

Bogumił Wrana\*, Bartłomiej Czado\*

## ZASTOSOWANIE TRANSFORMATY FALKOWEJ DO OKREŚLENIA DEFECTÓW PALI

---

### 1. Wstęp

Do testowania długości pali i identyfikacji uszkodzeń stosowane są techniki nieniszczące NDT, w zakresie małych odkształceń PIT (*pile integrity testing*), a w szczególności metoda echo sondy SE (*sonic echo*) oraz metoda odpowiedzi impulsowej [1]. Metody te pozwalają na lokalizację dużych defektów w palach przez obciążenie impulsowe o małej energii, które generuje falę podłużną w palu w szerokim zakresie częstotliwości. W tych metodach obciążenie impulsowe generuje fale o niskich wartościach naprężeń.

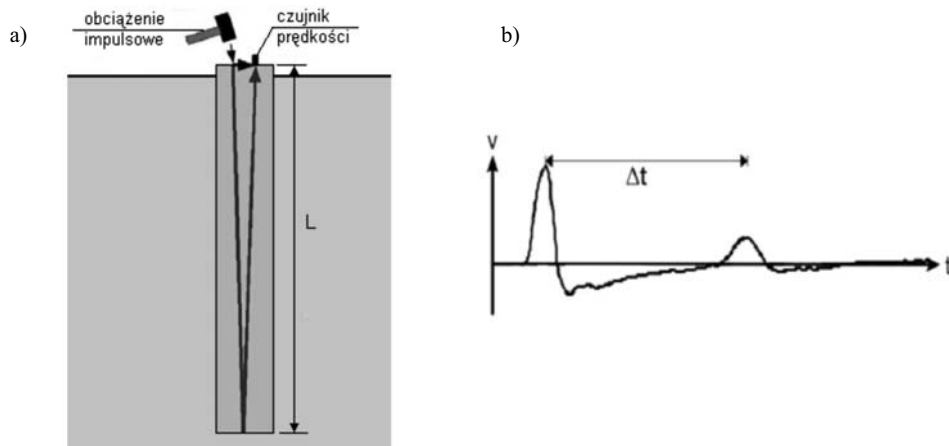
W celu zwiększenia dokładności badania sygnału pomiarowego metody PIT, zaproponowano w artykule zastosowanie transformaty falkowej do analizy tego sygnału. Po raz pierwszy, zastosowanie transformaty falkowej do takiego sygnału zaproponowali badacze z Uniwersytetu w Edynburgu [2, 3]. Zauważono, że 20% uszkodzenia przekroju pala nie można zidentyfikować analizując sygnał zapisany w dziedzinie czasu, natomiast przy zastosowaniu transformaty falkowej było to możliwe [4]. Analizą sygnału uzyskanego metodą PIT zajmował się Niederleithinger [5], badając zmianę sygnału w pierwszych dniach dojrzewania betonu, a Sheng-Huoo [6] ze współpracownikami stosował transformatę falkową do sygnału uzyskanego z symulacji numerycznych pala.

### 2. Metoda *Pile Integrity Testing* PIT

Metoda PIT polega na analizie sygnału prędkości (lub przyspieszenia) zarejestrowanego na głowicy pala od obciążenia impulsowego przykładanego też na głowicy pala (rys. 1).

---

\* Zakład Współdziałania Budowli z Podłożem, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska, Kraków



**Rys. 1.** Metoda małych odkształceń PIT:  
a) pomiar, b) przykładowy sygnał pomiarowy

Metoda jest efektywna wtedy, gdy sztywność pala (betonu) jest znacznie wyższa od sztywności podłoża wokół pala. Długość pala  $L$  wyznaczana jest ze wzoru:

$$L = \frac{1}{2} V_L \Delta t \quad (1)$$

gdzie  $V_L$  — prędkość fali podłużnej w palu i wyrażona jest wzorem:

$$V_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2)$$

Dokładność tej metody zależy od dokładności podawanych wartości:  $E$  — modułu Younga,  $\rho$  — gęstości objętościowej betonu oraz  $\Delta t$  — opóźnienia czasowego do powrotu fali podłużnej. Metoda polecana jest w wielu krajach i opisana jest w normach krajowych: niemieckiej [7], francuskiej [8] czy amerykańskiej [9].

Najczęściej sygnał jest filtrowany filtrem dolnoprzepustowym o częstotliwości 50 kHz. Długość pala wyznacza się ze wzoru:

$$L = \frac{1}{2} V_L \frac{1}{f} n \quad (3)$$

gdzie:

- $V_L$  — prędkość fali podłużnej,
- $f$  — częstotliwość próbkowania,
- $n$  — liczba próbek.

### Uwagi:

- 1) analiza sygnału prędkości polega na odczytaniu opóźnienia szczytowych wartości zarejestrowanych prędkości,
- 2) w metodzie PIT nie stosuje się transformat z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości,
- 3) w wielu przypadkach występuje trudność w identyfikacji małych uszkodzeń w betonie ich rozmiarów.

### 3. Ciągła transformata falkowa

Transformata falkowa jest obecnie jednym z dynamicznie rozwijanych narzędzi analizy częstotliwościowej sygnałów niestacjonarnych. Ciągła transformata falkowa sygnału  $x(t)$ , w dziedzinie czasu, jest zdefiniowana w następujący sposób [10]:

$$CWT(t, a) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \gamma\left(\frac{\tau-t}{a}\right) d\tau \quad (4)$$

Równanie (4) prezentuje filtrację sygnału  $x(t)$  sygnałem analizującym  $\gamma(t)$ , przeskalowanym w dziedzinie czasu współczynnikiem skali  $a$ , przy czym w przypadku  $a > 1$  sygnał analizujący jest „wydłużany”, a dla  $a < 1$  jest „skracany”.

Ciągła transformata w dziedzinie częstotliwości jest określona wzorem:

$$CWT_x^F(t, a) = \sqrt{|a|} \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \Gamma^*(af) e^{j2\pi ft} df \quad (5)$$

Równanie (5) prezentuje odwrotne przekształcenie Fouriera iloczynu widma sygnału  $X(f)$  i przeskalowanego widma falki  $\Gamma^*(af)$ .

Synteza sygnału określona jest przez transformatę odwrotną:

$$x(t) = \frac{2}{c_r} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{1}{a^2} \int_0^{\infty} [CWT_x(\tau, a) g\left(\frac{\tau-t}{a}\right)] d\tau \right\} da \quad (6)$$

gdzie:

$$C_r = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Gamma(f)|^2}{|f|} df < \infty, \quad \Gamma(0) = 0 \quad (7)$$

We wzorze (6) funkcja  $g(t)$  oznacza falkę syntezującą, we wzorze (4)  $\Gamma^*(t)$  — dualną, sprzężoną do niej falkę analizującą, zaś  $\Gamma^*(f)$  w (5) jest jej widmami Fouriera. Dzielenie i mnożenie przez  $\sqrt{|a|}$  ma zapewnić niezmiennosc energii falek i ich widm po przeskalowa-

niu. Sygnał analizujący  $\gamma(t)$ , spełniający rolę funkcji bazowej, jest sygnałem impulsowym zlokalizowanym w osi czasu wokół  $t = 0$  i posiada ograniczone pasmowe widmo częstotliwościowe ( $f_0 \pm \Delta f/2$ ).

Graficzną prezentacją transformaty falkowej jest *skalogram* (mapa falkowa w osiach czas-skala) określona wzorem:

$$S_x^{SCAL}(t, a) = |CWT_x(t, a)|^2 \quad (8)$$

Zapis  $S_x^{SCAL}(t, a)$  w dziedzinie czas-skala jest równoważny zapisowi  $S_x^{SCAL}(t, (f_0 \pm \Delta f/2)/a)$  w dziedzinie czas-częstotliwość.

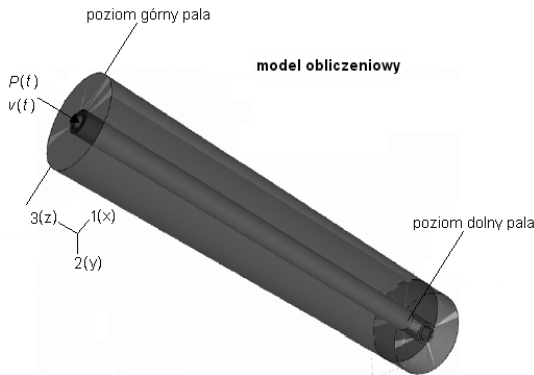
W praktycznej analizie czasowo-częstotliwościowej sygnałów, kiedy odwracalność transformaty nie jest wymagana, często jako  $\gamma(t)$  przyjmuje się zespolony sygnał harmoniczny z obwiednią gaussowską, czyli tzw. „falkę” Morleta:

$$\gamma(t) = \exp\left(\frac{(at)^2}{2}\right) \cdot \exp(-j2\pi ft) \quad (9)$$

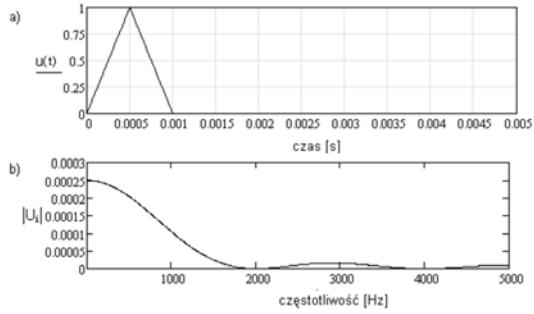
*obwiednia Gaussowska zespolony sygnał harmoniczny*

#### 4. Przykłady obliczeń

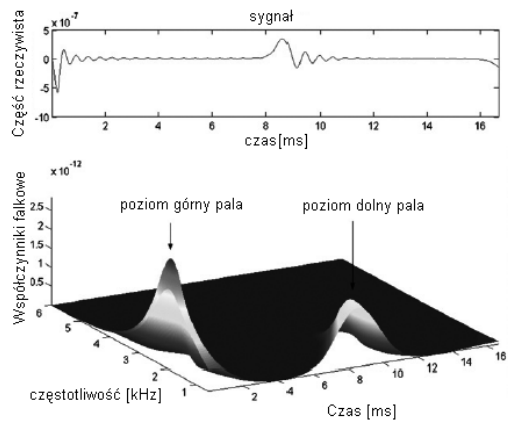
Rozważany jest pał żelbetowy prefabrykowany (o znanej geometrii) o długości 6 m, o średnicy 0,3 m wraz z otaczającym go gruntem (rys. 2). Do głowicy pała została przyłożona siła impulsowa o charakterystyce w czasie i w częstotliwościach przedstawionej na rysunku 3. Na rysunku 4 przedstawiono sygnał i skalogram przy zastosowaniu falki Morleta dla pała idealnie wykonanego, bez uszkodzeń, natomiast na rysunku 5 przedstawiono sygnał i skalogram dla pała lokalnie pogrubionego. Na rysunku 6 przedstawiono skalogramy dla dwóch przypadków sztywności gruntu wokół pała: dla  $E_s/E_g = 500$ , oraz  $E_s/E_g = 1000$ , gdzie:  $E_s$  — moduł Younga pała,  $E_g$  — moduł Younga otaczającego gruntu.



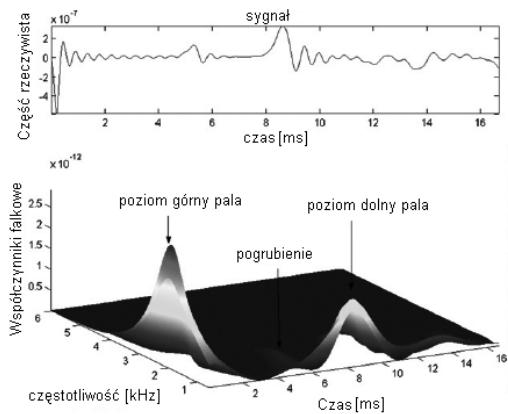
**Rys. 2.** Pał prefabrykowany o długości 23,0 m, średnicy 1,0 m wraz z otaczającym go gruntem 3,0 m



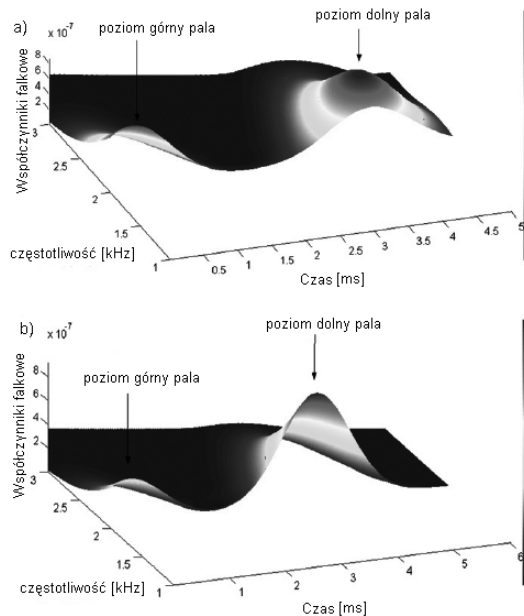
**Rys. 3.** Charakterystyka obciążenia impulsowego:  
a) w czasie, b) w częstotliwości



**Rys. 4.** Pał żelbetowy idealny nieuszkodzony:  
a) przyspieszenia, b) cięła transformata falkowa



**Rys. 5.** Pał żelbetowy pogrubiony lokalnie:  
a) przyspieszenia, b) cięła transformata falkowa



**Rys. 6.** Ciągłe transformaty falkowe: a)  $E_s/E_g = 500$ , b)  $E_s/E_g = 1000$ ,  $E_s$  — moduł Younga pala,  $E_g$  — moduł Younga gruntu

## 5. Wnioski

Praca zawiera zastosowanie transformaty falkowej do analizy sygnału fali sprężystej, zarejestrowanej przez czujnik prędkości umieszczony na górnej płaszczyźnie pala żelbetowego. Sygnał ten jest rejestracją odpowiedzi w palu na obciążenie impulsowe przyłożone też na górnej powierzchni pala. Na podstawie przedstawionych wyników analizy falkowej sygnału, można stwierdzić, że ten sposób analizy sygnału wnosi dodatkowe informacje o defektach w palu, oprócz informacji o długości pala.

W przedstawionych rezultatach wynika, że metoda jest efektywna do:

- określenia długości pala,
- wnosi dodatkowe informacje o zmianie kształtu pala.

Ponadto wyniki obliczeń przedstawione w postaci mapy falkowej pokazują, że częstotliwość sygnału odbitej fali od końca pala, zależy od stosunku sztywności pala i sztywności otaczającego gruntu.

## LITERATURA

- [1] *Olson L.D., Wright C.C.*: Non-destructive Testing of Deep Foundations with Sonic Methods. In: Proceedings found engineering congress: current principles and practice, vol. 2, Reston ASCE 1989, p. 1173–83

- [2] Addison P.S., Watson J.N.: Wavelet Analysis for Low-strain Integrity Testing of Foundation Piles. In: 5<sup>th</sup> International conference on inspection, appraisal, repairs, maintenance of buildings and structures, Singapore 1997, p. 15–6
- [3] Addison P.S., Watson J.N., Feng T.: Low-oscillation Complex Wavelets. *J. Sound Vib.* 2002; 254 (4), p. 733–62
- [4] Sedel J.P.: Presentation of Low-strain Integrity Testing in the Time-frequency Domain. The Application of Stress — Wave Theory to Piles, Rotterdam 2000, p. 193–200
- [5] Niederleithinger E., Taffe A.: Early Stage Elastic Wave Velocity of Concrete Piles, *Cement & Concrete Composites* 28, 2006, p. 317–320
- [6] Sheng-Huoo Ni, Kuo-Feng Lo, Lutz Lehmann, Yan-Hong Huang: Time–frequency Analyses of Pile-integrity Testing Using Wavelet Transform, *Computers and Geotechnics* 35, 2008, p. 600–607
- [7] German Society for Geotechniques, Working Group 2.1. Recommendations for static and dynamic pile tests, 1998
- [8] NF P 94-160-2: Auscultation d'un element de fondation. Partie 2: Methode par reflexion. Association francaise de normalisation, 1993
- [9] ASTM: D5882-00. Standard test method for low strain integrity testing of piles. ASTM International
- [10] Białasiewicz J.T.: Falki i aproksymacje, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2000
- [11] Wrana B.: Zastosowanie analizy falkowej w obliczeniach dynamicznych konstrukcji, Materiały Sympozjum Wpływy Sejsmiczne i Parasejsmiczne na Budowle. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2003