-wilgotnościowe zostały sformułowane w Rozporządzeniu [3]. W aspekcie cieplnym przewidziano dwie metody, pozwalające spełnić wymaganie w nowo projektowanych, jak i przebudowywanych budynkach:

- pierwsza polega na takim zaprojektowaniu przegród w budynku, aby wartości współczynników

przenikania ciepła U [$W/(m^2 \cdot K)$] przegród zewnętrznych, okien, drzwi oraz technika instalacyjna odpowiadały wymaganiom izolacyjności cieplnej,

- druga to zaprojektowanie budynku pod kątem zapotrzebowania na nieodnawialną energię pierwotną na jednostkę powierzchni pomieszczeń o regulowanej temperaturze powietrza w budynku, lokalu mieszkalnym lub części budynku stanowiącej samodzielną całość techniczno-użytkową – EP [$kWh/(m^2 \cdot rok)$].

Natomiast w zakresie oceny wilgotnościowej ścian zewnętrznych i ich złączy wymagania zostały sformułowane w Rozporządzeniu [3] – §321:

„§321.1. Na wewnętrznej powierzchni nieprzezroczystej przegrody zewnętrznej nie może występować kondensacja pary wodnej umożliwiająca rozwój grzybów pleśniowych.

2. We wnętrzu przegrody, o której mowa w ust. 1, nie może występować narastające w kolejnych latach zawilgocenie spowodowane kondensacją pary wodnej.

3. Warunki określone w ust. 1 i 2 uważa się za spełnione, jeśli przegrody odpowiadają wymaganiom określonym w pkt 2.2.4. załącznika nr 2 do rozporządzenia.”

Warunki spełnienia wymagań dotyczących powierzchniowej kondensacji pary wodnej podaje załącznik nr 2 Rozporządzenia [3]:

„2.2.1. W celu zachowania warunku, o którym mowa w §321.1. rozporządzenia, w odniesieniu do przegród zewnętrznych budynków mieszkalnych, zamieszkania zbiorowego, użyteczności publicznej i produkcyjnych, rozwiązania przegród zewnętrznych i ich węzłów konstrukcyjnych powinny charakteryzować się współczynnikiem temperaturowym f_{Rsi} o wartości

Tabela 1. Przykładowe rozwiązania materiałowe ścian zewnętrznych

ściana jednowarstwowa	– bloczek z ceramiki poryzowanej – bloczek z betonu komórkowego – bloczek z kermzytobetonu
ściana dwuwarstwowa	– warstwa konstrukcyjna: cegła kratówka, bloczek z betonu komórkowego, bloczek wapienno-piaskowy – warstwa izolacyjna: styropian, wełna mineralna
ściana trójwarstwowa	– warstwa konstrukcyjna: cegła kratówka, bloczek z betonu komórkowego, bloczek wapienno-piaskowy – warstwa izolacyjna: styropian – warstwa elewacyjna: cegła klinkierowa, bloczek wapienno-piaskowy
ściana szczelinowa	– warstwa konstrukcyjna: cegła kratówka, bloczek z betonu komórkowego, bloczek wapienno-piaskowy – warstwa izolacyjna: wełna mineralna – szczelina powietrzna – warstwa elewacyjna: cegła klinkierowa, bloczek wapienno-piaskowy

nie mniejszej niż wymagana wartość krytyczna, obliczona zgodnie z Polską Normą dotyczącą obliczania temperatury powierzchni wewnętrznej koniecznej do uniknięcia krytycznej wilgotności powierzchni i kondensacji międzywarstwowej.

2.2.2. Wymaganą wartość krytyczną współczynnika temperaturowego f_{Rsi} w pomieszczeniach ogrzewanych do temperatury co najmniej 20°C w budynkach mieszkalnych, zamieszkania zbiorowego i użyteczności publicznej należy określać według rozdziału 5 Polskiej Normy, o której mowa w pkt 2.2.1., przy założeniu, że średnia miesięczna wartość wilgotności względnej powietrza wewnętrznego jest równa $\varphi = 50\%$, przy czym dopuszcza się przyjmowanie wymaganej wartości tego współczynnika równej 0,72.”

W zakresie ochrony wilgotnościowej (kondensacja na wewnętrznej powierzchni przegrody, kondensacja międzywarstwowa) zaleca się stosowanie normy PN-EN ISO 13788:2003 [4], powoływanej w załączniku 1 Rozporządzenia [3]. Wiele dyskusji wywołuje wartość krytyczna czynnika temperaturowego $f_{Rsi} = 0,72$. Wykonane obliczenia dotyczące Warszawy (na podstawie [5]) wykazują, że maksymalna wartość czynnika temperaturowego z 12 miesięcy wynosi 0,789 (w grudniu). Jego wartość zależy od wartości temperatur powietrza zewnętrznego t_e dla dwunastu miesięcy roku (w zależności od położenia geograficznego), wilgotności powietrza zewnętrznego φ_e oraz temperatury powietrza wewnętrznego t_i . W celu dokładnej oceny złączy pod względem wilgotnościowym należy każdorazowo określać graniczny czynnik temperaturowy f_{Rsi} . Zmiany w Rozporządzeniu [3] od 1.01.2009 r. nie uporządkowały wymagań w zakresie ochrony cieplno-

wilgotnościowej. Pozostały pytania i wątpliwości, na przykład: jak uwzględniać wpływ mostków cieplnych do obliczeń współczynnika przenikania ciepła dla pojedynczej ściany budynku?, czy też: w jaki sposób sprawdzić ryzyko występowania kondensacji na wewnętrznej powierzchni przegrody w miejscu mostka cieplnego?

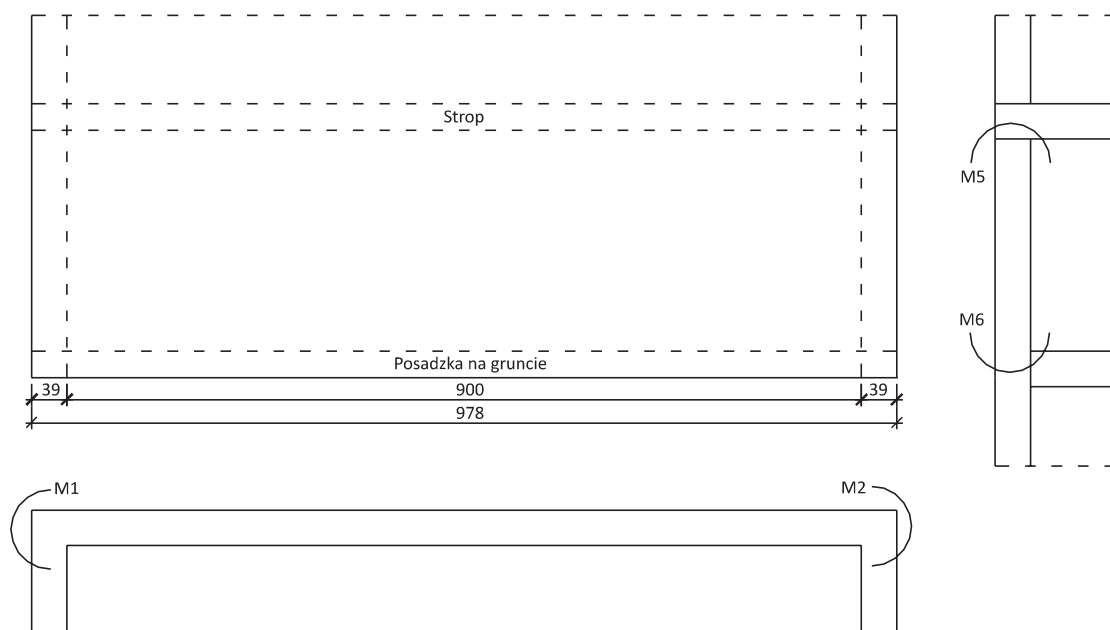
Znajomość zjawisk cieplno-wilgotnościowych poczyniła ostatnio duże postępy. Wiele zagadnień dotychczas rozwiązywanych na „wyczucie inżynierskie” może być obecnie wyjaśnionych na drodze rozwiązań teoretycznych [6]. W ramach pracy sformułowano dwa podstawowe kryteria analizy dla ścian zewnętrznych i ich złączy:

- cieplne – izolacyjności cieplnej, wyrażone współczynnikiem przenikania ciepła U_k z uwzględnieniem liniowych mostków cieplnych,
- wilgotnościowe, polegające na sprawdzeniu ryzyka występowania kondensacji na wewnętrznej powierzchni przegrody i rozwoju pleśni – określenie czynnika temperaturowego f_{Rsi} .

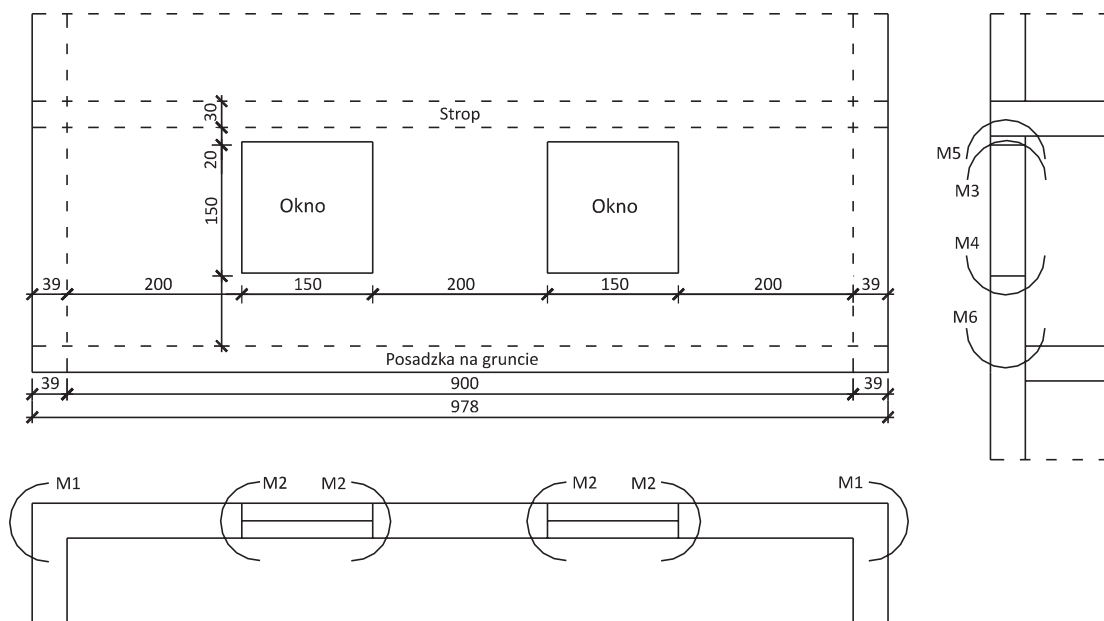
2. BADANIA I OBLICZENIA WŁASNE

2.1. Obliczenia współczynnika przenikania ciepła U_k z uwzględnieniem liniowych mostków cieplnych

Do obliczeń wytypowano ściany dwuwarstwowe: bloczek wapienno-piaskowy grubości 24 cm o współczynniku $\lambda = 0,80 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, styropian grubości 15 cm o współczynniku $\lambda = 0,043 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. Rozpatrzono dwie elewacje: ściana pełna (Rys. 1) i ściana z oknami (Rys. 2). Obliczenia wykonano w dwóch wariantach:



Rysunek 1. Identyfikacja mostków cieplnych – ściana pełna



Rysunek 2. Identyfikacja mostków cieplnych – ściana z oknami

- wariant I – zastosowanie wartości liniowych współczynników przenikania ciepła Ψ na podstawie PN-EN ISO 14683:2008 [7],
- wariant II – zastosowanie wartości liniowych współczynników przenikania ciepła Ψ na podstawie obliczeń własnych (obliczenia numeryczne – program TRISCO).

Obliczenia przeprowadzono dla wybranych ścian budynku jednorodzinnego wyodrębnionych przez przegrody do niej prostopadłe (strop, ściany zewnętrzne, podłoga na gruncie) zgodnie z własnym algorytmem obliczeniowym [1]. Współczynniki Ψ_i , długości liniowych mostków termicznych l_i (Tab. 2) oraz pole powierzchni ścian zewnętrznych uczestniczących w przenikaniu A_i przyjęto przy zastosowaniu wymiarów wewnętrznych. Natomiast pole powierzchni A_o

określono po obrysie ścian zewnętrznych, a na wysokość – do osi stropu dowiązującego. Wyniki obliczeń przedstawiono w Tabeli 3.

W celu uniknięcia błędów wynikających z przeszacowania wielkości strat ciepła zaproponowano stosowanie wartości gałęziowych współczynników przenikania ciepła. Poprawne wykonanie obliczeń cieplnych odniesionych do pewnych fragmentów budynku, np. poszczególnych ścian zewnętrznych, należy dokonać podziału wartości współczynnika Ψ na odpowiednie gałęzie złącza uczestniczące w stratach ciepła. Procedurę określania gałęziowych współczynników przenikania ciepła opisano w [1], [8]. W wariantie II obliczeń zastosowano wartości gałęziowych współczynników przenikania ciepła dla mostka M5 i M6 (Tab. 2).

Tabela 2. Wartości liniowych współczynników przenikania ciepła Ψ_i [$W/(m \cdot K)$]

Lp.	Liniowy mostek cieplny	Wartości liniowego współczynnika przenikania ciepła Ψ_i [$W/(m \cdot K)$]	
		wariant I	wariant II
M 1	Połączenie ścian zewnętrznych w narożniku	0,15	0,119
M 2	Połączenie ściany zewnętrznej z oknem w przekroju przez ościeżnicę	0,00	0,057
M 3	Połączenie ściany zewnętrznej z oknem w przekroju przez nadproże	0,00	0,07
M 4	Połączenie ściany zewnętrznej z oknem w przekroju przez podokiennik	0,00	0,071
M 5	Połączenie ściany zewnętrznej ze stropem przekroju przez wieniec	0,10	0,073*
M 6	Połączenie ściany zewnętrznej z posadzką na gruncie	0,75	0,20**

* dla mostka M5 przyjęto wartość gałęziowego współczynnika przenikania ciepła Ψ dla dolnej części złącza (stropu)

** dla mostka M6 przyjęto wartość gałęziowego współczynnika przenikania ciepła Ψ dla ściany stykającej się z gruntem

Tabela 3. Wyniki obliczeń współczynnika przenikania ciepła U_k [$W/(m^2 \cdot K)$]

Parametry obliczeniowe	Ściana pełna (bez okna)		Ściana z oknami	
	wariant I	wariant II	wariant I	wariant II
– współczynnik przenikania ciepła U_c [$W/(m^2 \cdot K)$] zgodnie z PN-EN ISO 6946:2008 [11]	0,249			
– pole powierzchni ściany uczestniczącej w przenikaniu w świetle przegród do niej prostopadłych pomniejszone o pole powierzchni okien i drzwi obliczone w świetle ościeżnicy A_i [m^2]	$9,0 \cdot 2,5 = 22,50$		$9,0 \cdot 2,5 - (2 \cdot 1,5 \cdot 1,5) = 18,00$	
– identyfikacja mostków cieplnych – Tabela 2				
– straty ciepła przez pełną ścianę: $U_{ci} \cdot A_i$ [W/K]	$0,249 \cdot 22,50 = 5,60$		$0,249 \cdot 18,00 = 4,48$	
– straty ciepła wynikające z występowania mostków cieplnych $\sum \Psi_i \cdot l_i$ [W/K]	8,03	2,76	8,03	3,52
– obliczenie współczynnika sprzężenia cieplnego między przestrzenią ogrzewaną i otoczeniem zewnętrznym przez obudowę budynku H_D [W/K] $H_D = U_{ci} \cdot A_i + \sum \Psi_i \cdot l_i$	$5,60 + 8,03 =$ 13,63	$5,60 + 2,76 =$ 8,36	$4,48 + 18,03 =$ 12,51	$4,48 + 3,52 =$ 8,00
– pole powierzchni ściany zewnętrznej parteru w osiach przegród do niej prostopadłych A_0 [m^2]	$9,78 \cdot 2,65 = 25,92$		$9,78 \cdot 2,65 - (2 \cdot 1,5 \cdot 1,5) = 23,21$	
– współczynnik przenikania ciepła U_k [$W/(m^2 \cdot K)$] z uwzględnieniem liniowych mostków cieplnych $U_k = H_D/A_0$	0,53	0,32	0,58	0,37

2.2. Sprawdzeniu ryzyka występowania kondensacji na wewnętrznej powierzchni przegrody i rozwoju pleśni

W celu oszacowania kondensacji wilgoci na powierzchni wewnętrznej przegrody (zwykle w miejscu mostka cieplnego – w złączach budowlanych) należy wyznaczyć czynnik temperaturowy f_{Rsi} na podstawie temperatury minimalnej ($\theta_{si,min}$) i porównać w wartości maksymalną (krytyczną) [8].

W drugim etapie badań własnych wykonano obliczenia rozkładu temperatur w typowych złączach ścian zewnętrznych oraz czynnika temperaturowego f_{Rsi} według PN-EN ISO 13788:2003 [4] przy zastosowaniu programu komputerowego TRISCO. Zasady modelowania mostków cieplnych oraz przyjmowania warunków brzegowych przyjęto zgodnie z obowiązującymi normami [4], [9]. We wszystkich obliczeniach wilgotnościowych opory przejmowania ciepła ustala się przyjmując na powierzchni wewnętrznej $R_{si} = 0,25$ ($m^2 \cdot K$)/W z wyjątkiem oszkleń i ram okiennych, dla których $R_{si} = 0,13$ ($m^2 \cdot K$)/W.

Stosując procedurę normy PN-EN ISO 13788 [4] wyznaczono czynnik temperaturowy na podstawie zależności:

$$f_{Rsi} = \frac{\theta_{si,min} - \theta_e}{\theta_i - \theta_e} \quad (1)$$

gdzie:

$\theta_{si,min}$ – temperatura minimalna na wewnętrznej powierzchni przegrody mostka cieplnego, °C,
 θ_e – temperatura powietrza zewnętrznego, °C,
 θ_i – temperatura powietrza wewnętrznego, °C.
 Stosowanie metody wg PN-EN ISO 13788 [4] wymaga znajomości danych klimatycznych miejsca lokalizacji budynku, w postaci średnich temperatur miesięcznych i odpowiadających im wilgotności, dla wszystkich miesięcy w roku. W związku z tym wartość graniczna (krytyczna) czynnika temperaturowego f_{Rsi} jest wartością zmienną w zależności od lokalizacji analizowanego budynku. Dokładna ocena ryzyka występowania kondensacji na wewnętrznej powierzchni przegrody jest możliwa tylko przy zastosowaniu nowoczesnych metod numerycznych (na przykład przy zastosowaniu programu komputerowego TRISCO) lub precyzyjnie opracowanych katalogach mostków [10]. Przykładową kartę katalogową przedstawiono w Tabeli 5 a wyniki przeprowadzonych obliczeń oraz wartości graniczne czynnika temperaturowego f_{Rsi} w Tabeli 4.

Tabela 4. Wyniki obliczeń w zakresie oceny ryzyka występowania kondensacji na wewnętrznej powierzchni przegrody

Analizowane złącza budowlane		Parametry obliczeniowe			
		$\theta_{si,min.}$	f_{Rsi}	$f_{Rsi(kryt.)}$	$f_{Rsi(kryt.)}$
		[°C]	[-]	[-]	[-]
M 1	Narożnik ścian zewnętrznych	14,97	0,874	0,72*	0,789**
M 2	Połączenie ściany z oknem w przekroju przez ościeżnicę	13,70	0,843		
M 3	Połączenie ściany zewnętrznej z oknem w przekroju przez nadproże	14,42	0,861		
M 4	Połączenie ściany z oknem w przekroju przez podokiennik	12,36	0,809		
M 5	Połączenie ściany zewnętrznej ze stropem przekroju przez wieniec	16,76	0,919		
M 6	Połączenie ściany zewnętrznej z posadzką na gruncie	12,10	0,803		

* wartość graniczna na podstawie Rozporządzenia [3] na poziomie $f_{Rsi(kryt.)} = 0,72$

** wartość graniczna dla Warszawy na poziomie $f_{Rsi(kryt.)} = 0,789$

3. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Kompleksowa analiza i ocena ścian zewnętrznych powinna dotyczyć jednocześnie przegrody i jej złączy według kryterium cieplnego – izolacyjności cieplnej i wilgotnościowego. Ich równoczesne stosowanie daje możliwość wyboru poprawnych rozwiązań ścian zewnętrznych.

Wiele rozwiązań ścian zewnętrznych budynku w świetle obowiązującego Rozporządzenia [3] nie spełniają podstawowego kryterium cieplnego $U \leq U_{(max.)} = 0,30$ W/(m²·K). Wpływ mostków cieplnych na izolacyjność cieplną przegrody (współczynnik przenikania ciepła U_k) jest znaczący. Dla analizowanej ściany pełnej stanowią ok. 20% a dla ściany z oknami ok. 30% (Tab. 3) przy poprawnych rozwiązaniach złączy poprzez 3 cm przedłużenie styropianu na ościeżnicę i zastosowaniu gałęziowych współczynników przenikania ciepła. Wiele wątpliwości budzi stosowanie normy PN-EN ISO 14683:2008 [7] do obliczeń cieplnych, ponieważ podaje ona wartości przybliżone i orientacyjne.

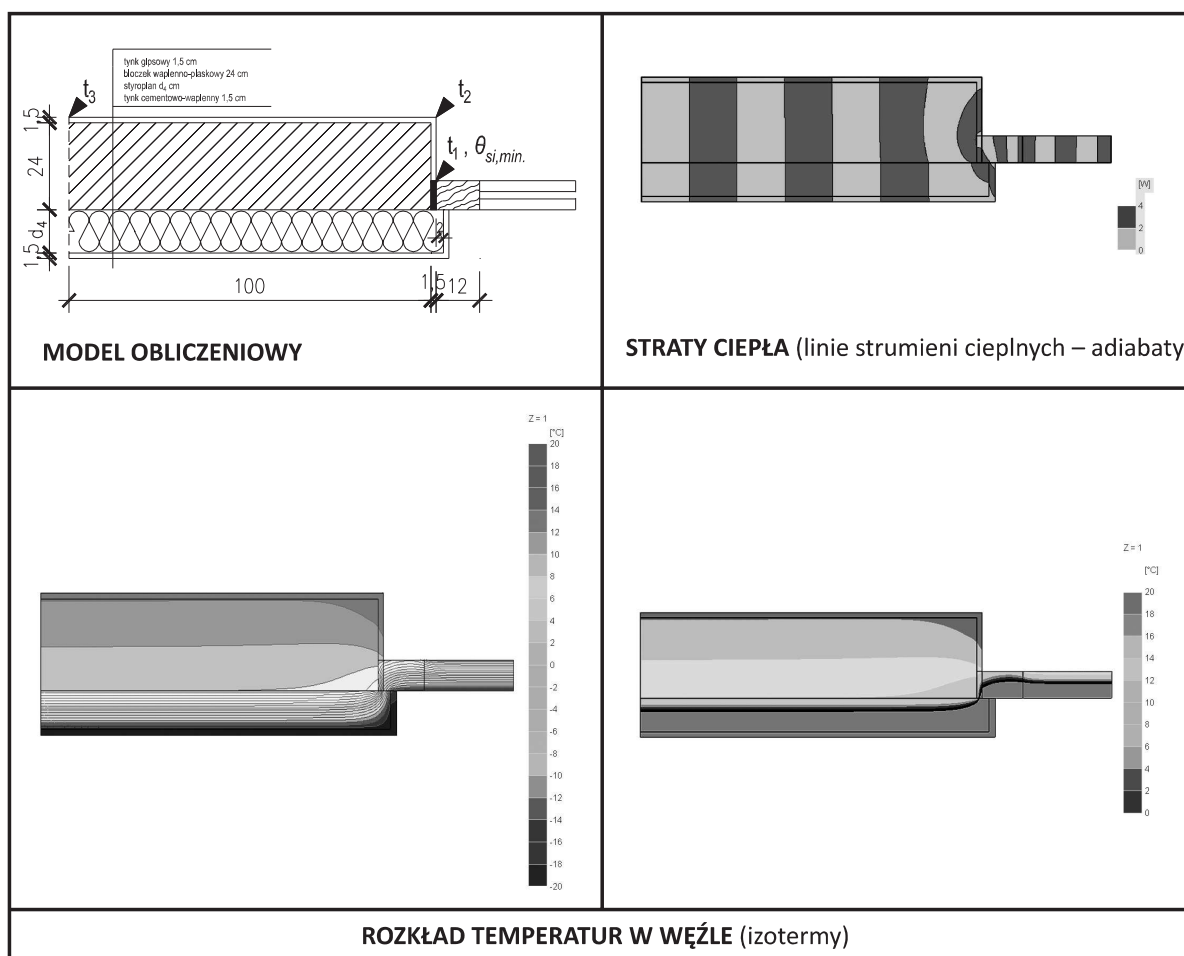
Ocena złączy pod względem wilgotnościowym pozwala zidentyfikować miejsca (obszary) obniżonej temperatury. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń własnych można podkreślić, że ryzyko występowania kondensacji powierzchniowej i rozwoju pleśni nie występuje, ponieważ wartości obliczeniowych czynników temperaturowych $f_{R,si}$ dla poszczególnych mostków cieplnych, są większe od wartości krytycznych (granicznych) – Tabela 5. Jednak w projektowaniu należy zwrócić uwagę na styk połączenia ściany zewnętrznej z oknem. Dlatego ważne jest, podobnie jak przy ocenie strat ciepła, właściwe kształtowanie i zabezpieczenie tego rodzaju połączeń poprzez poprawne osadzenie stolarki okiennej.

Do analizy ścian zewnętrznych i ich złączy w aspekcie cieplno-wilgotnościowym niezbędne są programy numeryczne lub precyzyjnie opracowane katalogi mostków cieplnych [10].

Tabela 5. Przykładowa karta katalogowa – opracowanie własne

I.p.	Układ warstw węzła	d_i [m]	λ_i [W/(m·K)]
1	Tynk cementowo-wapienny	0,015	1,000
2	Tynk gipsowy	0,015	0,400
3	Bloczek wapienno-piaskowy	0,240	0,800
4	Styropian	*)	0,043
5	Pianka montażowa	0,015	0,035
6	Ościeżnica drewniana	0,08	0,16
7	Zestaw szybowy	0,080	0,075
*)wyniki parametrów dla $d_1 = 0,10$ m, $d_2 = 0,12$ m, $d_3 = 0,15$ m			

Parametry cieplne węzła			
d_4 [m]	0,10	0,12	0,15
U_c [W/(m ² ·K)]	0,351	0,302	0,249
Φ [W]	31,342	29,467	27,511
L^{2D} [W/(m·K)]	0,784	0,737	0,688
Ψ_{i1} [W/(m·K)]	0,047	0,051	0,057
Ψ_{i0} [W/(m·K)]	0,017	0,017	0,017
Ocena ryzyka kondensacji powierzchniowej (temperatury minimalne przy: $t_e = -20^\circ\text{C}$, $t_i = 20^\circ\text{C}$)			
t_1 [°C]	13,15	13,42	13,70
t_2 [°C]	18,03	18,18	18,33
t_3 [°C]	16,42	17,06	17,54
Ocena ryzyka rozwoju pleśni wg PN-EN ISO 13788			
$\Phi_{si,min.}$ [°C]	14,72	14,96	15,19
f_{Rsi} [-]	0,868	0,874	0,880



LITERATURA

- [1] Pawłowski K., Efektywność zewnętrznych przegród budowlanych i ich złączy w aspekcie cieplno-wilgotnościowym, praca doktorska, Bydgoszcz, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, 2008,
- [2] Krajewska M., Pawłowski K., Analiza materiałowa ścian zewnętrznych budynków wznoszonych w nowoczesnych systemach budowlanych, Budownictwo ogólne, Zagadnienia konstrukcyjne, materiałowe i cieplno-wilgotnościowe w budownictwie, Bydgoszcz, Wydawnictwa Uczelniane ATR Bydgoszcz, 2003,
- [3] Rozporządzenie Ministra Infrastruktury w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie (Dz. U. z 2002 r., nr 75, poz. 690, Dz. U. z 2003 r., nr 33, poz. 270, Dz. U. z 2004 r. nr 109, poz. 1156, z późniejszymi zmianami),
- [4] PN-EN ISO 13788:2003 Ciepłno-wilgotnościowe właściwości komponentów budowlanych i elementów budynku. Temperatura powierzchni wewnętrznej umożliwiająca uniknięcie krytycznej wilgotności powierzchni wewnętrznej kondensacji. Metody obliczania
- [5] Praca zbiorowa pod red. D. Gawina i E. Koseckiej, Komputerowa fizyka budowli. Typowy rok meteorologiczny od symulacji wymiany ciepła i masy w budynkach, Łódź, Politechnika Łódzka, 2002,
- [6] Dylla A., Pawłowski K., Współczesne zewnętrzne przegrody budowlane w świetle obowiązujących przepisów i norm przedmiotowych, VII Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna, Problemy projektowania, realizacji i eksploatacji budynków o niskim zapotrzebowaniu na energię, ENERGODOM' 2004, Kraków-Zakopane, 10-13 października 2004 r,
- [7] PN-EN ISO 14683:2008 Mostki cieplne w budynkach. Liniowy współczynnik przenikania ciepła. Metody uproszczone i wartości orientacyjne.
- [8] Dylla A., Praktyczna fizyka ciepła budowli. Szkoła projektowania złączy budowlanych, Bydgoszcz, Wydawnictwo Uczelniane UTP, 2009,
- [9] PN-EN ISO 10211:2008 Mostki cieplne w budynkach. Strumienie ciepła i temperatury powierzchni. Obliczenia szczegółowe.
- [10] Praca zbiorowa. Katalog mostków cieplnych, Bydgoszcz, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, Katedra Budownictwa Ogólnego i Fizyki Budowli, (w przygotowaniu do druku),
- [11] PN-EN ISO 6946:2008 Komponenty budowlane i elementy budynku. Opór cieplny i współczynnik przenikania ciepła. Metoda obliczania.