

**MODELOWANIE TRAJEKTORII PROMIENI
I CZASÓW PRZEBIEGU FAL ODBITYCH PP, SS I PS
DLA DYSKRETNEGO ÓŚRODKA
POPZRZECZNIE IZOTROPOWEGO
Z NACHYLONĄ OSIĄ SYMETRII**

**The modeling of ray trajectories and travel times of reflected PP, SS,
and PS waves in the discrete transversely isotropic medium
with tilted symmetry axis**

Zbigniew KASINA

*Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska,
Katedra Geofizyki;
al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków;
e-mail: kasina@geol.agh.edu*

Abstract: In the presented paper the basic assumptions of the algorithm and program of seismic ray trajectories and travel times modelling are described for the case of reflected PP, SS and PS waves in the discrete anisotropic (transversely isotropic) medium with tilted symmetry axis. The ray trajectories and travel times in the discrete horizontally layered medium (VTI) and in the monoclinally dipping layers are defined by means of the numerical solution of the partial equations set resulting from the Fermat principle. The values of the velocities and Thomsen anisotropy parameters are defined in the nodes of the assumed, two dimensional grid. The comparison of the reflection waves hodographs was accomplished for selected isotropic and anisotropic models in the case of CDP gathers.

Key words: geophysics, seismic methods, anisotropy, hodographs, ray tracing

Słowa kluczowe: geofizyka, metody sejsmiczne, anizotropia, hodografy, trasowanie promieni

WSTĘP

Ważnym narzędziem oceny wpływu anizotropii ośrodka na propagację fal sejsmicznych jest analiza czasów przebiegu tych fal oraz zmian krzywizny ich hodografów (Al-Dajani & Tsvankin 1998, Grechka & Tsvankin 1998, Contreras *et al.* 1999). Zmiany te istotnie rzutują na wyniki analiz prędkości, determinując efektywność przetwarzania danych sejsmicznych. Stwarzają jednocześnie możliwość odtwarzania parametrów anizotropii ośrodka w oparciu o dane zarejestrowane na powierzchni ziemi (Grechka & Tsvankin 1999, Al-Marzoug *et al.* 2006).

W prezentowanej pracy przedstawiono założenia algorytmu i programu do modelowania trajektorii promieni sejsmicznych i czasów przebiegu fal odbitych PP, SS i PS w dyskrét-

nym ośrodkiem anizotropowym (poprzecznie izotropowym) z nachyloną osią symetrii. Trajektorie promieni i czasy przebiegu w dyskretnym ośrodku poziomo warstwowanym (VTI) lub z warstwami monoklinalnie zapadającymi określane są na drodze numerycznego rozwiązywania układu równań różniczkowych wynikających z zasady Fermata. Wartości prędkości i parametrów anizotropii Thomsena definiowane są w węzłach założonej, dwuwymiarowej siatki.

OPIS ALGORYTMU PROGRAMU DO GENEROWANIA TRAJEKTORII PROMIENI I CZASÓW PRZEBIEGU

W algorytmie programu wykorzystanego do obliczeń modelowych przyjęto następujące założenia, określające model interpretacji:

- dwuwymiarowy model prędkościowy ośrodka zbudowany jest z monoklinalnie zapadających warstw ze stałymi prędkościami lub ze stałymi gradientami prędkości (liniowy wzrost prędkości z głębokością);
- warstwy ośrodka są izotropowe lub anizotropowe (poprzecznie izotropowe) z osią symetrii pionową lub nachyloną; oś anizotropii jest prostopadła do monoklinalnie zapadających granic ośrodka i pokrywa się z kierunkiem gradientu prędkości w warstwach gradientowych;
- model prędkościowy ośrodka jest definiowany przez podanie jego rozmiarów (XMAX, ZMAX), liczby granic, głębokości granic mierzonych w początku układu (0, 0) prostopadle do granic, stałych prędkości (lub stałych gradientów prędkości) fal P oraz S w poszczególnych warstwach, kąta upadu warstw identycznego z nachyleniem osi anizotropii;
- trasowanie promienia sejsmicznego i określanie jego czasów przebiegu realizowane jest na dyskretnej siatce prędkości i parametrów anizotropii Thomsena przy zadanych z góry rozmiarach oczka siatki (Δx , Δz);
- promień sejsmiczny, wychodzący ze źródła, porusza się po drodze określonej zasadą Fermata a układ równań różniczkowych, określających trajektorię promienia sejsmicznego i czas jego przebiegu, ma postać:

$$d\alpha = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \sin \alpha - \frac{\partial \alpha}{\partial z} \cos \alpha \right) ds$$

$$dx = ds \cos \alpha$$

$$dz = ds \sin \alpha$$

$$dt = \frac{ds}{v}$$

gdzie: kąt α określa nachylenie stycznej do trajektorii promienia, ds jest elementem trajektorii, v – prędkością propagacji wzdłuż trajektorii.

W trakcie określania kolejnych punktów trajektorii promienia sejsmicznego dokonujemy rozwiązania powyższego układu równań różniczkowych, stosując – łatwą do zastosowania w obliczeniach numerycznych – metodę Rungego–Kutty czwartego rzędu.

Model ośrodka wraz ze schematem obserwacji definiowany jest w układzie (x, z) w obszarze wewnątrz czerwonego prostokąta (Fig. 1). Obliczenia prowadzone są na siatce w układzie (x'', z'') z osią z'' pokrywającą się z osią symetrii ośrodka anizotropowego (poprzecznie izotropowego). Prostokąt niebieski wyznacza obszar obliczeniowy. W układzie (x, z) jest to model anizotropowy z nachyloną osią symetrii. Końcowe wyniki (pola prędkości, trajektorie promieni, schemat obserwacji) przedstawiane są w układzie (x, z) . W przypadku trasowania promienia w ośrodku anizotropowym z krokiem DS czas propagacji naliczany jest w każdym punkcie trajektorii z uwzględnieniem prędkości w ośrodku anizotropowym, określonej dla kąta zawartego między aktualnym kierunkiem promienia i osią symetrii modelu. Prędkości w założonym ośrodku anizotropowym (VTI) określone były jako funkcje parametrów anizotropii Thomsena ($\epsilon, \gamma, \delta^*$) oraz kąta θ , zawartego między normalną do frontu falowego i osią symetrii ośrodka. Wykorzystywane formuły miały znaną postać (Thomsen 1986):

$$v_p^2(\theta) = \alpha_0^2 [1 + \epsilon \sin^2 \theta + D^*(\theta)] \quad v_{SV}^2(\theta) = \beta_0^2 \left[1 + \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} \epsilon \sin^2 \theta - \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} D^*(\theta) \right]$$

$$D^*(\theta) \equiv \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\beta_0^2}{\alpha_0^2} \right) \left\{ \left[1 + \frac{4\delta^*}{(1 - \beta_0^2/\alpha_0^2)^2} \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{4(1 - \beta_0^2/\alpha_0^2 + \epsilon)\epsilon}{(1 - \beta_0^2/\alpha_0^2)^2} \sin^4 \theta \right]^{1/2} - 1 \right\}$$

gdzie α_0 i β_0 są prędkościami fali podłużnej i poprzecznej w kierunku osi symetrii ośrodka, utożsamianymi z prędkościami w ośrodku izotropowym.

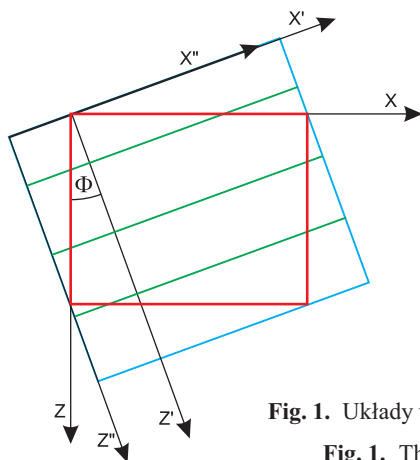


Fig. 1. Układy współrzędnych wykorzystywane w obliczeniach

Fig. 1. The co-ordinate systems used in calculations

WYNIKI OBLICZEŃ MODELOWYCH

W procesie obliczeń modelowych uwzględniono modele z warstwami o stałych prędkościach z granicami poziomymi i nachylnymi (monoklinalnie zapadające), model z warstwami gradientowymi, modele izotropowe i anizotropowe (poprzecznie izotropowe), warianty fal PP,

SS i PS, kolekcje wspólnego punktu wzbudzenia (WPW) i wspólnego punktu odbicia (WPG), rozstaw środkowy 24- i 48-kanałowy z interwałem pomiarowym 100 m. W obliczeniach wykorzystano model sejsmogeologiczny, którego parametry – a w szczególności wartości prędkości fal podłużnych V_P i poprzecznych V_S oraz parametry anizotropii Thomsena (ϵ , γ , δ^*) – dobrano dla wybranych litologii z danych literaturowych (Thomsen 1986). Parametry te zestawiono w tabeli 1. Wybrane wyniki obliczeń przedstawiono poniżej.

Tabela (Table) 1

Parametry poszczególnych warstw modelu sejsmogeologicznego
The parameters of the individual seismogeological model layers

Numer warstwy <i>Layer number</i>	Litologia <i>Lithology</i>	V_P [m/s]	V_S [m/s]	Parametry Thomsena <i>Thomsen's parameters</i>		
				ϵ	γ	δ
1	Łupek Dog Creek <i>Dog Creek shale</i>	1900	826	0.225	0.345	-0.020
2	Piaskowiec Taylor <i>Taylor sandstone</i>	3400	1800	0.110	0.255	-0.035
3	Piakowiec Mesaverde <i>Mesaverde sandstone</i>	4500	2700	0.060	0.045	0.147

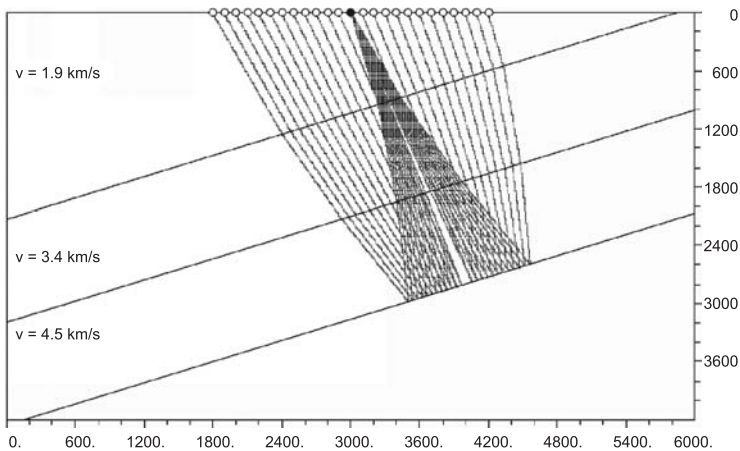


Fig. 2. Wykres trajektorii promieni fali PP (kolekcja tras WPW) na tle modelu z granicami nachylonymi
Fig. 2. The graph of PP wave ray trajectories (CSP gather) at the background of the model with dipping reflectors

Na figurze 2 przedstawiono przebieg promieni fali PP dla kolekcji tras WPW (rozstaw 24-kanałowy), na tle modelu sejsmogeologicznego ośrodka zawierającego stałe prędkości i granice nachylone pod kątem 20° . Hodograf fali odbitej dla modelu izotropowego ilustruje figura 3A, a różnice hodografów dla modelu izotropowego i anizotropowego przedstawiono na figurze 3b. Jak można zauważyć na figurze 3B różnice hodografów pod upadem (większe wartości współrzędnej x) są mniejsze niż z upadem, co wynika z różnicy długości dróg propagacji.

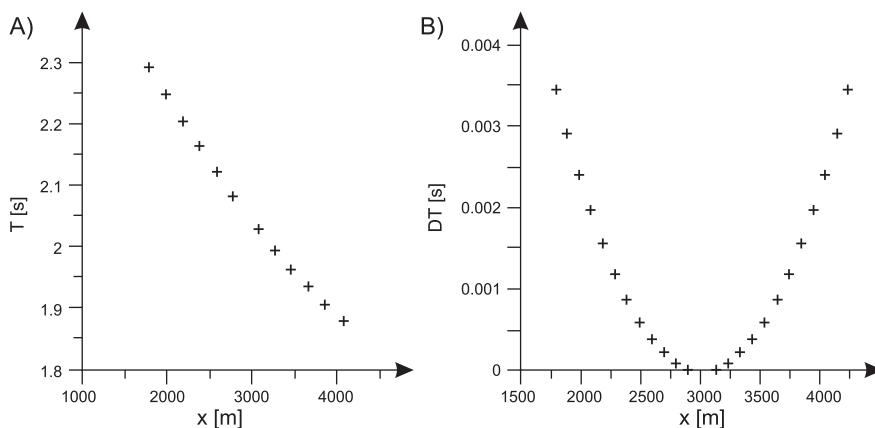


Fig. 3. Hodograf fali odbitej PP dla modelu izotropowego przedstawionego na figurze 2 (A). Różnica hodografów dla modelu izotropowego i anizotropowego (B)

Fig. 3. The hodograf of PP reflected wave for the case of isotropic model presented in figure 2 (A). the difference of hodographs for the isotropic and anisotropic models (B)

Jeśli model z figury 2 zmodyfikujemy wprowadzając granice poziome przy zachowaniu miąższości warstw, wówczas różnice hodografów dla modelu izotropowego i anizotropowego dla fal PS i SS istotnie rosną, jak to ilustruje figura 4.

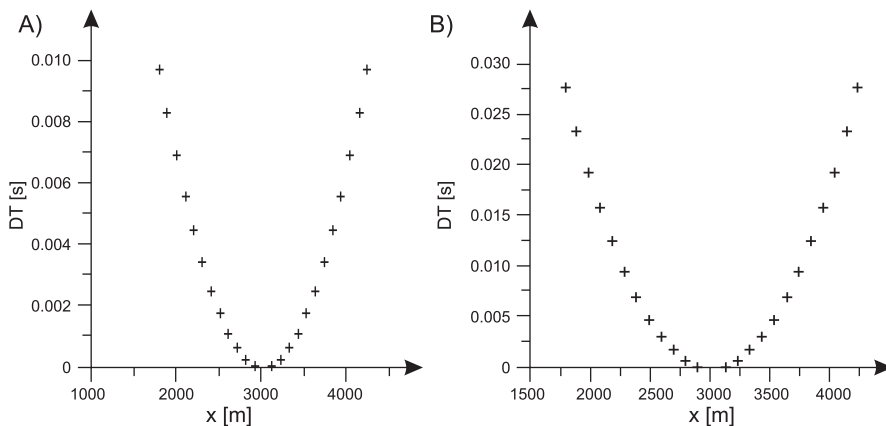


Fig. 4. Różnice hodografów dla modelu izotropowego i anizotropowego z granicami poziomymi (kolekcja WPW, rozstaw 24-kanałowy) dla fal odbitych: A) PS; B) SS

Fig. 4. The differences of hodographs for the isotropic and anisotropic models with horizontal reflectors (CSP gather, 24-channel spread) for the reflected waves: A) PS; B) SS

Dla dłuższych rozstawów (maksymalny offset 2400 m), z którymi mamy zwykle do czynienia stosując rozstaw 96-kanałowy z interwałem pomiarowym i strzałowym równym 50 m, obserwujemy już różnice czasów przebiegu fali odbitej PP dla rozpatrywanego modelu izotropowego i anizotropowego sięgające wartości około 14 ms.

Przedstawiona publikacja powstała w ramach prac finansowanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego i wykonanych – w zakresie modelowania fal odbitych w ośrodku izotropowym – w badaniach statutowych Zakładu Geofizyki AGH w roku 2005 (umowa 11.11.140.06) oraz – w zakresie modelowania w ośrodku anizotropowym – w projekcie rozwojowym nr R 090202001, realizowanym w 2008 roku Instytucie Nafty i Gazu.

Praca była prezentowana na VII Konferencji Naukowo-Technicznej pt. „Geofizyka w geologii, górnictwie i ochronie środowiska” organizowanej z okazji jubileuszu 90-lecia AGH na WGGiOŚ.

LITERATURA

- Al-Marzoug A.M., Neves F.A., Kim J.J. & Nebrija E.L., 2006. P-wave anisotropy from azimuthal AVO and velocity estimates using 3D seismic data from Saudi Arabia. *Geophysics*, 71, 2, e7–e11.
- Al-Dajani A. & Tsvankin I., 1998. Nonhyperbolic reflection moveout for horizontal transverse isotropy. *Geophysics*, 63, 5, 1738–1753.
- Contreras P., Grechka V. & Tsvankin I., 1999. Moveout inversion of P-wave data for horizontal transverse isotropy. *Geophysics*, 64, 4, 1219–1229.
- Grechka V. & Tsvankin I., 1998. 3-D description of normal moveout in anisotropic inhomogeneous media. *Geophysics*, 63, 3, 1079–1092.
- Grechka V. & Tsvankin I., 1999. 3-D moveout velocity analysis and parameter estimation for orthorhombic media. *Geophysics*, 64, 3, 820–837.
- Thomsen L., 1986. Weak elastic anisotropy. *Geophysics*, 51, 10, 1954–1966.