

*Jacek Jakubowski\**

## POMIARY I ESTYMACJA WSKAŹNIKÓW ZAGĘSZCZENIA NIECIĄGŁOŚCI W KOŁOWYCH OKNACH POMIAROWYCH\*\*

---

### 1. Wprowadzenie

Masyw skalny to dowolna, dostępna dla działalności ludzkiej część ośrodka skalnego, którego nieodłącznymi składnikami są skały i powierzchnie nieciągłości składające się na ich strukturę [18, 23]. Ilościowy opis sieci nieciągłości stanowi zatem nieodłączny element wielu numerycznych modeli mechaniki skał. Skutkiem tego, pomiary nieciągłości, estymacja wskaźników zagęszczenia nieciągłości i ich interpretacja, będąc zasadniczo domeną geologów, trafiają w obszar praktycznych zainteresowań geomechaników. Wskaźniki zagęszczenia nieciągłości należą do tych parametrów statystycznych modeli sieci nieciągłości, na których opierają się geomechaniczne (i hydrogeologiczne) symulacje stochastyczne nieciągłego masywu skalnego.

Do podstawowych metod badania sieci nieciągłości należą: bezpośrednie pomiary na odsłonięciach, fotogrametria cyfrowa i laserowe skanowanie odsłoneń, pomiary rdzeni wiertniczych, profilowanie otworów i metody introwizyjne, metody geofizyczne i geofizyka otworowa. Pomiary geometrii nieciągłości przeprowadzane 30 lat temu i dzisiaj nie różnią się sposobami dostępu do nieciągłości w celu przeprowadzenia pomiaru i ciągle podstawowym źródłem informacji o sieciach nieciągłości są odsłonięcia naturalne i sztuczne, wyrobiska badawcze, rdzenie i ściany otworów wiertniczych [18, 11, 26]. Nastąpił jednak znaczny postęp w rozdzielczości, dokładności, analizie i interpretacji wyników pomiarów oraz wygodzie ich przeprowadzania. Zmieniły się techniki pomiarowe. Obecnie geologów wspomagają narzędzia komputerowej obróbki sygnałów, obróbki obrazów i wizualizacji przestrzennej. Ilościowa poprawa parametrów urządzeń spowodowała jakościową poprawę przydatności

---

\* Katedra Geomechaniki Budownictwa i Geotechniki, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

\*\* Przygotowano w ramach badań statutowych AGH nr 11.11.100.197

niektórych metod, jak w przypadku osiągniętej jednocześnie poprawy rozdzielczości i miniaturyzacji urządzeń geofizyki otworowej. Dostępne są też zupełnie nowe technologie, jak na przykład skanowanie laserowe odsłoneń i profilometria laserowa.

Istotny postęp praktycznych metod estymacji parametrów sieci nieciągłości nastąpił niedawno dzięki pracom teoretycznym Mauldona oraz Zhanga i Einsteina dotyczącym pomiarów i estymacji wskaźników zagęszczenia nieciągłości w oknach pomiarowych o kształcie koła. Nowe estymatory opierają się na zliczeniach końców śladów nieciągłości bez konieczności przeprowadzania pomiarów ich długości, nie są obciążone błędem cenzurowania, błędem długości i są niezależne od orientacji śladów nieciągłości. Tym metodom poświęcony jest ten artykuł.

## 2. Niektóre miary zagęszczenia nieciągłości

Przyjęto następujące nazwy i definicje miar zagęszczenia nieciągłości. *Odstęp* [m] jest średnią odległością pomiędzy sąsiednimi nieciągłościami wzdłuż wybranego prostoliniowego odcinka pomiarowego, wyznaczany, jako stosunek długości odcinka pomiarowego do liczby śladów spękań przecinających ten odcinek. *Gęstość liniowa* lub *częstość liniowa* [ $m^{-1}$ ] to liczba nieciągłości przecinających prostą przypadających na jednostkę długości. *Gęstość powierzchniowa śladów* nieciągłości  $\Gamma_A$  [ $m^{-1}$ ] to suma długości śladów nieciągłości na jednostkę pola powierzchni odsłoneń. *Gęstość objętościowa* nieciągłości [ $m^{-1}$ ] to suma pól powierzchni nieciągłości na jednostkę objętości masywu skalnego. *Częstość powierzchniowa śladów* nieciągłości  $v_A$  [ $m^{-2}$ ] to liczba śladów nieciągłości na jednostkę pola powierzchni odsłoneń. *Częstość objętościowa* nieciągłości [ $m^{-3}$ ] to liczba nieciągłości na jednostkę objętości masywu skalnego. *Długość śladu* [m] jest mierzona płaszczyźnie pomiarowej wzdłuż linii przebiegu śladu nieciągłości, w naturalnych lub sztucznych odsłoneń. *Średnia długość śladów* nieciągłości  $\mu$  [m] jest definiowana, jako iloczyn sumy długości śladów nieciągłości przez ich liczbę. Wymienione wyżej wskaźniki dotyczą pojedynczego zespołu lub całej sieci nieciągłości.

Terminy *gęstość powierzchniowa śladów* i *gęstość objętościowa* mają tutaj znaczenia nadane im przez Liszkowskiego i Stochlaka [18]. W literaturze anglojęzycznej kształtuje się tendencja stosowania w tym znaczeniu nazwy *intensywność* (*trace intensity* oraz *intensity*). Liszkowski i Stochlak [18] wśród ilościowych charakterystyk sieci nieciągłości nie wymieniali liczby nieciągłości odniesionej do powierzchni odsłoneń i do objętości masywu skalnego, czyli częstości powierzchniowej i objętościowej nieciągłości. Miało to swoje uzasadnienie praktyczne, jednak obecnie są to parametry powszechnie stosowane w analizie geometrii sieci nieciągłości i wzajemnych związków parametrów tej geometrii oraz w budowie statystycznych, przestrzennych modeli sieci nieciągłości. W literaturze anglojęzycznej często stosuje się w tych znaczeniach nazwę *gęstość* (*trace density* oraz *density*).

Nazewnictwo ww. parametrów zarówno w języku polskim, jak i angielskim stosowane przez różnych autorów nie jest jednolite. Jednoznaczność wprowadzić mogą związane oznaczenia  $P_{32}$ ,  $P_{21}$ ,  $P_{30}$ ,  $P_{20}$ ,  $P_{10}$  zaproponowane przez Dershowitza i Herdę [4] i stosowane dość powszechnie, jako podstawowe nazwy miar zagęszczenia nieciągłości, pomocnicze objaśnienia lub symbole we wzorach (tab. 1).

TABELA 1

**Oznaczenia wskaźników zagęszczenia nieciągłości zaproponowane przez Dershowitza i Herdę [4]**

	Gęstość	Częstość
Liniowa	$P_{10}$	
Powierzchniowa	$P_{21} (I_A^r)$	$P_{20} (vA)$
Objętościowa	$P_{32}$	$P_{30}$

### 3. Błędy i obciążenia procesu pomiarowego i ich korekcja

Przy pomiarach nieciągłości występują czynniki, które powodują, że prawdopodobieństwo zmierzenia różnych nieciągłości nie jest jednakowe i pomierzone wartości nie odpowiadają rzeczywistym. Do czynników geometrycznych należy wzajemna orientacja nieciągłości i powierzchni odsłoniętej, a do niegeometrycznych np. różnice w nawodnieniu nieciągłości. Wśród błędów procesu pomiarowego parametrów nieciągłości można wymienić:

- 1) Błąd orientacji. Wzajemna orientacja płaszczyzny nieciągłości i płaszczyzny odsłonięcia istotnie wpływa na prawdopodobieństwo ich przecięcia. Dlatego zależnie od tej orientacji, ślady niektórych nieciągłości pojawiają się na powierzchni odsłoniętej częściej niż innych.
- 2) Błąd długości. Zakładając, że odsłonięcia są niezależne od populacji śladów nieciągłości, prawdopodobieństwo ich przecięcia przez nieciągłości jest proporcjonalne do długości śladów nieciągłości. Populacja zmierzona w odsłonięciu (oknie pomiarowym) zawiera zatem nieproporcjonalnie dużo długich śladów nieciągłości, dlatego niedokładnie reprezentuje całą populację nieciągłości w masywie skalnym. Zjawisko to i sposoby korekcji dokładnie omówiono w [1, 3, 24].
- 3) Błąd cenzurowania. Ze względu na ograniczoną wielkość powierzchni pól pomiarowych, ślady wielu nieciągłości nie mogą być obserwowane w całości. Dlatego ich długości nie mogą być bezpośrednio zmierzone i znalezione położenie ich środków. Zjawisko cenzurowania długości nieciągłości występuje z większym prawdopodobieństwem w stosunku do dłuższych śladów nieciągłości niż krótszych.
- 4) Błąd obciążenia. W procesie zbierania danych pomiarowych nie są uwzględniane małe nieciągłości o śladach krótszych od pewnej wartości granicznej. Jest to postępowanie świadome lub nieświadome spowodowane np. niedokładnością lub trudnością w identyfikacji.
- 5) Błąd estymacji spowodowany zmiennością statystyczną pomiędzy próbami, szczególnie o małej liczności. Stosowane są dwa podejścia do zagadnienia błędu estymacji: empiryczne i analityczne. Pierwsze polega na obserwacji zmiany na wykresach (np. diagramów orientacji) ze wzrostem liczby pomiarów a drugie jest oparte na statystykach analitycznych.
- 6) Błędy pomiaru. Spowodowane są błędami przyrządów i błędami odczytu. Dzieli się na systematyczne i losowe. Z reguły błędy losowe są znacznie mniejsze niż systematyczne błędy pomiaru i błędy estymacji i często mogą być pominięte. Zwykle przyjmuje się, że błędy losowe mają rozkład normalny ze średnią 0. Pozwala to nałożyć przedziały ufności

na same pomiary. Wartość średnia błędów systematycznych jest różna od zera. Błędy systematyczne nie maleją ze wzrostem liczności próby jak błędy losowe. Jedynym sposobem ich wykrywania jest badanie niespójności danych i analiza możliwych źródeł.

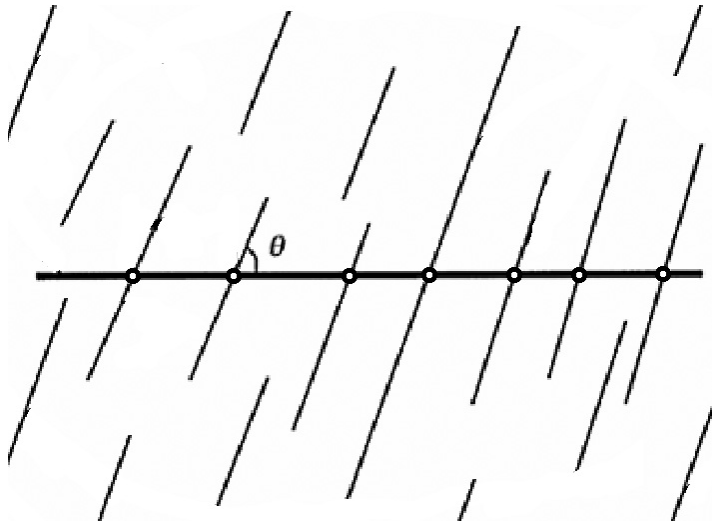
Cztery pierwsze wymienione wyżej błędy są charakterystyczne dla pomiarów nieciągłości [5], a dwa ostatnie towarzyszą każdemu procesowi pomiarowemu. Pomiary, estymacja parametrów sieci nieciągłości, a czasami również schemat budowy stochastycznego modelu nieciągłości powinny uwzględniać korekcję błędów i obciążeń związanych z pomiarami geometrii nieciągłości. Obszerne omówienie błędów i obciążeń związanych z pomiarami nieciągłości oraz metod ich korekcji można znaleźć w licznych pracach [2, 5–10, 12–16, 19, 25, 27, 29].

#### **4. Pomiary wskaźników zagęszczenia nieciągłości na odsłonięciach**

Kartowanie i pomiar nieciągłości na odsłonięciach pozwala na wiarygodny i powtarzalny opis sieci nieciągłości przy relatywnie niskich kosztach i zadawalającej dokładności badań. Problemem jest z reguły brak odsłonień zlokalizowanych lub reprezentatywnych dla rejonu, który ma być przedmiotem symulacji i w którym sieć nieciągłości należy rozpoznać. Innym problemem może być mała powierzchnia lub niedostępność tych odsłonień, niekorzystna orientacja powierzchni odsłonięcia względem zespołów nieciągłości (powodująca znaczne obciążenie błędem orientacji) i mała liczba śladów nieciągłości niepozwalająca na zebranie próby statystycznej o odpowiedniej liczności. Dla naturalnych odsłonień problemem jest zwietrzelina utrudniająca dostęp do strefy monolitycznej. Z kolei na sztucznych odsłonięciach w wyrobiskach pojawiają się spękania na skutek urabiania i odciążenia masywu skalnego [11]. Systematyczne kartowanie i pomiary nieciągłości razem z postępowaniem przodka dają dobry materiał dla ilościowego opisu sieci nieciągłości. Jednak wtedy symulacja stateczności wydrążonego już wyrobiska jest na ogół mniej użyteczna niż przed jego wykonaniem.

Pomiary, które są przeprowadzane z odsłonień, to między innymi pomiary orientacji przestrzennej, średniego odstepu, gęstości powierzchniowej śladów, średniej długości śladów. Na ich podstawie obliczane są parametry stochastycznego modelu geometrii sieci nieciągłości, dlatego na nich tutaj się skupiono. Inne istotne badania nieciągłości przeprowadzane z odsłonień, to pomiar rozwarcia lub szerokości, opis lub pomiar szorstkości powierzchni spękań, opis stopnia wypełnienia, charakterystyka litologiczna utworów i inne. Sporządzany jest zwykle ręczny schemat odsłonięcia z zaznaczonymi nieciągłościami lub dokumentacja fotograficzna. Warto zwrócić uwagę, że z pomiarów na odsłonięciach (ani żadnych innych standardowych pomiarów) nie da się określić kształtu płaszczyzny nieciągłości.

Odstęp lub gęstość spękań mierzona jest zwykle wzdłuż prostoliniowego odcinka pomiarowego (sznurek przybity do ociosu, taśma pomiarowa, narysowana linia). Zliczana jest liczba nieciągłości przecinających linię. Odstęp wyznaczany jest jako średni, pozorny odstęp na odcinku pomiarowym, przez podzielenie długości odcinka przez liczbę nieciągłości przecinających odcinek. Częstość (odwrotność odstepu) może być wyznaczona z definicji, jako liczba przecięć nieciągłości podzielona przez długość odcinka pomiarowego (rys. 1).



Rys. 1. Linia pomiarowa na odsłonięciu z zespołem prawie równoległych śladów nieciągłości

Odstęp nieciągłości intuicyjnie kojarzy się z odległością pomiędzy płaszczyznami nieciągłości, która jest definiowana i ma sens geometryczny tylko dla płaszczyzn równoległych, dlatego dla zespołu równoległych nieciągłości o dużym zasięgu pomiar i interpretacja odstępu nieciągłości są zgodne z tą intuicją. Dla nierównoległych nieciągłości o skończonym zasięgu pomiar odstępu może być niewygodny a interpretacja budzić wątpliwości. Wynik pomiaru gęstości, tak samo jak odstępu, zależy silnie wyboru kierunku linii pomiarowej. Tej wady nie ma gęstość powierzchniowa śladów nieciągłości  $\Gamma_A$ :

$$\Gamma_A = \frac{L}{A} \quad (1)$$

gdzie:

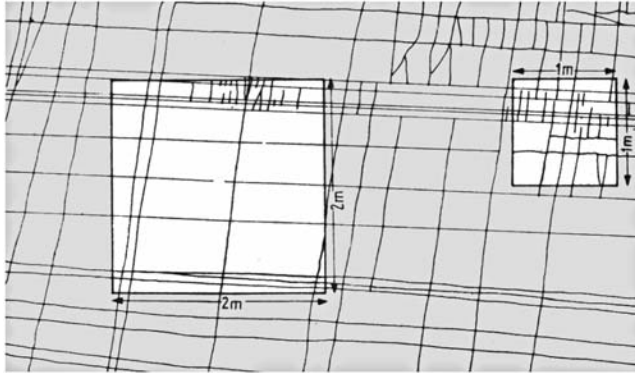
$L$  — suma długości śladów nieciągłości,

$A$  — powierzchnia odsłonięcia, okna pomiarowego lub ramki pomiarowej.

Do pomiaru i wyznaczenia gęstości powierzchniowej śladów nieciągłości z powyższej definicji wykorzystywane są składane ramki pomiarowe, na przykład kwadratowe, o boku 2 m, podzielone siatką na kwadratowe oczka o boku 10 cm (rys. 2).

Innymi charakterystykami śladów nieciągłości na odsłonięciach powierzchniowych są częstość powierzchniowa śladów  $\nu_A$  i średnia długość śladów nieciągłości  $\mu$ :

$$\nu_A = \frac{N}{A} \quad (2)$$



**Rys. 2.** Kwadratowe ramki pomiarowe wykorzystywane do pomiaru gęstości powierzchniowej śladów nieciągłości [18]

$$\mu = \frac{L}{N} \quad (3)$$

gdzie  $N$  jest liczbą śladów nieciągłości.

Są to wzory definiujące  $\nu_A$  i  $\mu$  w odniesieniu do nieskończenie dużego okna pomiarowego i określają estymatory obciążone błędem cenzurowania<sup>1</sup> i błędem długości<sup>2</sup>. Istnieją metody korekty tych błędów, jednak komplikują one pomiary, nie zawsze są skuteczne i możliwe do zastosowania.

Dostrzegając geometryczne i statystyczne związki długości śladu nieciągłości z liczbą i rodzajem śladów nieciągłości w prostokątnym oknie pomiarowym Pahl [1981] wyprowadził następujący estymator średniej długości śladów nieciągłości  $\mu$  dla zespołu prawie równoległych nieciągłości (rys. 3):

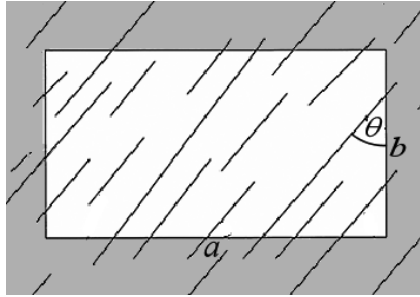
$$\mu = \frac{ab}{a|\sin \theta| + b|\cos \theta|} \left( \frac{N + N_r - N_c}{N - N_r + N_c} \right) \quad (4)$$

gdzie:

- $N$  — liczba wszystkich śladów w oknie pomiarowym,
- $N_r$  — liczba śladów z obydwoma końcami poza oknem pomiarowym,
- $N_c$  — liczba śladów z obydwoma końcami wewnątrz okna pomiarowego,
- $a, b$  — szerokość i wysokość prostokątnego okna pomiarowego,
- $\theta$  — kąt pomiędzy kierunkiem śladów nieciągłości i pionowym bokiem ( $b$ ) okna pomiarowego.

1 W oknie pomiarowym występują ślady, które kończą się poza oknem, dlatego ich długość i położenie środka na podstawie ograniczonego okna pomiarowego nie mogą być poprawne.

2 Prawdopodobieństwo przecięcia okna pomiarowego przez długie ślady nieciągłości jest większe niż przez krótkie, dlatego te pierwsze są nadreprezentowane.



**Rys. 3.** Po lewej, zespół prawie równoległych nieciągłości w prostokątnym oknie pomiarowym jak w rozwiązaniach Pahla, Kulatilake i Wu oraz Mauldona

Wzór Pahla zakłada równoległość nieciągłości, dlatego dla sieci złożonych z kilku wyraźnie wyodrębnionych zespołów prawie równoległych nieciągłości, trzeba go stosować dla każdego zespołu po kolei. W innych przypadkach rozwiązanie to jest mniej użyteczne. Można co prawda dzielić nieciągłości na liczne kategorie o podobnych orientacjach, ale to komplikuje obliczenia i może zaburzać wyniki. Kulatilake i Wu pokazali, jak znając rozkład prawdopodobieństwa orientacji nieciągłości, wyeliminować założenie równoległości płaszczyn nieciągłości [17].

Zliczając ślady nieciągłości w prostokątnym oknie pomiarowym, można też oszacować częstość powierzchniową nieciągłości:

$$v_A = \frac{N - N_T + N_C}{2ab} \quad (5)$$

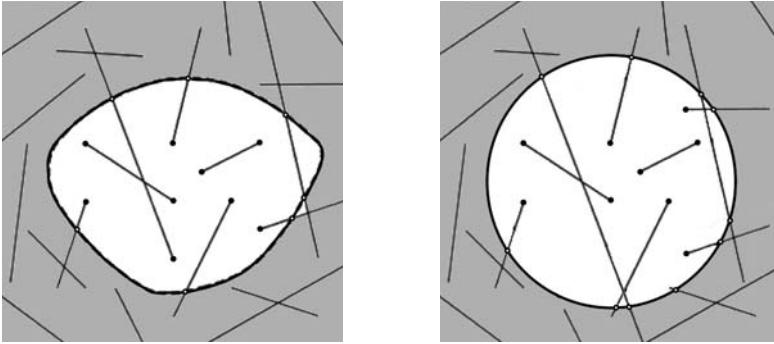
## 5. Pomiary wskaźników zagęszczenia nieciągłości w kołowych oknach pomiarowych

Matthew Mauldon [19] znalazł formuły obliczenia średniej długości  $\mu$  i częstości powierzchniowej  $v_A$  śladów nieciągłości w dowolnym wypukłym oknie pomiarowym (rys. 4). Szczególnym przypadkiem tego rozwiązania jest wzór (4) dla prostokątnego okna pomiarowego oraz wzór (6) dla kołowego okna pomiarowego o promieniu  $r$ :

$$\mu = \frac{\pi r}{2} \frac{n}{m} \quad (6)$$

gdzie:

- $m$  — liczba końców śladów leżących wewnątrz okna pomiarowego ( $m = N - N_T + N_C$ ),
- $n$  — liczba końców śladów leżących poza oknem pomiarowym, równa liczbie przecięć brzegu okna pomiarowego przez ślady nieciągłości ( $n = N + N_T - N_C$ ),
- $r$  — promień kołowego okna pomiarowego ( $m = N - N_T + N_C$ ).



**Rys. 4.** Po lewej: Wypukłe okno pomiarowe o dowolnym kształcie, jak w ogólnym rozwiązaniu Mauldona. Po prawej: Kołowe okno pomiarowe, jak w rozwiązaniach Mauldona oraz Zhanga i Einsteina

Dla wyliczenia średniej długości śladu wg wzorów (4) i (6) nie trzeba mierzyć ich długości, wystarczy je policzyć, co jest znacznie łatwiejsze. Obydwa wzory podają wartości nieobciążone błędem cenzurowania<sup>3</sup> i błędem długości. Inaczej mówiąc, podają wartości odniesione do nieskończonej płaszczyzny pomiarowej. Estymator (6) daje ponadto wynik niezależny od orientacji śladów nieciągłości. Ten sam estymator dla przypadku kołowego okna pomiarowego, niezależnie podali też Zhang i Einstein [29].

W podobny sposób, jak średnią długość śladów, można oszacować częstość powierzchniową nieciągłości  $v_A$  dla kołowego okna pomiarowego:

$$v_A = \frac{m}{2\pi r^2} \quad (7)$$

Estymatory (5) i (7) są nieobciążone błędami długości i cenzurowania i nie zależą od orientacji śladów nieciągłości. Dla wyliczenia ich wartości wystarczy policzyć końce nieciągłości przecinających okno pomiarowe i znać jego wymiary.

Oszacowanie  $\mu$  lub  $v_A$  z pojedynczego okna pomiarowego jest podobne do estymacji cechy w populacji na podstawie jednoelementowej próby. We wzorach (4), (6), (5) i (7) symbole  $m$  i  $n$  w istocie oznaczają estymatory odpowiednich wielkości. Im większa liczba okien pomiarowych, tym większa liczność próby, z której szacowane mogą być  $m$  i  $n$  i lepsza estymacja  $\mu$  lub  $v_A$ . Wskazówek dla wykorzystania pomiarów z wielu okien pomiarowych dla estymacji  $\mu$  lub  $v_A$  można szukać w pracach Mauldona i innych [20] oraz Zhanga i innych [28].

Gęstość powierzchniowa śladów nieciągłości  $\Gamma_A$  jest iloczynem częstości powierzchniowej śladów  $v_A$  i średniej długości śladów  $\mu$ , jeżeli tylko te dwie ostatnie wielkości są niezależne:

$$\Gamma_A = v_A \mu = \frac{m}{2\pi r^2} \frac{\pi r}{2} \frac{n}{m} = \frac{n}{4r} \quad (8)$$

<sup>3</sup> Ściśle rzecz biorąc (6) jest nieobciążony a (4) jest asymptotycznie nieobciążony i zgodny.



gdzie:

- $r$  — promień okręgu tworzącego linię pomiarową,
- $n$  — liczba przecięć okrągłej linii pomiarowej ze śladami nieciągłości równa liczbie końców śladów leżących poza oknem pomiarowym.

Estymatory gęstości powierzchniowej śladów (1) i (8) nie są obciążone błędami pomiaru spowodowanymi ograniczoną wielkością okna lub ramki pomiarowej, jednak oszacowanie tego drugiego jest znacznie łatwiejsze, bo nie wymaga czasochłonnych pomiarów długości śladów, wystarczy policzenie punktów przecięć  $n$ .

## 6. Podsumowanie

Ilościowe pomiary geometrii nieciągłości są ograniczone do odsłoneń naturalnych i sztucznych, rdzeni i otworów wiertniczych. Współczesna technologia nie przełamuje tego ograniczenia, ale pozwala znacznie lepiej wykorzystać informacje, które są dostępne. Nie tylko technologia jest źródłem postępu w zakresie określania parametrów nieciągłego masywu skalnego. Metoda Mauldona (oraz Zhanga i Einsteina) estymacji średniej długości, częstości powierzchniowej i gęstości powierzchniowej śladów nieciągłości na podstawie pomiarów w kołowym oknie pomiarowym ma istotne przewagi nad dotychczas stosowanymi metodami stosującymi prostoliniowe odcinki pomiarowe, tradycyjne okna pomiarowe i estymatory bezpośrednio z definicji. Nowe estymatory opierają się na zliczeniach końców śladów nieciągłości bez konieczności bardziej kłopotliwego pomiaru ich długości, nie są obciążone błędem cenzurowania ani błędem długości, nie zależą od orientacji śladów nieciągłości, mają bardzo prostą postać. Są one jednym z najciekawszych osiągnięć w dziedzinie pomiarów i opisu sieci nieciągłości w ostatnich latach.

Warto pamiętać, że pomysł szacowania długości śladów nieciągłości na podstawie zliczeń przecięć nieciągłości z linią pomiarową bez mierzenia długości śladów zastosował już w latach 60. Paduszyński w swojej metodzie mikroskopowych badań gęstości mikrospękań [18, 21].

## LITERATURA

- [1] *Baecher G.B.*: Progressively Censored Sampling of Rock Joint Traces. *Mathematical Geology* 12, 1980
- [2] *Baecher G.B.*: Statistical Analysis of Rock Mass Fracturing. *Mathematical Geology* 15, 1983
- [3] *Cruden D.M.*: Describing the Size of Discontinuities. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 14, 1977
- [4] *Dershowitz W.S., Herda H.H.*: Interpretation of Fracture Spacing and Intensity. *Proc. 33rd US Symposium on Rock Mechanics, Balkema, Rotterdam 1992*, p. 575–766
- [5] *Einstein H.H., Baecher G.B.*: Probabilistic and Statistical Methods in Engineering Geology. *Rock Mechanics and Rock Engineering* 16. Springer Verlag, 1983
- [6] *Hudson J.A., Priest S.D.*: Discontinuities and Rock Mass Geometry. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 16, 1979

- [7] *Hudson J.A., Priest S.D.*: Discontinuity Frequency in Rock Masses. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 20, 1983
- [8] ISRM: Suggested Methods for the Quantitative Description of Discontinuities in Rock Masses. International Society for Rock Mechanics Commission on Standardization of Laboratory and Field Tests. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 15, 1978
- [9] *Karzulovic A., Goodman R.E.*: Determination of Principal Joint Frequencies. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 22, 1985
- [10] *Kendorski F.S., Bindokas A.*: Fracture Characterization for Use in Rock Mechanics Design. 28<sup>th</sup> Symposium on Rock Mechanics, Tucson 1987
- [11] *Kidybiński A.*: Podstawy geotechniki kopalnianej. Wyd. „Śląsk” Katowice 1982
- [12] *Kulatilake P.H.S.*: State of the Art in Stochastic Joint Geometry Modeling. Key questions in geomechanics. Balkema, Rotterdam 1988
- [13] *Kulatilake P.H.S., Wathugala D.N., Stephansson O.*: Three-dimensional Stochastic Joint Geometry Modelling Including a Verification: A Case Study. *Rock Joints*. Balkema 1990
- [14] *Kulatilake P.H.S.W.*: Fracture Characterization and Network Modeling. EUROCK, Pre-Symposium Course. Helsinki University of Technology, ESPOO 2001
- [15] *Kulatilake P.H.S.W., Wu T.H.*: Sampling Bias on Orientation of Discontinuities. *Rock Mechanics and Rock Engineering* 17, 1984
- [16] *Kulatilake P.H.S.W., Wu T.H.*: The Density of Discontinuity Traces in Sampling Windows. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 21, 1984
- [17] *Kulatilake P.H.S.W., Wu T.H.*: Estimation of Mean Trace Length of Discontinuities. *Rock Mech. & Rock Eng.* 17, 1984, p. 215–232
- [18] *Liszkowski J., Stochlak J.*: Szczelinowatość masywów skalnych. Wydawnictwa Geologiczne, Warszawa 1977
- [19] *Mauldon M.*: Estimating Mean Fracture Trace Length and Density from Observations in Convex Windows. *Rock Mechanics and Rock Engineering* 31(4), 1998, p. 201–216
- [20] *Mauldon M., Dunne W.M., Rohrbaugh M.B.*: Circular Scanlines and Circular Windows: New Tools for Characterizing the Geometry of Fracture Traces. *Journal of Structural Geology* 23, 2001, p. 247–258
- [21] *Paduszyński J.*: Szacowanie gęstości mikroszczelin metodą traserów losowych. *Nafta* 1, 1965
- [22] *Pahl P.J.*: Estimating the Mean Length of Discontinuity Traces. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 18, 1981
- [23] *Pinińska J.*: Szczelinowatość masywów skalnych po 30 latach w świetle normy PN-EN ISO-14689-1 — badania geotechniczne, rozpoznanie i klasyfikacja skał. *Geologos* 11, Instytut Geologii UAM, Poznań 2007
- [24] *Priest S.D., Hudson J.A.*: Estimation of Discontinuity Spacing and Trace Length Using Scanline Surveys. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 18, 1981
- [25] *Sen Z., Kazi A.*: Discontinuity Spacing and RQD Estimates from Finite Length Scanlines. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 21, 1984
- [26] *Thiel K.*: Mechanika skał w inżynierii wodnej. PWN, Warszawa 1980
- [27] *Warburton P.M.*: A Stereological Interpretation of Joint Trace Data. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 17, 1980
- [28] *Zhang L., Einstein H.H.*: Estimating the Intensity of Rock Discontinuities. *Int. J. Rock Mech. and Min. Sci.* 37(5), 2000, p. 819–837
- [29] *Zhang L., Einstein H.H.*: Estimating the Mean Trace Length of Rock Discontinuities. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 31 (4), 1998, p. 217–235