Górnictwo i Geoinżynieria • Rok 34 • Zeszyt 2 • 2010

Marek Kawa, Adrian Różański*, Matylda Tankiewicz**

NIEZAWODNOŚĆ POSADOWIENIA W IŁACH WARWOWYCH

1. Wstęp

Grunty to ośrodki silnie niejednorodne o zróżnicowanej budowie strukturalnej. O wytrzymałości takiego materiału decydują nie tylko właściwości poszczególnych jego składników, ale także cechy wynikające z geometrii struktury. W praktyce inżynierskiej ośrodki gruntowe modeluje się zazwyczaj poprzez przypisanie im pewnych uśrednionych parametrów efektywnych, określonych na drodze badań lub analizy mikrostruktury.

Najczęściej spotykaną w gruntach mikrostrukturą jest mikrostruktura warstwowa. Typowym przykładem ośrodka o takiej strukturze są iły warwowe występujące w okolicach Poznania. Grunty te odznaczają się wyraźnym warstwowaniem w postaci układu warstewek (jasnych i ciemnych) wynikającym z osadzania się ich — przemiennie — w okresach ciepłych i zimnych. Konsekwencją odmiennych cech wytrzymałościowych poszczególnych warstw takiej periodycznej mikrostruktury jest silna anizotropia wytrzymałości ośrodka.

W pracy [2] przedstawiono anizotropowe kryterium wytrzymałości stanowiące koniunkcję płaszczyzny krytycznej i kryterium Pariseau. Kryterium to bardzo dobrze opisuje wytrzymałość materiałów z mikrostrukturą warstwową. Wykorzystując to kryterium, w poprzedniej pracy autorów [3], przedstawiono ocenę zabezpieczenia skarpy wykonanej w iłach warwowych. Z pracy tej jasno wynika, że anizotropia wytrzymałości materiału ma bardzo istotny wpływ na współpracującą z nim konstrukcję: nawet niewielka zmiana kierunku uwarstwienia materiału gruntowego może skutkować znacznymi zmianami wartości dopuszczalnego obciążenia konstrukcji. Fakt ten ma tym większe znaczenie, że dokładne rozpoznanie geologiczne terenu, w tym dokładne określenie kierunku uwarstwienia gruntu, jest zadaniem trudnym a często wręcz niemożliwym. Zazwyczaj projektant dysponuje tylko ograniczoną informacją o ośrodku. W tej sytuacji bardzo ważnym zagadnieniem staje się określenie odpowiednich współczynników bezpieczeństwa, pozwalających zaprojektować konstrukcję w sposób bezpieczny.

* Instytut Geotechniki i Hydrotechniki, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wrocławska, Wrocław

W niniejszym artykule autorzy podejmują tematykę niezawodności konstrukcji współpracującej z ośrodkiem anizotropowym. Za miarę niezawodności przyjmuje się tutaj globalny współczynnik bezpieczeństwa. Na przykładzie fundamentu posadowionego w iłach warwowych przedstawia się procedurę określania tego współczynnika w zależności od dokładności z jaką znany jest kąt uwarstwienia.

2. Podstawowe miary niezawodności

Najprostszą możliwą do zdefiniowania miarą niezawodności jest tzw. margines bezpieczeństwa, rozumiany jako [4]:

$$M = \langle f(\mathrm{X}) \rangle \tag{1}$$

gdzie f jest funkcją stanu granicznego taką, że:

$$f(\mathrm{X}) = \begin{Bmatrix} \geq 0, & \text{dla stanów bezpiecznych} \\ < 0, & \text{dla stanów awaryjnych} \end{Bmatrix} \tag{2}$$

Argumentem funkcji (2) jest wektor zmiennych losowych **X**, którego współrzędne są zmiennymi losowymi określającymi te parametry, które w rozpatrywanym zagadnieniu zdefiniowano jako losowe. Ponadto, w równaniu (1), operator $\langle . \rangle$ oznacza wartość oczekiwaną.

Oznaczając nośność konstrukcji (wypadkowa wszystkich sił utrzymujących konstrukcję w równowadze) jako N oraz przyłożone do konstrukcji obciążenie (wypadkowa wszystkich sił dążących do utraty stateczności przez konstrukcję) jako L i przyjmując ponadto, że $f = N - L$, to zgodnie z (1) uzyskujemy następującą postać zapasu bezpieczeństwa:

$$M = \langle N \rangle - \langle L \rangle \tag{3}$$

Alternatywnie do zapasu bezpieczeństwa stosuje się, tzw. globalny współczynnik bezpieczeństwa [7]:

$$F = \frac{\langle N \rangle}{\langle L \rangle} \tag{4}$$

Łatwo zauważyć, że przedstawione powyżej miary niezawodności nie uwzględniają wahań wartości parametrów przyjętych w zagadnieniu jako losowe. Wynika to z faktu, iż miary te nie wykorzystują informacji o odchyleniach standardowych. Miarą, która wykorzystuje dwa pierwsze momenty statystyczne jest np. wskaźnik niezawodności Cornella [4]:

$$\beta_c = \frac{\langle f(\mathrm{X}) \rangle}{\sqrt{Var(f(\mathrm{X}))}} \tag{5}$$

gdzie $Var(.)$ oznacza operator wariancji.

Zakładając, że zmienne losowe N i L są nieskorelowane oraz że $f = N - L$, wskaźnik Cornella dany zależnością (5) przekształca się do następującej postaci:

$$\beta_c = \frac{\langle N \rangle - \langle L \rangle}{\sqrt{Var(N) + Var(L)}} \tag{6}$$

Szczegółowe opisy innych miar (wskaźników niezawodności), które wykorzystują informację o losowym rozrzucie parametrów, można znaleźć np. w pracach [4] i [6].

Z punktu widzenia teorii niezawodności najlepszą miarą jest prawdopodobieństwo awarii. W przeciwieństwie do przedstawionych wcześniej, miara ta wykorzystuje pełną informację probabilistyczną o rozkładach zmiennych losowych.

Prawdopodobieństwo awarii p_F należy rozumieć jako prawdopodobieństwo niespełnienia warunku granicznego, tj.:

$$p_F = P\{f(\mathrm{X}) < 0\} \tag{7}$$

Jeśli łączną gęstość prawdopodobieństwa wektora $\mathbf{X}$, tj. p_X jest znana, to wówczas równanie (7) można zapisać w postaci:

$$p_F = \int_{f(\mathrm{X})<0} p_{\mathrm{X}}(\mathrm{X})\, d\mathbf{x} \tag{8}$$

Powszechnie znanym jest fakt, że w większości przypadków, ze względu na bardzo małą wartość prawdopodobieństwa awarii oraz specyficzny obszar całkowania, obliczenie całki (8) okazuje się być zagadnieniem dość skomplikowanym [6]. W związku z tym, w ramach teorii niezawodności, w ostatnim czasie znacznie rozwinęły się metody numerycznego określania prawdopodobieństwa awarii (FORM, SORM), a wraz ze wzrostem mocy obliczeniowej komputerów — metody symulacyjne.

3. Sformułowanie zagadnienia

Awaria posadowienia ma miejsce wtedy, gdy obciążenie fundamentu przekroczy wartość nośności gruntu pod fundamentem. Oznaczając obciążenie fundamentu jako L oraz nośność gruntu jako N prawdopodobieństwo awarii p_F, można określić zgodnie z definicją (7) przyjmując funkcję graniczną postaci:

$$f(x) = N - L \tag{9}$$

W niniejszej pracy, rozpatrując zagadnienie fundamentu posadowionego w iłach warwowych, przyjęto, że jedyną wielkością losową jest kąt uwarstwienia gruntu α rozumiany jako kąt odchylenia kierunku uwarstwienia od poziomu. Wartość tej zmiennej wpływa jedynie na wartość nośności N (obciążenie L przyjęto jako deterministyczne).

Wzór (8) przyjmuje zatem postać:

$$p_F = \int_{N(\alpha)-L<0} p_\alpha(\alpha)\, d\alpha \tag{10}$$

Aby określić prawdopodobieństwo awarii p_F dla danego poziomu obciążenia L konieczna jest znajomość gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej $p_\alpha(\alpha)$ oraz zależności pomiędzy wartością zmiennej losowej α a wartością nośności N.

W związku z brakiem w literaturze informacji na temat właściwego rozkładu prawdopodobieństwa dla kąta uwarstwienia gruntu, dla zmiennej α przyjęto rozkład jednostajny określony na przedziale [a,b]. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa dana jest wzorem:

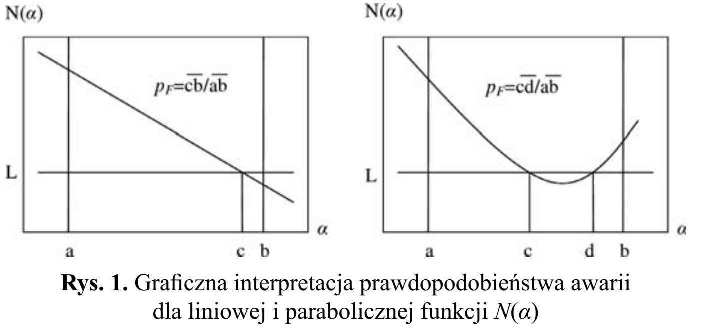
$$p_\alpha(\alpha) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{dla } \alpha \in [a,b] \\ 0 & \text{dla } \alpha \notin [a,b] \end{cases} \tag{11}$$

Korzystając z wyrażenia (11) wyrażenie (10), upraszcza się do:

$$p_F = \frac{1}{b-a} \int_a^b h(L - N(\alpha))\, d\alpha \tag{12}$$

gdzie $h(x)$ jest funkcją Heaviside'a.

Zgodnie z tą definicją prawdopodobieństwo awarii p_F może być rozumiane jako stosunek długości przedziału, na którym wartość współczynnika bezpieczeństwa jest mniejsza od jeden do długości całego przedziału [a,b]. Dla przykładowo przyjętych funkcji $N(\alpha)$ — liniowej i parabolicznej — sposób liczenia prawdopodobieństwa awarii schematycznie przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Graficzna interpretacja prawdopodobieństwa awarii dla liniowej i parabolicznej funkcji $N(\alpha)$

Znając sposób określania prawdopodobieństwa awarii, łatwo można rozwiązać zadanie odwrotne, tj. określić np. globalny współczynnik bezpieczeństwa tak, aby zastosowany, redukował prawdopodobieństwo awarii do określonego poziomu, tj:

$$F = \frac{\langle N \rangle}{L} \text{ takie, ¿e } \frac{1}{b-a}\int_a^b h(L - N(\alpha))\,d\alpha = p_F \tag{13}$$

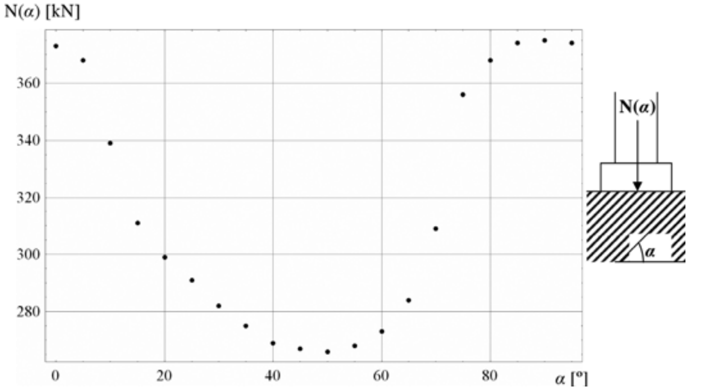
gdzie:

p_F — zakładane prawdopodobieństwo (ryzyko wystąpienia awarii),
$\langle N \rangle$ — wartość oczekiwana nośności w przedziale [a,b], równą:

$$\langle N \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} N(\alpha) p_\alpha(\alpha)\,d\alpha = \frac{1}{b-a}\int_a^b N(\alpha)\,d\alpha \tag{14}$$

4. Przykład numeryczny

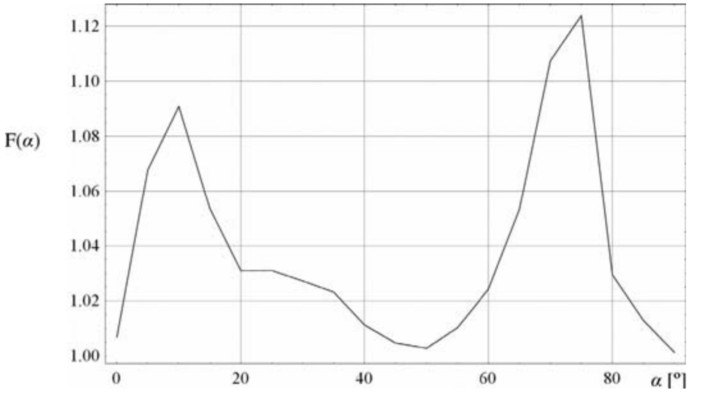
Zależność pomiędzy wartością nośności fundamentu a kątem uwarstwienia określono numerycznie rozwiązując w programie FLAC [1] zagadnienie nośności dla różnych kątów uwarstwienia. Szerokość fundamentu przyjęto równą 1 m. Parametry wytrzymałościowe poszczególnych warstw gruntu wynosiły odpowiednio: kohezja c_1 = 80 kPa, c_2 = 10 kPa oraz współczynnik tarcia a dla obydwu warstw równy 0,045, co odpowiada kątowi tarcia wewnętrznego równego ok. 5º (dokładne znaczenie parametru a podano w pracach [1, 2]). Spód fundamentu przyjęto jako idealnie gładki. Wykres zależności nośności od kierunku uwarstwienia przedstawia rysunek 2.



Rys. 2. Wykres zależności pomiędzy kątem uwarstwienia α a nośnością fundamentu posadowionego w ile warwowym

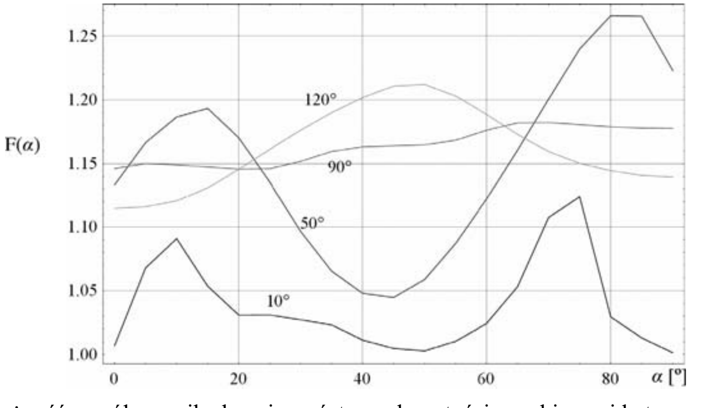
Poziom ufności przyjęto zgodnie z polską normą ISO [5], jak dla konstrukcji o poważnych skutkach awarii. Dla takich konstrukcji norma zaleca przyjąć indeks niezawodności $\beta = 3{,}8$, a zatem dopuszczalne prawdopodobieństwo awarii $p_F = \Phi(-\beta) \approx 0{,}00007$.

Współczynnik bezpieczeństwa zdefiniowany zależnością (9) policzono dla różnych wartości oczekiwanych kąta uwarstwienia przyjmując długość przedziału zmienności kąta równą 10º. Założono liniową aproksymację wartości funkcji $N(\alpha)$ nośności pomiędzy wartościami obliczonymi (rys. 2). Wykres przedstawiony na rysunku 3 to funkcja współczynnika bezpieczeństwa $F(\alpha)$ w zależności od przyjętej wartości oczekiwanej kąta uwarstwienia.



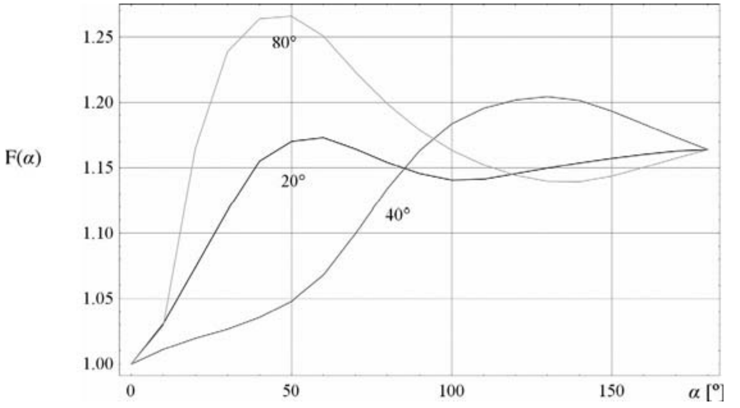
Rys. 3. Zależność współczynnika bezpieczeństwa od wartości oczekiwanej kąta uwarstwienia dla długości przedziału zmienności tego kąta równej 10°

Oczywiście wartość współczynnika bezpieczeństwa zależy nie tylko od wartości oczekiwanej, ale również od rozrzutu kąta uwarstwienia. Na rysunku 4 pokazano, jak zmienia się funkcja współczynnika bezpieczeństwa wraz ze zmianą długości przedziału zmienności kąta uwarstwienia.



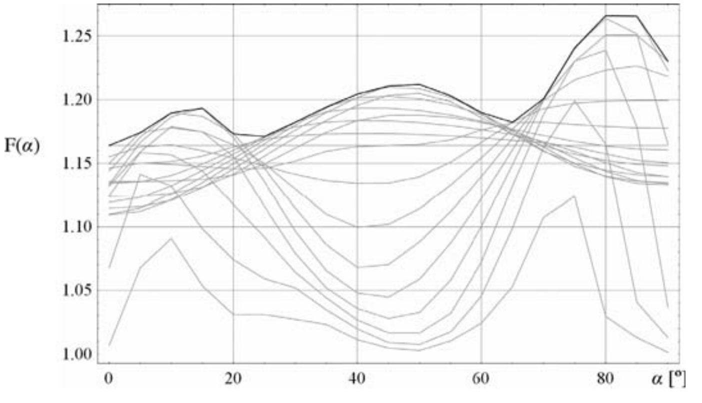
Rys. 4. Zależność współczynnika bezpieczeństwa od wartości oczekiwanej kąta uwarstwienia dla różnie przyjmowanych długości przedziału zmienności tego kąta (długości podano na rysunku)

Na rysunku 5 dla kilku wybranych wartości oczekiwanych przedstawiono, jak zmienia się wartość współczynnika bezpieczeństwa w zależności od długości przedziału. Oczywiście dla przedziału zmienności równego 180°, gdy wszystkie możliwe kąty uwarstwienia są jednakowo prawdopodobne, współczynniki bezpieczeństwa dla różnych wartości oczekiwanych uzyskują tą samą wartość, równą w rozważanym przypadku około 1,16. Warto zwrócić uwagę, że nie jest to najniebezpieczniejszy przypadek — dla poszczególnych kątów współczynniki bezpieczeństwa osiągają wyższe wartości dla mniejszych przedziałów zmienności.



Rys. 5. Zależność wartości współczynnika bezpieczeństwa od długości przedziału zmienności dla wybranych wartości oczekiwanych kąta uwarstwienia

Tym samym jeżeli jedyną posiadaną przez projektanta informacją o kącie jest jego wartość oczekiwana, właściwą funkcją współczynnika bezpieczeństwa jest górna obwiednia wykresów współczynnika bezpieczeństwa wykonanych dla różnych długości przedziału zmienności kąta. Obwiednię taką przedstawia rysunku 6.



Rys. 6. Górna obwiednia funkcji współczynników bezpieczeństwa obliczonych dla różnych długości przedziału zmienności kąta uwarstwienia

Maksymalna wartość współczynnika bezpieczeństwa na rysunku 6 wynosi 1,26. Jeśli o kącie uwarstwienia ośrodka nie posiada się żadnych informacji to dopiero tę wartość można uznać za globalny współczynnik bezpieczeństwa.

5. Wnioski

W pracy przedstawiono procedurę określania globalnego współczynnika bezpieczeństwa dla fundamentu posadowionego w ile warwowym. Wykorzystano obliczoną numerycznie zależność pomiędzy wartością kąta uwarstwienia a nośnością fundamentu. Dla przyjętego jednostajnego rozkładu kąta uwarstwienia traktowanego jako zmienna losowa obliczono współczynniki bezpieczeństwa w zależności od wartości oczekiwanej oraz zakresu przedziału zmienności tej zmiennej.

Przedstawione wyniki pokazują, że zarówno wartość oczekiwana, jak i rozrzut wartości kąta uwarstwienia mają duży wpływ na bezpieczeństwo konstrukcji. Ponieważ rozpoznanie geologiczne, w tym dokładne rozpoznanie kąta upadu warstw, jest często bardzo trudne, przy projektowaniu konstrukcji w ośrodkach anizotropowych zalecana jest duża ostrożność. Jednocześnie wydaje się, że zaproponowana w pracy procedura pozwala na określenie globalnego współczynnika bezpieczeństwa nawet w sytuacji braku jakichkolwiek informacji o kącie ośrodka.

Globalny współczynnik bezpieczeństwa to jedna z najprostszych miar niezawodności. Właściwszym, choć znacznie bardziej skomplikowanym, podejściem wydaje się zastosowanie częściowych współczynników bezpieczeństwa. Jest to obecnie obiektem dalszej pracy autorów.

LITERATURA

[1] FLAC. Fast Lagrangian Analysis of Continua. Itasca, 2007

[2] *Kawa M., Łydżba D.*: Kryterium wytrzymałości geomateriałów z mikrostrukturą warstwową. Górnictwo i Geoinżynieria, t. 32 z. 2, 2008, s. 177–185

[3] *Kawa M., Tankiewicz M.*: Zastosowanie mikrostrukturalnego kryterium wytrzymałości do oceny zabezpieczenia skarpy wykonanej w ile warwowym. Górnictwo i Geoinżynieria, t. 33, z. 1, 2009, s. 325–332

[4] *Madsen H.O., Krenk S., Lind N.C.*: Methods of Structural Safety, New Jersey, Prentice-Hall, 1986

[5] PN-ISO 2394 Ogólne zasady niezawodności konstrukcji budowlanych, Polski Komitet Normalizacyjny, 2000

[6] *Puła W.*: Zastosowania teorii niezawodności konstrukcji do oceny bezpieczeństwa fundamentów, Oficyna Wyd. PWr, Wrocław 2004

[7] *Woliński Sz., Wróbel K.*: Niezawodność konstrukcji budowlanych, Oficyna Wyd. Pol. Rzeszowskiej, Rzeszów 2001