Ekonomia Menedżerska
2009, nr 5, s. 63–79

Henryk Gurgul*, Krzysztof Kłęk**, Robert Syrek**

Długookresowe własności kursów walutowych – podwójna długa pamięć

1. Wprowadzenie

Długa pamięć, nazywana również własnością długookresowej zależności, polega na istnieniu istotnych autokorelacji pomiędzy nawet odległymi od siebie obserwacjami stanowiącymi szereg czasowy. Została ona odkryta przez brytyjskiego hydrologa Hursta [11], który usiłował wyjaśnić zagadkę okresowo powtarzających się wylewów Nilu. W tym celu analizował m.in. autokorelację pomiędzy zarejestrowanymi wylewami tej rzeki.

Jeśli w szeregu czasowym występuje krótka pamięć, to ACF (ang. *autocorrelation function*) opada szybko (w tempie wykładniczym). W przypadku istnienia własności długiej pamięci opadanie ACF jest znacznie wolniejsze, bo tempo opadania jest hiperboliczne. Szereg czasowy, w którym występuje długa pamięć charakteryzuje się w dziedzinie spektralnej rozkładem o niskiej częstotliwości. Występowanie w szeregu czasowym tylko autokorelacji niskich rzędów świadczy o istnieniu krótkiej pamięci w tym szeregu (obserwacje nawet niezbyt odległe nie są już skorelowane). Szeregi z krótką pamięcią można rozpoznać nie tylko po szybkim zanikaniu ACF, ale i po rozkładach o wysokiej częstotliwości w dziedzinie spektralnej. Szeregi czasowe z krótką pamięcią można opisywać między innymi

* Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Zarządzania, Katedra Ekonomii i Ekonometrii; e-mail: h.gurgul@neostrada.pl
** Wyższa Szkoła Ekonomii i Informatyki w Krakowie, Zakład Metod Ilościowych w Ekonomii; e-mail: krzysztof.klek@gmail.com; e-mail: rsyrek@wsei.edu.pl

za pomocą liniowych modeli szeregów czasowych takich jak ARMA. W przypadku występowania długiej pamięci stosowanie tradycyjnych liniowych modeli szeregów czasowych może być nieuzasadnione i w konsekwencji prowadzić do błędnych wyników odpowiednich analiz.

W analizie ekonomicznych szeregów czasowych zjawisko długiej pamięci odgrywa istotną rolę. Przykładowo powoduje ono istotne trudności w interpretacji wyników testów efektywności informacyjnej rynków finansowych. Dlatego konieczne stało się uogólnienie teorii efektywności informacyjnej giełdowych rynków akcji w wersji podanej przez E. F. Famę [5]. Zrobił to E. E. Peters [14], formułując swoją teorię rynków fraktalnych, w której istotne miejsce znalazło pojęcie długiej pamięci.

Celem artykułu jest sprawdzenie istnienia długiej pamięci w szeregach kursów walutowych złotego względem głównych walut światowych, zbadanie wpływu czasu na wielkość długiej pamięci oraz ustalenie, czy kursy te posiadają (parami) wspólną długą pamięć.

W pracy zajęto się najpierw (w rozdziale drugim) krótkim omówieniem niektórych prac poświęconych zagadnieniu długiej pamięci. W rozdziale trzecim przedstawiono metodykę badania zjawiska długiej pamięci oraz metody estymacji parametru długiej pamięci. W rozdziale czwartym omówiono dane, które posłużyły do badań. Rozdział piąty obejmuje zestawienie i omówienie wyników wykonanych obliczeń. Wnioski wynikające z przeprowadzonych badań są tematem rozdziału kończącego pracę.

2. Zagadnienie długiej pamięci w szeregach finansowych w literaturze

Pierwszą pracą, w której podano wyniki empiryczne badań nad długą pamięcią w szeregach stóp zwrotu, był artykuł [9]. Jego autorzy za pomocą skalowanej metody (R/S) Hursta wykryli obecność długiej pamięci w analizowanych szeregach stóp zwrotu akcji. Wyników tych nie potwierdził jednak A. W. Lo [12], który badał dzienne stopy zwrotu za pomocą ulepszonej wersji metody R/S.

Równolegle badano istnienie długiej pamięci w szeregach czasowych kursów walutowych (*spot* i *future*). Wyniki badań empirycznych [2, 3, 4, 6, 10] potwierdzają istnienie długiej pamięci w kursach wymiany walut.

Znaczącą pracą poświęconą długiej pamięci jest praca [13]. Jej autorzy udowodnili istnienie długiej pamięci w szeregach czasowych wielkości obrotów. Pokazali też, że zmienność stóp zwrotu i wielkość obrotów wykazują ten sam poziom długiej pamięci. Nie udało się im jednak ustalić wspólnej składowej długiej pamięci dla obu rozważanych szeregów czasowych.

3. Długa pamięć i metody jej estymacji

Najpopularniejszą klasą modeli służących do modelowania długiej pamięci są ułamkowo zintegrowane procesy autoregresji i średniej ruchomej (ARFIMA) zaproponowane przez [8]. Mówimy, że x_t jest procesem ARFIMA(p, d, q), jeżeli:

$$\Phi(L)(1-L)^d(x_t-\mu)=\Theta(L)\varepsilon_t \tag{1}$$

gdzie $\Phi(z)=1-\phi_1 z-\ldots-\phi_p z^p$ i $\Theta(z)=1+\theta_1 z+\ldots+\theta_q z^q$ są wielomianami opóźnień odpowiednio stopnia p i q, których pierwiastki leżą na zewnątrz koła jednostkowego. Ponadto $\varepsilon_t \sim$ *iid* $(0, \sigma^2)$, a symbol $(1-L)^d$ jest zdefiniowany za pomocą rozwinięcia w szereg

$$(1-L)^d=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{\Gamma(j-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(j+1)}L^j \tag{2}$$

gdzie Γ jest funkcją gamma Eulera. Parametr d może przyjmować dowolną wartość rzeczywistą. Zawężenie d do wartości całkowitych prowadzi do modelu ARIMA. Szereg czasowy jest stacjonarny i odwracalny, jeśli wszystkie pierwiastki wielomianów $\Phi(L)$ oraz $\Theta(L)$ leżą na zewnątrz koła jednostkowego i jeśli $|d|<0{,}5$. Szereg jest niestacjonarny jeśli $d\geq 1/2$, bo posiada wówczas nieskończoną wariancję. Zakładając, że $d\in(0;0{,}5)$ funkcja autokorelacji procesu ARFIMA jest proporcjonalna do k^{2d-1}, gdy $k\to\infty$. Dlatego funkcja autokorelacji procesu ARFIMA maleje hiperbolicznie do zera gdy $k\to\infty$. Jest to wolniejsza zbieżność w porównaniu z wykładniczą zbieżnością funkcji autokorelacji procesu ARMA. Dla $d\in(0;0{,}5)$ mówi się, że ARFIMA posiada długą pamięć. Jeśli $d\in(-0{,}5;0)$, to mówi się o antypersystencji lub inaczej średniej długiej pamięci albo ujemnej zależności długoterminowej. Proces posiada krótką pamięć, jeśli $d=0$, a odpowiedni szereg czasowy jest stacjonarny i odwracalny. Dla $d\in(0{,}5;1)$ proces, choć nie jest stacjonarny kowariancyjnie, nazywa się powracającym do średniej (ang. *mean reverting*). W tym przypadku nie ma już długoterminowego wpływu innowacji na przyszłe wartości procesu.

W dziedzinie spektralnej szereg czasowy ma długą pamięć z parametrem d, jeżeli jego funkcja gęstości spektralnej $f(\lambda)$ spełnia warunek

$$f(\lambda)\sim c\lambda^{-2d}\text{, gdy } \lambda\to 0^+ \tag{3}$$

gdzie c jest stałą, a symbol "$\sim$" oznacza, że iloraz lewej i prawej strony zmierza do jedynki.

Biorąc odpowiednie k-te różnice, wiele procesów niestacjonarnych można sprowadzić do procesów stacjonarnych spełniających warunek (3), rozszerzając tym samym pojęcie długiej pamięci na procesy niestacjonarne.

W literaturze dostępnych jest wiele metod estymacji parametru długiej pamięci d. Można je podzielić na dwie zasadnicze grupy: metody parametryczne i semiparametryczne.

Do estymacji metodą największej wiarogodności (ang. *maximum likelihood estimation* – MLE), należącą do pierwszej z wymienionych grup metod, konieczne jest założenie konkretnej postaci estymowanego modelu z klasy ARFIMA. Wówczas, w celu realizacji $\{x_t\}_{t=1\ldots T}$, funkcja wiarogodności ma postać

$$L\left(d,\phi,\theta,\sigma^2,\mu\right)=-\frac{T}{2}\ln|\Sigma|-\frac{1}{2}(\mathbf{X}-\mu l)^T\,\Sigma^{-1}\,(\mathbf{X}-\mu l) \tag{4}$$

gdzie ϕ i θ są wektorami parametrów wielomianu autoregresji i średniej ruchomej, μ jest estymatorem wartości oczekiwanej procesu, Σ jest jego macierzą kowariancji, natomiast $\mathbf{l}=(1,\ldots,1)^T$, $\mathbf{X}=(x_1,\ldots,x_T)^T$.

Drugą grupę estymatorów parametru d długiej pamięci stanowią estymatory semiparametryczne. Ich zastosowanie polega na aproksymacji gęstości spektralnej w otoczeniu 0 wynikającej z warunku (1). Wśród nich najpopularniejszy jest estymator oparty na regresji log-periodogramu zaproponowany w pracy [7], a szczegółowo zbadany przez Robinsona [15]. Estymatory semiparametryczne wykorzystują informację zawartą w periodogramie obliczonym tylko dla bardzo niskich częstości. To czyni te estymatory niewrażliwymi na wszelkiego rodzaju krótkookresowe zaburzenia, jak miało to miejsce w przypadku prezentowanego estymatora parametrycznego.

Przedstawimy teraz metodę wyznaczenia estymatora GPH. Opierając się na związku (1), po zlogarytmowaniu i podstawieniu estymatorów z próby, uzyskujemy przybliżony związek:

$$\ln\left(I(\lambda_j)\right)\approx const-2d\ln(\lambda_j) \tag{5}$$

gdzie $\lambda_j=\frac{2\pi j}{T}$ dla $j=1,\ldots,m$ są częstościami, a $I(\lambda)=\frac{1}{2\pi T}\left|\sum_{t=1}^{T}x_te^{it\lambda}\right|^2$ jest periodogramem obliczonym z próbki $x_1,\ldots,x_T$. Estymator GPH jest wyznaczany z powyższej relacji metodą najmniejszych kwadratów, przy czym parametr $m=m(T)$ powinien spełniać warunek:

$$\frac{1}{m}+\frac{m}{T}\to 0 \text{ gdy } T\to\infty$$

J. Geweke i S. Porter-Hudak w swojej pracy sugerują wybór $m=\sqrt{T}$. Asymptotyczna normalność estymatora GPH została początkowo udowodniona dla $d\in(-1/2,\ 1/2)$ w [15]. Pokazano też zgodność dla $d\in(-1/2,\ 1)$ oraz asymptotyczną normalność dla $d\in(-1/2,\ 3/4)$:

$$\hat{d}_{GPH} \sim N\left(d, \frac{\pi^2}{24m}\right)$$

Zaprezentowana powyżej metoda estymacji posiada kilka modyfikacji. Sugeruje się m.in. zastąpienie stałej w regresji przez wielomian w celu redukcji obciążenia estymatora. Natomiast w [17] proponuje się estymator uwzględniający dynamikę krótkookresową.

Do klasy estymatorów semiparametrycznych należą też lokalne estymatory Whittle'a (ang. *local Whittle estimators* – LW) zaproponowane przez Künscha, a rozwijane później przez P. M. Robinsona [16] oraz I. N. Lobato i C. Velasco [13]. W przypadku procesu jednowymiarowego lokalny estymator Whittle'a jest zdefiniowany jako argument maksymalizujący następującą funkcję wiarogodności:

$$Q(g,d) = -\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\left[\ln\left(g\lambda_j^{-2d}\right) + \frac{I(\lambda_j)}{g\lambda_j^{-2d}}\right] \tag{6}$$

Wartości *d,* dla których wykazano zgodność oraz asymptotyczną normalność, są identyczne, jak w przypadku estymatora GPH. Jednak estymator Whittle'a jest bardziej efektywny, ponieważ asymptotycznie ma niższą wariancję

$$\hat{d}_{LW} \sim N\left(d, \frac{1}{4m}\right)$$

Modyfikacje podstawowej metody można znaleźć np. w pracach K. Shimotsu i P. C. Phillipsa (2002). Na szczególną uwagę zasługuje estymator semiparametryczny Robinsona wykorzystany w części empirycznej tej pracy. Niektórymi asymptotycznymi własnościami góruje on nad wymienionymi estymatorami zwłaszcza w przypadkach wielowymiarowych.

3.1. Estymator Robinsona regresji logarytmów periodogramu

Rozwinięto procedury, które pozwalają na estymację zdefiniowanego w pracy [15] wielowymiarowego semiparametrycznego estymatora długiej pamięci $d(N)$, gdzie N oznacza liczbę szeregów czasowych $y(k)$, czyli $k=1,\ldots, N$. Zastosowany do zbioru szeregów czasowych parametr $d(N)$ jest estymowany dla każdego szeregu z wykorzystaniem pojedynczego log-periodogramu, co daje w efekcie różne wartości współczynników nachylenia i stałych regresji dla każdego szeregu czasowego. Jedną z innowacji wprowadzonych przez estymator Robinsona jest fakt, że nie jest on ograniczony do małej frakcji rzędnych w empirycznym periodogramie szeregu czasowego. Oznacza to, że rozsądne wartości wykładników nie wymagają wyłączenia stosunkowo licznej frakcji z początkowej próby. Estymator ten umożliwia także usunięcie jednej lub kilku początkowych rzędnych oraz uśrednienia periodogramu na podstawie sąsiednich częstości.

P. M. Robinson [15] proponuje alternatywny estymator regresji log-periodogramu, który ma przewagę jeśli chodzi o asymptotyczną efektywność w stosunku do estymatora GPH $\bar{d}(0)$. Zdefiniowana przez Robinsona regresja log-periodogramu umożliwia też sformułowanie wielowymiarowego modelu przez dostarczenie uzasadnienia dla testów, że różne szeregi czasowe mają ten sam parametr różnicowania. Wymagany jest rozkład gaussowski szeregów czasowych, ale Robinson twierdzi, że inne warunki, przy których zdefiniowany został jego estymator są słabsze od tych, których wymaga estymator GPH.

Teraz przedstawimy wielowymiarową postać estymatora Robinsona, która ma również zastosowanie do pojedynczych szeregów czasowych. Niech X_t oznacza N-wymiarowy wektor z k-tym elementem X_{kt} $k=1,\ldots,N$. Załóżmy, że X_t ma macierz gęstości spektralnej $\int_{-\pi}^{\pi} e^{ij\lambda} f(\lambda)d\lambda$, której element (k, h) oznaczany jest jako $f_{kh}(\lambda)$. Diagonalny k-ty element, to jest $f_{kk}(\lambda)$, jest gęstością spektralną X_{kt}. Dla $0 < C_k < \infty$ oraz dla $-1/2 < d_k < 1/2$ przyjmijmy, że $f_{kk}(\lambda) \sim C_k \lambda^{-2d_k}$, gdy $\lambda \to 0^+$ jeśli $k=1,\ldots,N$. Periodogram X_{kt} można wówczas oznaczyć jako $I_k(\lambda) = (2\pi n)^{-1} \left| \sum_{t=1}^{n} X_{kt} e^{it\lambda} \right|, k = 1,\ldots,N.$

Jeśli nie uśrednia się periodogramu dla sąsiednich częstości ani nie opuszcza l pierwszych częstości z regresji, to można przyjąć definicję $Y_{kh} = \log I_k(\lambda_h)$. Estymatory metody najmniejszych kwadratów $c = (c_1,\ldots,c_N)^T$ oraz $(d_1,\ldots,d_G)^T$ wyrażają się wzorem:

$$\begin{bmatrix} \tilde{c} \\ \tilde{d} \end{bmatrix} = vec\left\langle Y^T Z (Z^T Z)^{-1} \right\rangle, \text{ gdzie } Z=(Z_1,\ldots,Z_m)^T,\ Z_h = (1,-2\log\lambda_h)^T,\ Y=(Y_1,\ldots,Y_N)$$

oraz $Y_k=(Y_{k,1},\ldots,Y_{k,m})^T$ dla m rzędnych periodogramu. Błędy standardowe dla $\tilde{d}_k$ i testu ograniczeń, mówiącego, że dwa lub więcej d_k są równe, mogą być pobrane z macierzy kowariancji współczynników uzyskanych za pomocą metody najmniejszych kwadratów.

4. Dane

W naszych badaniach wykorzystaliśmy kursy pięciu najważniejszych walut (w stosunku do waluty polskiej): euro, dolara amerykańskiego, franka szwajcarskiego, funta szterlinga oraz jena japońskiego. Mają one wiodący wpływ na szeroko rozumianą gospodarkę światową. Dane do analizy zostały pobrane ze strony internetowej Narodowego Banku Polskiego[1]. Obejmują one po 3785 obserwacji kursów dla każdej z analizowanych walut, od dnia 4 stycznia 1993 do dnia 31 grudnia 2007. Kurs euro w latach 1993–1998 przeliczony został z kursu marki niemieckiej, przyjmując współczynnik 1 EUR = 1,95583 DEM. Aby uchwycić potencjalne zmiany w wartościach ułamkowego zintegrowania dane zostały podzielone na podokresy. Pierwszy z nich obejmuje zakres notowań od 1 stycznia 1999 do 31 grudnia 2007, kolejnym wyróżnionym podokresem są notowania od 4 maja 2004 do końcowego zakresu danych. Ostatni – trzeci okres – obejmuje całość danych, tj. od 4 stycznia 1993 do 31 grudnia 2007 roku.

W tabeli 1 przedstawiamy statystyki opisowe szeregów czasowych (kurs jena został pomnożony przez 100) w pełnym okresie notowań oraz w poszczególnych podokresach.

Tabela 1

Statystyki opisowe kursów złotego względem głównych walut (04.01.1993 –31.12.2007 r.)

I OKRES 03.01.1993–31.12.2007				
Statystyka	**USD** **EURO**	**GBP**	**CHF**	**JPY**
Średnia	2,353009 3,713192	5,375257	2,880768	3,27549
Mediana	2,4523 3,8245	5,7746	2,83	3,3459
Odch. std.	0,443436 0,613337	1,207372	0,613689	0,744582
Kurtoza	0,956814 1,169016	–0,32664	–0,13361	–0,86383
Skośność	–1,06406 –1,10335	–0,89186	–0,02448	–0,3378
Minimum	1,0621 1,896764	2,3252	1,2649	1,5777
Maksimum	3,1207 4,9149	7,3516	4,355	4,7116

[1] http://nbp.pl/ArchA.aspx

Tabela 1, cd.

II OKRES 01.01.1999–31.12.2007				
Średnia	3,6819 4,0450	6,1331	2,6095	3,2085
Mediana	3,8814 3,9997	6,0939	2,5861	3,2385
Odch. std.	0,52453 0,308749	0,446926	0,212813	0,4976
Kurtoza	–0,893 –0,0905	–0,40813	–0,44345	–0,4161
Skośność	–0,46506 0,510567	0,222893	0,311795	–0,01334
Minimum	2,4260 3,3564	4,8688	2,1459	2,1657
Maksimum	4,7116 4,9149	7,3516	3,1207	4,3550
III OKRES 04.05.2004–31.12.2007				
Średnia	3,1298 3,9949	5,8543	2,5367	2,7659
Mediana	3,1315 3,9250	5,7782	2,5081	2,7533
Odch. std.	0,311573 0,243354	0,399988	0,210197	0,342048
Kurtoza	0,23304 0,916407	1,562619	–0,0263	–0,71814
Skośność	0,21726 1,115619	1,016714	0,591432	0,225142
Minimum	2,4260 3,5699	4,8688	2,1459	2,1657
Maksimum	4,0340 4,7857	7,1411	3,1207	3,6029

Źródło: obliczenia własne

5. Wyniki empiryczne

Zastosowane klasyczne testy na występowanie pierwiastków jednostkowych (KPSS, Phillips-Perron, DF-GLS) potwierdziły podejrzenie o niestacjonarności szeregów kursów. Opóźnienia zmiennych w testach wybrano na podstawie kryteriów informacyjnych. Wartości estymatorów ułamkowego stopnia integracji oszacowane metodą Robinsona oscylują wokół jedynki dla wszystkich trzech zakresów notowań. Do estymacji funkcji regresji log-periodogramu wykorzystano wykładniki od 0,5 do 0,65 włącznie (z krokiem 0,05, poniżej oznaczamy je przez *m*). Liczba obserwacji wykorzystana przy estymacji dla takich wykładników wynosi odpowiednio 61, 93, 141 i 211 w przypadku pełnego okresu oraz 47, 71, 103, 151 i 31, 43, 61, 85 odpowiednio dla podokresów. W dalszej części obliczone zostały logarytmiczne stopy zwrotu i powtórzono procedury testowania. W kolejnych podpunktach przedstawimy wyniki estymacji ułamkowego stopnia zintegrowania.

5.1. Wyniki testu t-Studenta na równość parametrów długiej pamięci

Zostaną przedstawione wyniki badań empirycznych trzech okresów o różnej długości.

5.1.1. Pełny okres notowań (04.01.1993–31.12.2007 r.)

W przypadku wszystkich walut wymienione testy stacjonarności/niestacjonarności w pełnym okresie notowań (zakres I danych) nie dają jednoznacznego rozstrzygnięcia. Zarówno hipotezy o tym, że szereg jest I(0) (KPSS), jak i I(1) (Phillips-Perron i DF-GLS) są odrzucane. Badane szeregi są zatem typu I(*d*), gdzie *d* jest dowolną liczbą rzeczywistą z przedziału (0,1).

Stosując estymator Robinsona, oszacowano wartości długiej pamięci dla stóp zwrotu kursów złotego względem głównych walut światowych. Tabela 2 przedstawia wyniki estymacji ułamkowego stopnia zintegrowania w zależności od wykładnika *m*.

Tabela 2

Wartości estymatorów parametrów długiej pamięci w przypadku pełnego okresu notowań

	m	$\hat{d}$	Błąd stand.	t	Wartość p
EURO	0,5	0,080131	0,088267	0,9078	0,367
	0,55	0,139397	0,066523	2,0955	0,039
	0,6	0,159507	0,053883	2,9603	0,004
	0,65	0,092675	0,042609	2,175	0,031

Tabela 2, cd.

CHF	0,5	0,105007	0,075442	1,3919	0,169
	0,55	0,120027	0,059654	2,012	0,047
	0,6	0,158359	0,050064	3,1631	0,002
	0,65	0,101161	0,041267	2,4514	0,015
GBP	0,5	0,102789	0,088297	1,1641	0,249
	0,55	0,112374	0,071998	1,5608	0,122
	0,6	0,144768	0,061012	2,3728	0,019
	0,65	0,094594	0,049916	1,8951	0,059
JPY	0,5	0,186239	0,089903	2,0715	0,042
	0,55	0,148519	0,071394	2,0803	0,04
	0,6	0,059338	0,052237	1,1359	0,258
	0,65	0,095282	0,047257	2,0163	0,045
USD	0,5	0,023486	0,082987	0,283	0,778
	0,55	0,087356	0,068183	1,2812	0,203
	0,6	0,106464	0,058079	1,8331	0,069
	0,65	0,049677	0,044967	1,1047	0,271

Źródło: obliczenia własne

Najwyższe istotne wartości estymatorów otrzymujemy dla wykładnika $m=0,6$. Wyjątkiem jest kurs jena, dla którego $\hat{d}$ wynosi 0,148519 przy zastosowaniu do estymacji log-periodogramu 93 obserwacji. Wszystkie wartości ułamkowego d są dodatnie i nie przekraczają 0,2.

5.1.2. Okres notowań od 1 stycznia 1999 do 31 grudnia 2007 roku

Przede wszystkim powtórzono procedury testowania z wykorzystaniem klasycznych testów. Dla wszystkich kursów hipoteza zerowa w teście Phillipsa-Perrona jest odrzucana. Dla wszystkich kursów poza USD test KPSS wskazuje na stacjonarność, natomiast test DF-GLS nie daje podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o istnieniu pierwiastka jednostkowego (wyjątkiem jest GBP z 10% poziomem istotności). Tabela 3 przedstawia wyniki estymacji metodą Robinsona.

Tabela 3

Wartości estymatorów parametrów długiej pamięci w przypadku okresu notowań od 1 stycznia 1999 do 31 grudnia 2007 roku.

	m	$\hat{d}$	Błąd stand.	t	Wartość p
EURO	0,5	0,1640303	0,1024463	1,6011	0,116
	0,55	0,2059347	0,0844682	2,4380	0,017
	0,6	0,1374886	0,0754844	1,8214	0,071
	0,65	0,0993277	0,0592417	1,6767	0,096
CHF	0,5	0,1862174	0,1263989	1,4733	0,147
	0,55	0,2080854	0,0972261	2,1402	0,036
	0,6	0,0964941	0,0759103	1,2712	0,207
	0,65	0,0436567	0,0584757	0,7466	0,456
GBP	0,5	0,0392848	0,1055461	0,3722	0,711
	0,55	0,0636915	0,0828601	0,7687	0,445
	0,6	0,0407958	0,0684127	0,5963	0,552
	0,65	0,0527421	0,0545385	0,9671	0,335
JPY	0,5	0,0346315	0,090384	0,3832	0,703
	0,55	0,0801006	0,0711435	1,1259	0,264
	0,6	0,0478561	0,060299	0,7936	0,429
	0,65	0,0525005	0,0533829	0,9835	0,327
USD	0,5	-0,0161549	0,1053392	-0,1534	0,879
	0,55	0,0874985	0,0878764	0,9957	0,323
	0,6	0,0368231	0,0693336	0,5311	0,596
	0,65	0,0114768	0,054151	0,2119	0,832

Źródło: obliczenia własne

Jedynie w przypadku euro dla m od 0,55 do 0,65 i franka dla m=0,55 obserwujemy istotnie różne od zera wartości estymatorów parametrów.

5.1.3. Okres notowań od 4 maja 2004 do 31 grudnia 2007 roku

Wyniki estymacji parametrów długiej pamięci w przypadku najkrótszego z podokresów zostały przedstawione w tabeli 4.

Tabela 4

Wartości estymatorów parametrów długiej pamięci w przypadku okresu notowań od 4 maja 2004 do 31 grudnia 2007 roku.

	m	$\hat{d}$	Błąd stand.	t	Wartość p
EURO	0,5	0,1080901	0,1340192	0,8065	0,426
	0,55	0,0443026	0,127356	0,3479	0,730
	0,6	0,0844443	0,1087448	0,7765	0,440
	0,65	0,0652776	0,0885704	0,7370	0,463
CHF	0,5	–0,0201903	0,1232099	–0,1639	0,871
	0,55	–0,0878512	0,0975879	–0,9002	0,373
	0,6	–0,0213353	0,0829939	–0,2571	0,798
	0,65	0,0031402	0,0779482	0,0403	0,968
GBP	0,5	0,1817537	0,0963396	1,8866	0,068
	0,55	0,0414398	0,0929938	0,4456	0,658
	0,6	0,1099685	0,0831284	1,3229	0,191
	0,65	0,0526222	0,072526	0,7256	0,470
JPY	0,5	–0,0708957	0,1158225	–0,6121	0,545
	0,55	–0,0665167	0,0972661	–0,6839	0,498
	0,6	–0,0458455	0,0807618	–0,5677	0,572
	0,65	–0,0534149	0,0677618	–0,7883	0,433
USD	0,5	0,1498451	0,1238248	1,2101	0,235
	0,55	0,1042633	0,1066065	0,9780	0,333
	0,6	0,0512589	0,078959	0,6492	0,519
	0,65	0,0529011	0,0718298	0,7365	0,463

Źródło: obliczenia własne

5.2. Wyniki testu *F* na równość parametrów długiej pamięci

5.2.1. Pełny okres notowań

Poniżej przedstawiamy wyniki testu opartego na statystyce *F* na równość oszacowanych parametrów długiej pamięci. W tabeli 5 prezentujemy otrzymane wyniki.

Tabela 5

Wyniki testowania wspólnej długiej pamięci dla kursów względem wybranych par walut. Pełny okres notowań

	m	F	Wartość p		m	F	Wartość p
EURO/ CHF	0,5	0,0459	0,8307	**CHF/ JPY**	0,5	0,47906	0,4902
	0,55	0,047	0,8286		0,55	0,09379	0,7598
	0,6	0,00024	0,9876		0,6	1,8729	0,1722
	0,65	0,02047	0,8863		0,65	0,00878	0,9254
EURO/ GBP	0,5	0,03293	0,8563	**CHF/ USD**	0,5	0,52834	0,4687
	0,55	0,076	0,7831		0,55	0,13005	0,7188
	0,6	0,03279	0,8564		0,6	0,45804	0,4991
	0,65	0,00085	0,9767		0,65	0,71158	0,3994
EURO/ JPY	0,5	0,70928	0,4014	**JPY/ GBP**	0,5	0,43856	0,5091
	0,55	0,00874	0,9256		0,55	0,12708	0,7219
	0,6	1,7815	0,1831		0,6	1,1313	0,2884
	0,65	0,00168	0,9673		0,65	0,0001	0,992
EURO/ USD	0,5	0,2186	0,641	**JPY/ USD**	0,5	1,7695	0,186
	0,55	0,29846	0,5855		0,55	0,38384	0,5363
	0,6	0,44827	0,5037		0,6	0,36396	0,5468
	0,65	0,48178	0,488		0,65	0,48877	0,4849
CHF/ GBP	0,5	0,00036	0,9848	**GBP/ USD**	0,5	0,42831	0,5141
	0,55	0,0067	0,9349		0,55	0,06366	0,8011
	0,6	0,02965	0,8634		0,6	0,20678	0,6497
	0,65	0,01028	0,9193		0,65	0,44699	0,5041

Źródło: obliczenia własne

Wyniki obliczeń sugerują, że w przypadku każdej pary walut nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o równości wyestymowanych parametrów długiej pamięci. W przypadku gdy oba oszacowane parametry są jednocześnie istotne lub nieistotne otrzymujemy niskie wartości statystyk testowych i tym samym wysokie wartości prawdopodobieństwa krytycznego (ang. *p-value*). Brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o nieistotności choć jednego parametru powoduje zmniejszenie wartości *p-value*, jednak nie na tyle, aby odrzucić hipotezę zerową o równości ocen. Przyczyną takiego stanu rzeczy są niewielkie różnice w wartościach parametrów długiej pamięci.

5.2.2. Okres notowań od 1 stycznia 1999 do 31 grudnia 2007 roku

Z zamieszczonej niżej tabeli 6 wynika, że we wszystkich przypadkach nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o równości oszacowań ułamkowego stopnia integracji. Sytuacja taka ma miejsce nawet w przypadku, gdy jeden z oszacowanych parametrów jest statystycznie istotny, a drugi nie oraz różnią się one o około 0,1.

Tabela 6

Wyniki testowania wspólnej długiej pamięci dla kursów względem wybranych par walut. Okres notowań od 1 stycznia 1999 do 31 grudnia 2007 roku.

	m	F	Wartość p		m	F	Wartość p
EURO/ CHF	0,5	0,0186	0,8918	**CHF/ JPY**	0,5	0,95164	0,3319
	0,55	0,00028	0,9867		0,55	1,1285	0,2899
	0,6	0,14664	0,7022		0,6	0,25171	0,6164
	0,65	0,44729	0,5041		0,65	0,01248	0,9111
EURO/ GBP	0,5	0,71926	0,3986	**CHF/ USD**	0,5	1,5127	0,2219
	0,55	1,4452	0,2314		0,55	0,84664	0,3591
	0,6	0,90088	0,3437		0,6	0,33688	0,5623
	0,65	0,3347	0,5633		0,65	0,16303	0,6867
EURO/ JPY	0,5	0,89711	0,3461	**JPY/ GBP**	0,5	0,00112	0,9734
	0,55	1,2983	0,2565		0,55	0,02258	0,8808
	0,6	0,86073	0,3546		0,6	0,00599	0,9384
	0,65	0,34482	0,5575		0,65	0,0000	0,9975
EURO/ USD	0,5	1,5037	0,2233	**JPY/ USD**	0,5	0,13388	0,7153
	0,55	0,94414	0,3329		0,55	0,00428	0,9479
	0,6	0,96464	0,3272		0,6	0,01442	0,9045
	0,65	1,1981	0,2746		0,65	0,29106	0,5899
CHF/ GBP	0,5	0,79616	0,3746	**GBP/ USD**	0,5	0,13822	0,7109
	0,55	1,2776	0,2603		0,55	0,03885	0,8440
	0,6	0,29708	0,5863		0,6	0,00166	0,9675
	0,65	0,01291	0,9096		0,65	0,28828	0,5917

Źródło: obliczenia własne

W następnym punkcie przedstawiamy wyniki badań dla najnowszych danych za ostatni okres.

5.2.3. Okres notowań od 4 maja 2004 do 31 grudnia 2007 roku

Jak widać z tabeli 7, we wszystkich przypadkach nie możemy odrzucić hipotezy zerowej o równości oszacowanych parametrów.

Tabela 7

Wyniki testowania wspólnej długiej pamięci dla kursów względem wybranych par walut. Okres notowań od 4 maja 2004 do 31 grudnia 2007 roku.

	m	F	Wartość p		m	F	Wartość p
EURO/ CHF	0,5	0,49653	0,4838	**CHF/ JPY**	0,5	0,08991	0,7654
	0,55	0,67842	0,4125		0,55	0,02398	0,8773
	0,6	0,59793	0,4409		0,6	0,0448	0,8327
	0,65	0,27736	0,5991		0,65	0,29983	0,5847
EURO/ GBP	0,5	0,19919	0,6570	**CHF/ USD**	0,5	0,94752	0,3344
	0,55	0,00033	0,9856		0,55	1,7669	0,1875
	0,6	0,03477	0,8524		0,6	0,40159	0,5275
	0,65	0,01222	0,9121		0,65	0,22039	0,6394
EURO/ JPY	0,5	1,021	0,3165	**JPY/ GBP**	0,5	2,8124	0,0989
	0,55	0,47822	0,4912		0,55	0,6436	0,4247
	0,6	0,9252	0,3381		0,6	1,8074	0,1814
	0,65	1,1328	0,2887		0,65	1,1413	0,2869
EURO/ USD	0,5	0,05237	0,8198	**JPY/ USD**	0,5	1,695	0,1981
	0,55	0,13034	0,7190		0,55	1,4005	0,2401
	0,6	0,06098	0,8054		0,6	0,73914	0,3917
	0,65	0,01178	0,9137		0,65	1,1591	0,2832
CHF/ GBP	0,5	1,6671	0,2018	**GBP/ USD**	0,5	0,04137	0,8395
	0,55	0,91992	0,3403		0,55	0,19721	0,6581
	0,6	1,2495	0,2659		0,6	0,26222	0,6096
	0,65	0,21599	0,6427		0,65	0,000007	0,9978

Źródło: obliczenia własne

W celu porównania (względnie potwierdzenia) otrzymanych wyników, przeprowadzono badanie ponownie, stosując tym razem estymator GPH. Otrzymane wyniki potwierdziły te uzyskane wcześniej przy zastosowaniu estymatora Robinsona.

6. Uwagi końcowe

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że kurs złotego względem głównych walut światowych podlegał znacznym fluktuacjom. W pierwszej fazie rozważanego okresu miała miejsce (przede wszystkim ze względu na silną inflację w Polsce) deprecjacja złotego względem rozważanych walut, w drugim okresie natomiast doszło do silnej aprecjacji, zwłaszcza w ostatnich latach po przystąpieniu naszego kraju do Unii Europejskiej.

W stopach zwrotu kursów złotego względem głównych walut światowych występuje w zdecydowanej większości przypadków długa pamięć. Świadczą o tym wartości estymatora długiej pamięci dla poszczególnych kursów, od dnia 4 stycznia 1993 do dnia 31 grudnia 2007 roku, mieszczące się w przedziale 0–0,5, których istotność statystyczną potwierdził test *t*-Studenta oraz prawdopodobieństwo krytyczne niższe od 0,05. Wyniki świadczą o tym, że istotność estymatora długiej pamięci zależy od wykładnika m. Estymator długiej pamięci dla poszczególnych szeregów stóp zwrotu kursów walutowych wykazywał najniższe prawdopodobieństwo krytyczne (był najbardziej istotny) dla $m=0{,}6$.

Test *F* wykazał istnienie podwójnej długiej pamięci w kursach walutowych złotego względem wybranych walut. Może to świadczyć, że na zmiany kursów złotego względem wybranych głównych walut wpływ miały te same czynniki ekonomiczne i ich udziały w określaniu kursu złotego pozostawały dla tych walut w podobnych proporcjach.

Literatura

[1] Andrews D., Sun Y., *Adaptive local polynomial Whittle estimation of long-range dependence*, „Econometrica" 2004, vol. 72, s. 569–614.

[2] Barkoulas J. T, Labys W. C., Onochie J., *Fractional dynamics in international commodity prices,* „Journal of Futures Markets" 1997, vol. 17, s. 161–189.

[3] Booth G. G., Kaen F. R., Koveos P. E., *R/S analysis of foreign exchange markets under two international monetary regimes,* „Journal of Monetary Economics" 1982, vol. 10, s. 407–415.

[4] Cheung Y., Lai K., *A search for long memory in international stock market returns*, „Journal of International Money and Finance" 1995, vol. 14, s. 597–615.

[5] Fama E. F., *Efficient capital markets: A review of theory and empirical work*, „Journal of Finance" 1970, vol. 25, s. 383–417.

[6] Fang H., Lai K., Lai M., *Fractal structure in currency futures prices*, „Journal of Futures Markets" 1994, vol. 14, s. 169–181.

[7] Geweke J., Porter-Hudak S., *The estimation and application of long memory time series models*, „Journal of Time Series Analysis" 1983, vol. 4, s. 221–238.

[8] Granger C. W. J., Joyeux R., *An introduction to long-memory time series models and fractional differencing*, „Journal of Time Series Analysis" 1980, vol. 1, s. 15–29.
[9] Greene M. T., Fielitz B. D., *Long-term dependence in common stock returns*, „Journal of Financial Economics" 1977, vol. 5, s. 339–349.
[10] Helms B. P., Kaen F. R., Rosenman R. E., *Memory in commodity futures contracts*, „Journal of Futures Markets"1984, vol. 4, s. 559–567.
[11] Hurst H. R., *Long-term storage capacity of reservoirs*, „Transactions of the American Society of Civil Engineers" 1951, vol. 1, s. 519–543.
[12] Lo A. W., *Long-term memory in stock market prices*, „Econometrica" 1991, vol. 59, s. 1279–1313.
[13] Lobato I. N., Velasco C., *Long memory in stock-market trading volume*, „Journal of Business and Economic Statistics" 2000, vol. 18 (4), s. 410–427.
[14] Peters E. E., *Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics*, J. Wiley & Sons 1994.
[15] Robinson P. M., *Log-periodogram regression of time series with long range dependence*, „Annals of Statistics" 1995a, vol. 23, s. 1048–1072.
[16] Robinson P. M., *Gaussian semiparametric estimation of long range dependence*, „Annals of Statistics" 1995b, vol. 23, s. 1630–1661.
[17] Shimotsu K., Phillips P. C., *Exact local Whittle estimation of fractional integration*, „Annals of Statistics" 2005, vol. 33 (4), s. 1890–1933.