

*Andrzej Galinski\**

## ANALIZA ZALEŻNOŚCI MIĘDZY GEOMECHANICZNYMI PARAMETRAMI SKAŁ ZŁOŻOWYCH I OTACZAJĄCYCH NA PRZYKŁADZIE WYBRANYCH REJONÓW GÓRNICZYCH KOPALŃ LGOM

---

### 1. Wstęp

Znajomość geomechanicznych właściwości skał tworzących masyw skalny stanowi podstawę projektowania inżynierskich budowli w górotworze, pozwala ocenić zachowania się skał złożowych i otaczających, a także umożliwia rozwiązywanie niektórych problemów specjalnych w geomechanice.

Badania geomechanicznych własności skał złożowych i otaczających w kopalniach miedzi LGOM prowadzone są na bieżąco w nowoudostępnianych polach eksploatacyjnych. Służą one ocenie i klasyfikacji wydzielonych rejonów pod względem zagrożenia tąpnięciami i zawałami oraz doboru obudowy kotwowej.

Właściwości geomechaniczne górotworu określane są w badaniach laboratoryjnych dla skał występujących w pełnych profilach górniczych to jest:

- w stropie bezpośrednim do wysokości równej pięciokrotnej miąższości furty, przeciętnie do wysokości 25 m;
- w furcie eksploatacyjnej (wyrobisku);
- w spagu do głębokości równej jednokrotnej miąższości furty, nie mniej niż 5 m.

Zakres badań laboratoryjnych obejmuje określenie następujących własności geomechanicznych [5]:

- gęstości objętościowej —  $\rho_o$ , kg/dm<sup>3</sup>;
- wytrzymałości na ściskanie —  $R_c$ , MPa;

---

\* Instytut Górnictwa, Politechnika Wroclawska, Wroclaw

- wytrzymałości na rozciąganie —  $R_r$ , MPa;
- modułu sprężystości Younga —  $E_s$ , GPa;
- współczynnika Poissona —  $\nu$ ;
- energetycznego wskaźnik skłonności do tępiań —  $W_{et}$ .

Wyniki badań skał wykorzystywane są dla rozpoznania właściwości górotworu w wyznaczonych rejonach kopalń, co wiąże się ściśle ze sposobem ich katalogowania i wyznaczania poszczególnych parametrów. Obecnie możliwości gromadzenia i zapisywania wyników pomiarów pozwalają przygotowywać obszerne bazy danych. W takiej sytuacji zastosowanie metod statystycznych do analizy wyników badań skał umożliwia szersze wykorzystanie pomiarów w praktyce górniczej oraz przy prognozowaniu zjawisk zachodzących w górotworze.

W pracy, korzystając z przyjętych metod statystycznych, przedstawiono zależności pomiędzy wyróżnionymi parametrami geomechanicznymi skał w wybranych rejonach kopalni „Rudna” i kopalni „Lubin”. Analizę wyników pomiarów wykonano dla skał złożowych i otaczających (dla stropu i dla spągu), stosując modele obliczeniowe z wykorzystaniem regresji wielowymiarowej. Podano postacie analityczne funkcji i oceną ich dopasowania do wyników badań.

## 2. Analiza statystyczna danych

### 2.1. Sformułowanie problemu

W pracy oceniano zależności pomiędzy wybranym parametrem wytrzymałościowym  $R_r$ , a pozostałymi parametrami geomechanicznymi skał to jest  $R_c$ ,  $E_s$ ,  $\nu$ ,  $W_{et}$ ,  $\rho_o$ . Przyjęto odpowiednie modele funkcji i w oparciu o właściwe procedury statystyczne wyznaczano ich postacie analityczne. Podane zależności dla stropu, furty eksploatacyjnej i spągu porównywano między sobą. Przeanalizowano model funkcji liniowej. Zrezygnowano z modeli rozszerzonych, gdyż jak wykazano we wcześniejszych pracach [1, 2] ich zastosowanie poprawia ocenę dopasowania w niewielkim stopniu (kilka procent). W pracach tych oceniano zależność wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  od pozostałych parametrów. W pracy [1] wyznaczono funkcje regresji liniowej i modeli złożonych dla kopalni „Rudna”. Natomiast w pracy [2] funkcje regresji  $R_c = F(X_1, \dots, X_n)$  dla kopalni „Polkowice-Sierszowice” i porównano wyniki z pozostałymi kopalniami.

### 2.2. Przygotowanie danych

Dane wejściowe uwzględniane w obliczeniach statystycznych uzyskano z dokumentacji badań geomechanicznych własności skał w wybranych rejonach kopalń „Lubin” i „Rudna”. Dokumentacja zawierająca wyniki pomiarów wartości parametrów górotworu, jaka znajduje się w kopalniach, jest przygotowywana oddzielnie dla stropu, złoża i spągu. W ko-

lejszych stanowiskach pobierania próbek skalnych odwiercane są otwory w stropie, caliźnie i spagu. Tak pobrany materiał jest badany w laboratorium Mechaniki Skal „Cuprum” we Wrocławiu. Wyniki zestawia się oddzielnie w odpowiednich arkuszach (np. Excel), obejmujących kolejne stanowiska pomiarowe [5]. Na podstawie tych arkuszy tworzy się bazy danych, które są podstawą różnych analiz statystycznych.

W obliczeniach wykorzystano licencyjny pakiet statystyczny STATGRAPHICS 5,0 Plus for Windows, ver. Professional, będący własnością Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej.

### 3. Stosowane metody w analizie statystycznej

#### 3.1. Podstawowe założenia analizy

W zastosowanej analizie statystycznej przyjęto, że każdy parametr górotworu jest zmienną losową, a każdy pojedynczy wynik badań jedną realizacją tej zmiennej. W ocenie i obliczeniach przyjęto poziom istotności  $\alpha = 0,05$ .

#### 3.2. Wielowymiarowa funkcja regresji.

Jako model regresji przyjęto liniową wielowymiarową funkcję postaci [4]:

$$Y = A_1X_1 + A_2X_2 + \dots + A_nX_n + C \quad (1)$$

gdzie:

- $Y$  — zmienna określana, zależna;
- $X_1, X_2, \dots, X_n$  — zmienne określające, niezależne;
- $C$  — stała funkcji regresji;
- $A_1, A_2, \dots, A_n$  — współczynniki funkcji regresji.

Podstawą badań było określenie istotności współczynników regresji  $A_i$  tzn., czy dany współczynnik  $A_i$  różni się istotnie od zera przy założonym poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ . Jeśli różnica ta była mała dla danego współczynnika  $A_i$ , to odpowiadająca mu zmienna  $X_i$  była pomijana w równaniu (1) [3].

Wybór funkcji regresji postaci (1) przeprowadzono dwoma sposobami [4]:

- metodą regresji krokowej,
- metodą regresji wielokrotnej.

Miarą „dobroci” wyznaczonej funkcji był współczynnik determinacji  $R_2$ . Wybierano zatem taką postać funkcji (1), która charakteryzowała się najwyższą wartością współczynnika determinacji  $R_2$ .

W przypadku regresji wielokrotnej możliwe było eliminowanie lub wymienianie niektórych zmiennych niezależnych  $X_i$  aż do momentu uzyskania najwyższego współczynnika

determinacji  $R_2$  przy jednoczesnym założeniu istotności współczynników funkcji regresji  $A_i$ . W regresji krokowej wykorzystano dobór modelu sposobem zstępującym (Backward Selection) i wstępującym (Forward Selection). Stąd funkcje uzyskane tą drogą mogły zawierać mniej zmiennych niezależnych [4].

Do analizy wybrano model liniowy postaci

$$Y_I = A_1X_1 + A_2X_2 + A_3X_3 + A_4X_4 + A_5X_5 + C = \sum_{i=1}^5 A_iX_i \quad (2)$$

Inne modele regresji mogą mieć postać

$$Y_{II} = \sum_{i=1}^5 A_iX_i + \sum B_iX_i^2 + C \quad (3)$$

lub szerzej

$$Y_{III} = \sum_{i=1}^5 A_iX_i + \sum_{i=1}^5 B_iX_i + \sum_{j>i=1} C_iX_iX_j + C \quad (4)$$

## 4. Wyniki badań

### 4.1. Oznaczenia wstępne

Budując modele funkcji regresji przyjęto dwa sposoby ich wyznaczania. Pierwszy obejmował eliminację z pełnego zbioru zmiennych niezależnych te zmienne, dla których stałe  $A_i$  spełniały warunek  $p > 0,1$  lub  $p > 0,2$ . wybrano takie zestawy zmiennych, które spełniały te założenia.

Drugi sposób wykorzystywał regresję krokową Backward Selection i Forward Selection. Uwzględniono tylko te postacie funkcji, dla których współczynnik determinacji  $R_2$  był większy niż 80%.

W modelu funkcji regresji wielokrotnej przyjęto, że zmienna określana to wytrzymałość na rozciąganie  $R_r$ , a parametry określające to:  $\rho_o$  oznaczone przez  $X_1$ ,  $R_c$  przez  $X_2$ ,  $E_s$  przez  $X_3$ ,  $v$  przez  $X_4$ ,  $W_{et}$  przez  $X_5$ .

### 4.2. Wyznaczenie modelu funkcji regresji

Przeprowadzone obliczenia obejmowały wyznaczenie funkcji regresji dla stropu, wyrobiska i spągu. Dla każdego z tych obszarów określano po trzy funkcje: regresji podstawowej, regresji krokowej Forward Selection i Backward Selection. Takie obliczenia wykonano oddzielnie dla kopalni „Lubin” i dla kopalni „Rudna”. Poniżej zestawiono wyniki obliczeń.

### Kopalnia „Rudna”

— Strop:

- regresja podstawowa:  
 $R_r = 0,232R_c + 1,037\rho_o + 0,57W_{et}$  przy  $R^2 = 94,66\%$  i  $p = 0,2$ ;
- regresja krokowa (Forward Selection):  
 $R_r = 0,045R_c + 12,63v$  i  $R^2 = 94,27\%$ ;
- regresja krokowa (Backward Selection):  
 $R_r = 1,221\rho_o + 1,09W_{et}$  i  $R^2 = 95,76\%$ .

— Wyrobisko:

- regresja podstawowa:  
 $R_r = 0,103R_c - 4,98\rho_o + 0,536W_{et} + 11,0$  przy  $R^2 = 98,89\%$  i  $p = 0,2$ ;
- regresja krokowa (Backward Selection):  
 $R_r = -3,063 + 0,302W_{et} + 24,86v$  i  $R^2 = 97,61\%$ ;
- regresja krokowa (Forward Selection):  
 $R_r = 0,107E_s + 7,68v$  i  $R^2 = 97,74\%$ .

— Spag:

- regresja podstawowa:  
 $R_r = 0,242E_s + 0,39\rho_o + 1,82W_{et}$  przy  $R^2 = 99,54\%$  i  $p = 0,1$ ;
- regresja krokowa (Forward Selection):  
 $R_r = -0,066R_c + E_s = 0,31$  i  $R^2 = 96,97\%$ ;
- regresja krokowa (Backward Selection):  
 $R_r = -3,08W_{et} + 0,112R_c$  i  $R^2 = 96,71\%$ .

### Dla kopalni „Lubin“ otrzymano następujące postacie funkcji

— Strop:

- regresja podstawowa:  
nie wyznaczono, gdyż  $R^2 < 60\%$ ;
- regresja krokowa (Forward Selection):  
 $R_r = 0,043R_c + 9,123v$  i  $R^2 = 97,79\%$ ;
- regresja krokowa (Backward Selection):  
 $R_r = 0,043R_c + 9,123v$  i  $R^2 = 97,79\%$ .

— Wyrobisko:

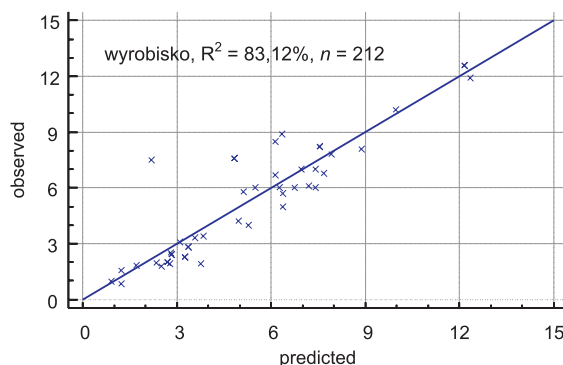
- regresja podstawowa:  
 $R_r = 0,024R_c + 23,27v + 0,526W_{et} - 2,57$  przy  $R^2 = 83,12\%$  i  $p = 0,1$ ;
- regresja krokowa (Backward Selection):  
 $R_r = -3,59 + 0,97W_{et} + 32,56v$  i  $R^2 = 81,87\%$ ;
- regresja krokowa (Forward Selection):  
 $R_r = -1,92 + 0,047R_c + 18,17v$  i  $R^2 = 81,8\%$ .

— Spag:

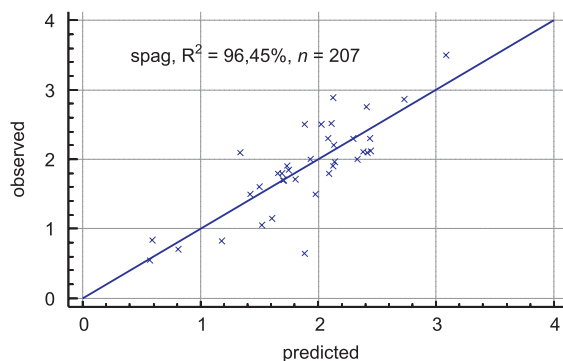
- regresja podstawowa:  
 $R_r = 0,056E_s + 0,32\rho_o + 0,83W_{et} + 6,1v$  przy  $R^2 = 96,36\%$  i  $p = 0,2$ ;
- regresja krokowa (Forward Selection):  
 $R_r = 1,19W_{et}$  i  $R^2 = 95,87\%$ ;
- regresja krokowa (Backward Selection):  
 $R_r = 1,19W_{et}$  i  $R^2 = 95,87\%$ .

Powierzchnie regresyjne wielowymiarowe  $Y = f(X_1, \dots, X_n)$  jest trudno przedstawiać graficznie. W takiej sytuacji stosuje się wykresy, w których na osi odciętych oznacza się wartości parametru  $R_r$ , a na osi rzędnych wartości  $R_r$  wyliczone z postaci funkcji regresji. Skupienie się punktów pomiarowych wokół prostej bazowej  $y = x$  oznacza dobre dopasowanie wyznaczonych funkcji [6].

Rysunek 1 i 2 przedstawiają przykładowo takie porównania odpowiednio dla furty i spągu w kopalni „Lubin”. Miarą dobrze wyznaczonej funkcji regresji są punkty pomiarowe leżące blisko prostej bazowej [4, 6].



Rys. 1. Predykcja funkcji regresji  $R_c = f(X)$  dla wyrobiska dla kopalni „Lubin”



Rys. 2. Predykcja funkcji regresji  $R_c = f(X)$  dla spągu dla kopalni „Lubin”

## 5. Uwagi końcowe

Analizując postacie funkcji regresji można stwierdzić, że w regresji krokowej najczęściej pojawiają się dwa parametry,  $R_c$  i  $v$  w przypadku kopalni „Lubin” i parametry  $R_c$  i  $W_{et}$  dla kopalni „Rudna”. W przypadku regresji podstawowej (wyjściowej) zawsze występuje parametr  $W_{et}$ . Stwierdza się, że w równaniach funkcji regresji udział parametru  $E_s$  jest niewielki. Dla kopalni „Rudna” największy udział w funkcji regresji mają trzy parametry  $R_c$ ,  $v$ ,  $W_{et}$ .

Współczynnik determinacji  $R^2$  jest zawsze większy od 90%. Wyjątek stanowi wyrobisko w kopalni „Lubin”, gdzie współczynnik determinacji  $R^2$  jest niewiele większy od 80%.

Otrzymane funkcje wymagają sprawdzenia po otrzymaniu kolejnych wyników pomiarów z kopalń.

### LITERATURA

- [1] *Galiński A., Lis J., Szeptun K.*: Porównanie zależności między parametrami górotworu na podstawie analizy wyników badań geomechanicznych własności skał w wybranym rejonie kopalni „Rudna”. Geotechnika i budownictwo specjalne 2004. XXVII Zimowa Szkoła Mechaniki Górotworu. Zakopane 14–19 marca 2004, T. I, Wydaw. Katedry Geomechaniki, Budownictwa i Geotechniki AGH, 2004
- [2] *Galiński. A.*: Właściwości wytrzymałościowo-deformacyjne górotworu na podstawie analizy wyników badań geomechanicznych własności skał w wybranym rejonie kopalni Polkowice-Sieroszowice., XXVIII Zimowa Szkoła Mechaniki Górotworu i Geoinżynierii, Szklarska Poręba, 13–18 marca 2005 r., Wyd. Polit. Wrocławskiej, Prace Naukowe Instytutu Geotechniki i Hydrotechniki Polit. Wroc. 75
- [3] *Greń. J.*: Statystyka matematyczna. Modele i zadania, Warszawa PMN, 1975
- [4] *Draper N.R., Smith F.*: Analiza regresja stosowana, Warszawa, PWN, 1973
- [5] *Lis J. i in.*: Przeprowadzenie zaliczeń poszczególnych rejonów górniczych kopalni „Rudna” do odpowiednich stopni zagrożenia tąpnięciami w aspekcie nowouruchomianych oddziałów eksploatacyjnych. Prace naukowo-badawcze CBPM „Cuprum”, Wrocław 1998–2002
- [6] Stathraphics Plus for Windows, Podręcznik użytkownika 1994, Wyd. Gambit, Kraków