

MODEL ANALITYCZNY SILNIKA PRZEŁĄCZALNEGO RELUKTANCYJNEGO (SRM) NA POTRZEBY OPTYMALIZACJI JEGO KONSTRUKCJI

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono sposób modelowania indukcyjności uzwojenia fazowego silnika reluktancyjnego przełączalnego (SRM) oparty na metodzie sieci reluktancyjnych (MSR). Model pozwala wyznaczyć przebieg indukcyjności własnej uzwojenia fazowego w zależności od kąta położenia wirnika, dla różnych wartości parametrów geometrycznych silnika (m.in. szerokości biegunów stojana i wirnika). Model uwzględnia nieliniowość magnetyczną rdzenia. Artykuł zawiera opis konstrukcji bazowej analizowanego silnika, opis procedury wyznaczania indukcyjności uzwojenia oraz przykładowe wyniki otrzymane przy użyciu modelu. Dla różnych wartości wybranych parametrów geometrycznych pokazano przebiegi kątowe indukcyjności oraz jej pochodnej względem kąta położenia wirnika i porównano je z wynikami obliczeń polowych oraz wynikami otrzymanymi przy użyciu podobnego modelu innego autora. Ponadto pokazano wyniki wstępnej analizy wrażliwości parametrów przebiegu kątowego indukcyjności (zdefiniowanych tak, aby charakteryzowały moment) na zmiany geometrii silnika. Model zostanie wykorzystany do optymalizacji konstrukcji silnika. Model został zaimplementowany w środowisku MATLAB.

Słowa kluczowe: silnik reluktancyjny przełączalny, SRM, metoda sieci reluktancyjnych

ANALYTICAL MODEL OF SWITCHED RELUCTANCE MOTOR FOR ITS OPTIMIZATION

A method of determining inductances of a switched reluctance motor (SRM) based on reluctance network analysis has been presented in the paper. The model allows calculating a self inductance function of one phase versus rotor angular position, for a few variable parameters of the geometry (e.g. a width of the rotor and stator poles). The model takes into consideration the magnetic non-linearity of a core. The paper comprises a description of a base construction of the analyzed motor, a procedure of calculating the inductance and results obtained by means of the model. Inductance functions and their derivatives versus rotor angular position for selected variable parameters of the geometry have been presented for the proposed model, an earlier model of another author, and finite element calculations. Moreover, a sensitive analysis has been performed for the inductance function as well as three criterial functions assumed to be used in optimization. The model is designed to optimize of the SRM construction. The model was implemented in the MATLAB environment.

Keywords: switched reluctance motor, SRM, reluctance network method

1. WSTĘP

Dokładna analiza pola magnetycznego w maszynie elektrycznej byłaby praktycznie niemożliwa bez przyjęcia licznych założeń upraszczających. Metoda sieci reluktancyjnych zastępuje problem analizy układu o parametrach rozłożonych (opisanego równaniem różniczkowym cząstkowym, rozwiązywanym np. metodą elementów skończonych) znacznie prostszym problemem analizy układu o parametrach skupionych (opisanym równaniami algebraicznymi, tzw. model analityczny).

Zaletą modelu analitycznego w porównaniu z modelem zbudowanym przy użyciu MES (metody elementów skończonych) jest znacznie krótszy czas obliczeń. Szybkość obliczeń nabiera znaczenia w optymalizacji, kiedy dany problem trzeba rozwiązywać wielokrotnie. Wadą przedstawionego modelu analitycznego jest mniejsza dokładność obliczeń i węższy zakres jego zastosowań. Model tworzony jest na potrzeby optymalizacji konstrukcji silnika.

W artykule przedstawiono sposób modelowania indukcyjności własnej uzwojenia fazowego silnika SRM (*Switched*

Reluctance Motor), zrealizowany przy użyciu metody sieci reluktancyjnych. Model został zaimplementowany w środowisku MATLAB. Pozwala on na wyznaczenie zależności indukcyjności uzwojenia jednej fazy względem kąta położenia wirnika przy zadanej stałej wartości prądu płynącego w uzwojeniu. Model uwzględnia nieliniowość magnetyczną rdzenia. W celu wstępnej weryfikacji modelu analitycznego, kątowy przebieg indukcyjności wraz z przyjętymi kryteriami oceny konstrukcji silnika typu 6/4 wyznaczono także metodą elementów skończonych (MES) w programie FLUX 2D.

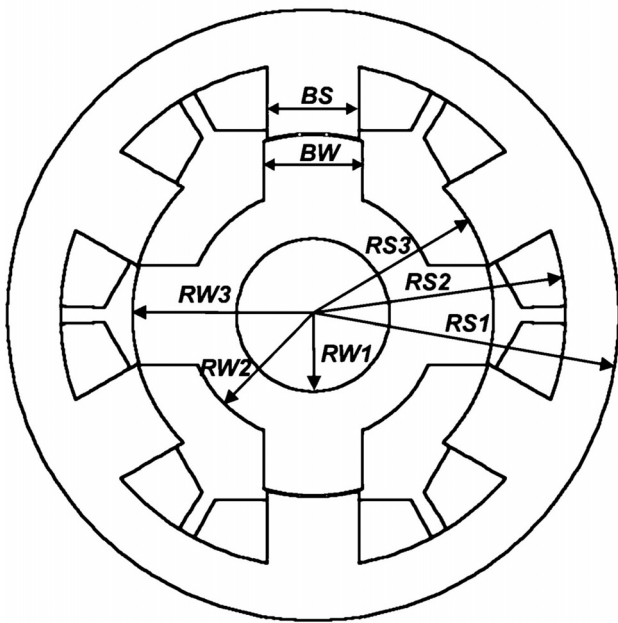
Artykuł dotyczy prac, które są kontynuacją wcześniej rozpoczętych badań [3–6] na temat silników SRM.

2. OPIS ANALIZOWANEGO UKŁADU

Konstrukcję bazową, na podstawie której zbudowano model silnika SRM, zaczerpnięto z [1]. Została ona zaprojektowana dla samochodowego napędu elektrycznego. Uzwojenie jednej fazy stanowią dwa uzwojenia przeciwnych

* Studia doktoranckie, Wydział EAIiE, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

biegunów stojana połączone równolegle, przy czym na jeden biegun przypada $z/2 = 19$ zwojów. Geometrię układu z zaznaczonymi parametrami przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Geometria układu

Wartości poszczególnych wymiarów dla konstrukcji bazowej przedstawione są w tabeli 1. Długość czynna rdzenia l_{cz} wynosi 215 mm.

Tabela 1

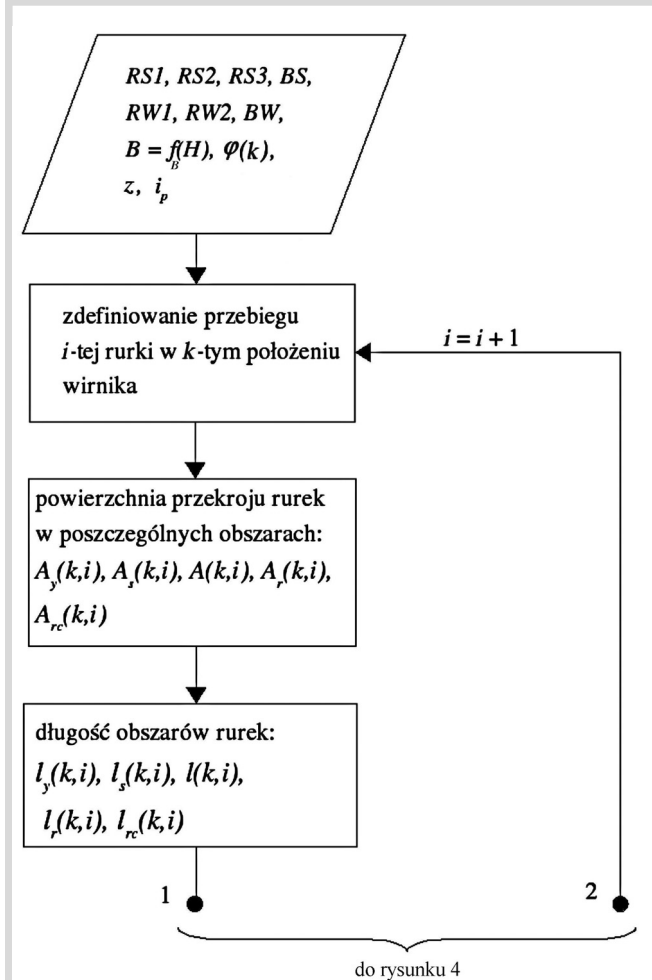
Wymiary konstrukcji bazowej silnika SRM [1]

Nazwa parametru	Oznaczenie	Wartość wyjściowa [mm]
Szerokość bieguna stojana	BS	31,55
Zewnętrzny promień jarzma stojana	$RS1$	106,00
Wewnętrzny promień jarzma stojana	$RS2$	87,50
Promień bieguna stojana	$RS3$	63,00
Szerokość bieguna wirnika	BW	34,51
Wewnętrzny promień wirnika (promień wału)	$RW1$	26,50
Promień wirnika pomiędzy biegunami	$RW2$	43,50
Promień bieguna wirnika	$RW3$	62,60
Szerokość szczeliny powietrznej	g	0,40

3. SZCZEGÓŁOWY OPIS MODELU

Model analityczny zbudowano przy użyciu metody sieci reaktancyjnych, zwanej czasem metodą rurek, według procedury zaczerpniętej z [2]. Procedurę przeprowadzenia ob-

liczeń dla i -tej rurki (liczbę wszystkich rurek oznaczono literą n), w k -tym położeniu wirnika przedstawia schemat blokowy na rysunkach 2, 4 i 5. Analizowany obszar – przekrój poprzeczny silnika – jest podzielony na podobszary, tzw. rurki, w których zakłada się stałą wartość strumienia magnetycznego $\phi(k, i)$. Rurki prowadzone są w przybliżeniu wzdłuż linii sił pola magnetycznego wyznaczonych przy użyciu programu Flux 2D.



Rys. 2. Procedura wyznaczania indukcyjności

Wielkościami wejściowymi są parametry geometryczne: $RS1, RS2, RS3, BS, RW1, RW2, BW$, krzywa magnesowania rdzenia $B = f_B(H)$, kąt położenia wirnika względem stojana $\varphi(k)$, prąd i_p w uzwojeniu pojedynczego bieguna oraz ilość zwojów z . Długość promienia $RW3$ zdefiniowana jest jako różnica długości promienia $RS3$ i szerokości szczeliny powietrznej g .

Model nie jest ciągły ze względu na dyskretny wybór kątów położenia wirnika względem stojana. Analizowane są położenia wirnika od $\varphi = 45^\circ$ ($k = 1$; niewspółosiowe położenie biegunów stojana i wirnika) do $\varphi = 90^\circ$ (współosiowe położenie dwóch przeciwległych biegunów stojana i dwóch przeciwległych biegunów wirnika) ze stałym krokiem 3° .

W celu wyznaczenia indukcyjności uzwojenia, w pierwszej kolejności należy zdefiniować położenie i -tej rurki

$$l_y(k, i) = \left[\pi \mp \arcsin \left(\frac{W_{BS}(k, i) \cdot BS}{RS3 + h_s + W_{ls}(k, i) \cdot j_s} \right) \pm \arcsin \left(\frac{W_{BS}(k, i \pm \frac{n}{2}) \cdot BS}{RS3 + h_s + W_{ls}(k, i \pm \frac{n}{2}) \cdot j_s} \right) \right] \cdot [RS3 + h_s + W_{ls}(k, i) \cdot j_s] \quad (13)$$

$$l(k, i) = W_l(k, i) \cdot g \quad (14)$$

gdzie j_s i j_r są szerokościami jarzm stojana i wirnika (rys. 3).

W części przypadków, długość rurki w obszarze szczeliny oblicza się, wykorzystując współrzędne kartezjańskie punktów $P_1(i)$ i $P_2(i)$:

$$l(k, i) = \frac{1}{2} (W_l(k, i) \cdot \sqrt{(x_2(k, i) - x_1(k, i))^2 + (y_2(k, i) - y_1(k, i))^2} + W_l(k, i - 1) \cdot \sqrt{(x_2(k, i - 1) - x_1(k, i - 1))^2 + (y_2(k, i - 1) - y_1(k, i - 1))^2}) \quad (15)$$

Współczynnik $W_l(k, i)$ reprezentuje wydłużenie rurki ze względu na jej krzywiznę.

Znając powierzchnię i długość rurki w obszarze szczeliny powietrznej, można wyznaczyć opór magnetyczny $R(k, i)$ tego obszaru

$$R(k, i) = \frac{l(k, i)}{\mu_0 \cdot A(k, i)} + \frac{l(k, i \pm \frac{n}{2})}{\mu_0 \cdot A(k, i \pm \frac{n}{2})} \quad (16)$$

Następnie przyjmowana jest początkowa wartość indukcji magnetycznej $B_s(k, i, e = 1)$ w biegunie stojana i wyznaczany jest strumień $\phi(k, i, e)$ w danej rurce

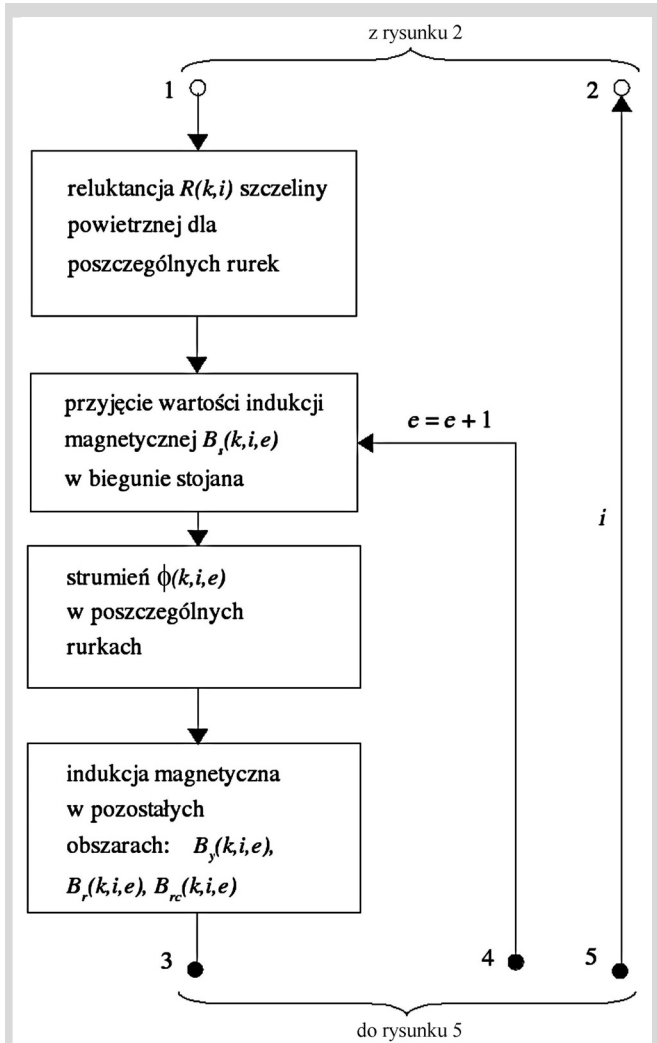
$$\phi(k, i, e) = W_{Bkor}(k) \cdot B_s(k, i, e) \cdot A_s(k, i) \quad (17)$$

gdzie $W_{Bkor}(k)$ jest współczynnikiem korekcyjnym bliskim jedności.

Na podstawie znajomości strumienia wyznaczane są wartości indukcji magnetycznej w pozostałych podobzrachach $B_y(k, i, e)$, $B_r(k, i, e)$, $B_{rc}(k, i, e)$ (rys. 4)

$$B_x(k, i, e) = \frac{\phi(k, i, e)}{A_x(k, i)} \quad (18)$$

Dla odpowiednich wartości indukcji, z charakterystyki magnesowania rdzenia $H_x(k, i, e) = f_H(B_x(k, i, e))$ odczytywana jest wartość natężenia pola magnetycznego w odpowiednich podobzrachach: $H_s(k, i, e)$, $H_y(k, i, e)$, $H_r(k, i, e)$, $H_{rc}(k, i, e)$.



Rys. 4. Procedura wyznaczania indukcji

Następnie sprawdzane jest równanie spadków napięć magnetycznych dla danej rurki

$$\theta \cdot W_\theta(k, i) = H_s(k, i, e) \cdot (l_s(k, i) + l_s(k, i \pm \frac{n}{2})) + H_r(k, i, e) \cdot (l_r(k, i) + l_r(k, i \pm \frac{n}{2})) + W_{Bkor}(k) \cdot B_s(k, i, e) \cdot A_s(k, i) \cdot R(k, i) + H_{rc}(k, i, e) \cdot l_{rc}(k, i) + H_y(k, i, e) \cdot l_y(k, i) \quad (19)$$

W przypadku różnicy większej niż dopuszczalna, dobierana jest kolejna wartość indukcji w biegunie stojana $B_s(k, i, e = e + 1)$ i równanie jest sprawdzane ponownie, aż do momentu uzyskania właściwej wartości $B_s(k, i)$

$$B_s(k, i) \cong B_s(k, i, e) \quad (20)$$

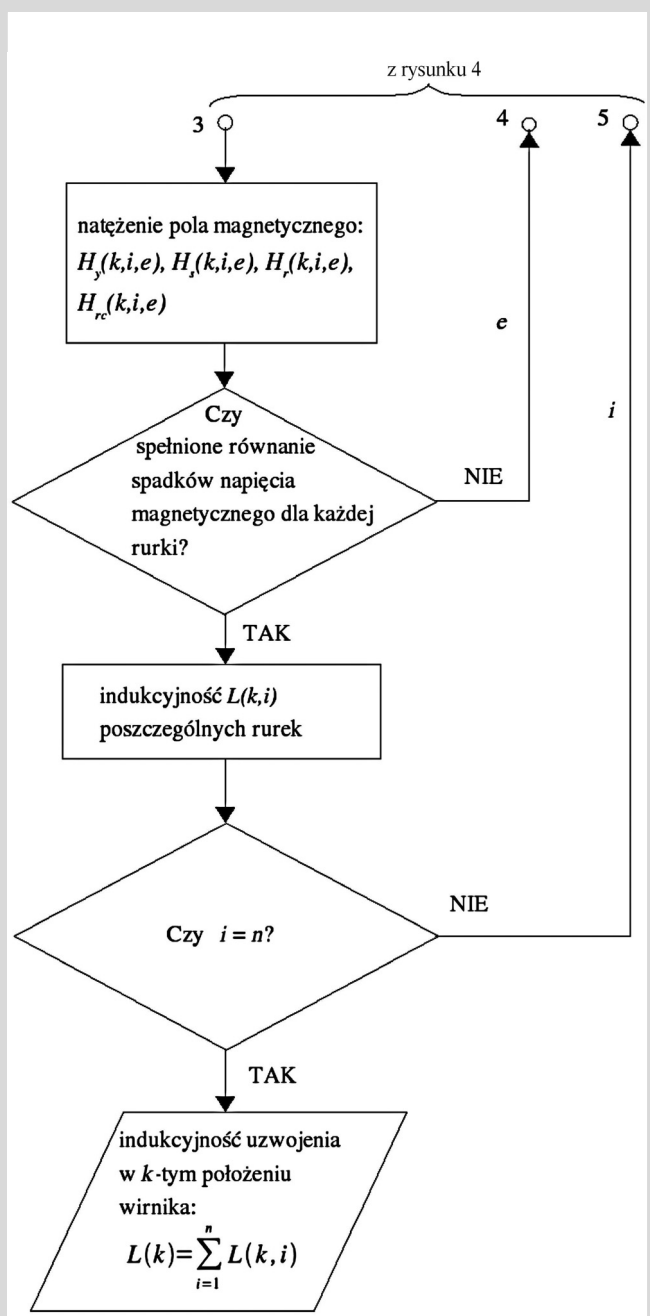
Jeśli suma spadków napięcia jest równa całkowitemu przepływowi prądu obejmującego i -tą rurkę $W_\theta(k, i) \cdot \theta$ (gdzie $\theta = z \cdot i_p$ jest przepływem w uzwojeniu fazy, a $W_\theta(k, i)$ – współczynnikiem uwzględniającym część uzwojenia

obejmowaną przez i -tą rurkę w k -tym położeniu wirnika), można obliczyć indukcyjność i -tej rurki (w k -tym położeniu)

$$L(k, i) = \frac{W_\theta(k, i) \cdot \theta \cdot A_s(k, i) \cdot B_s(k, i)}{i_p^2} \quad (21)$$

Wartość indukcyjności uzwojenia w k -tym położeniu wirnika otrzymuje się, sumując indukcyjności wszystkich rurek (rys. 5)

$$L(k) = \sum_{i=1}^n L(k, i) \quad (22)$$



Rys. 5. Procedura wyznaczania indukcyjności

4. WERYFIKACJA MODELU

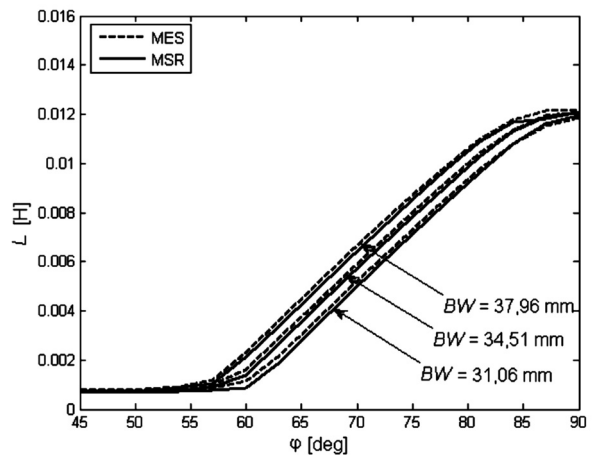
Dokładność modelu wpływa w istotny sposób na wartości wyników optymalizacji. W celu jej oceny przeprowadzono analizę wrażliwości. Badana była zmiana własności opracowanego modelu spowodowana zmianą przyjętych parametrów konstrukcyjnych. Wyniki analizy dla wybranych parametrów geometrycznych: szerokość bieguna wirnika BW oraz promień bieguna stojana $RS3$ przedstawiają rysunki 6–19. Założono stałą szerokość szczeliny powietrznej $g = 0,4$ mm. Kryteria oceny modelu stanowiły następujące parametry przebiegu pochodnej funkcji indukcyjności własnej uzwojenia jednej fazy względem kąta położenia wirnika (w przedziale $\varphi = 45^\circ \div 90^\circ$), przy zasilaniu prądem stałym o natężeniu ok. 71 A: wartość średnia $\frac{dL}{d\varphi_s}$, stosunek wartości średniej do maksymalnej $\frac{dL}{d\varphi_{s/m}}$, oraz wartość całki

$$IL = \int_{\pi/4}^{\pi/2} L(\varphi) d\varphi \quad (23)$$

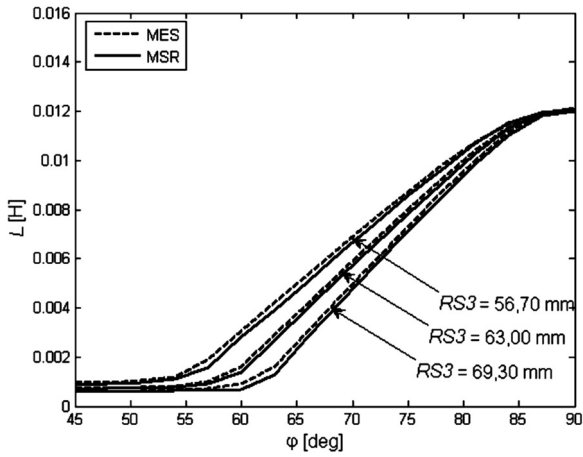
Wielkości te mogą być przyjęte jako funkcje kryterialne w późniejszej optymalizacji konstrukcji. Pierwsze z kryteriów jest miarą wartości średniej momentu, natomiast drugie i trzecie – miarą pulsacji momentu wyjściowego w stanach dynamicznych pracy maszyny [3].

Rysunki 6 i 7 (8 i 9) przedstawiają przebiegi indukcyjności (pochodnej indukcyjności) dla wybranych wartości parametrów geometrycznych BW i $RS3$ otrzymane przy użyciu omawianego modelu (MSR – metoda sieci reluktancyjnych), oraz metodą elementów skończonych (MES).

Przebiegi otrzymane metodą elementów skończonych stanowią wartości wzorcowe. Bardziej szczegółowe informacje na temat analizy przeprowadzonej metodą elementów skończonych można znaleźć w [4] i [5].

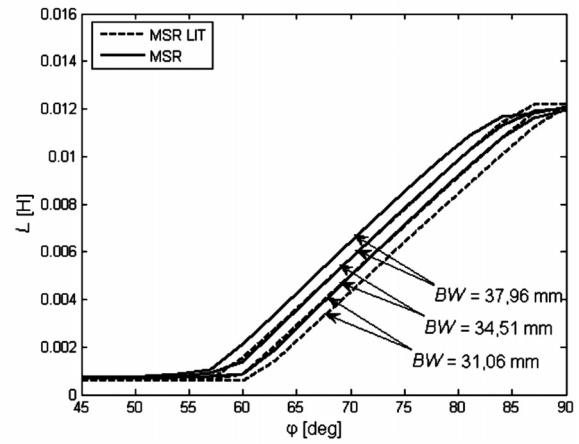


Rys. 6. Przebiegi kątowe indukcyjności fazy dla wybranych wartości BW

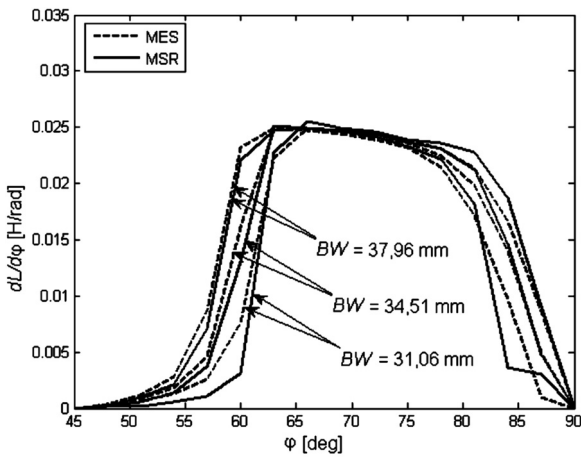


Rys. 7. Przebiegi kątowe indukcyjności fazy dla wybranych wartości $RS3$

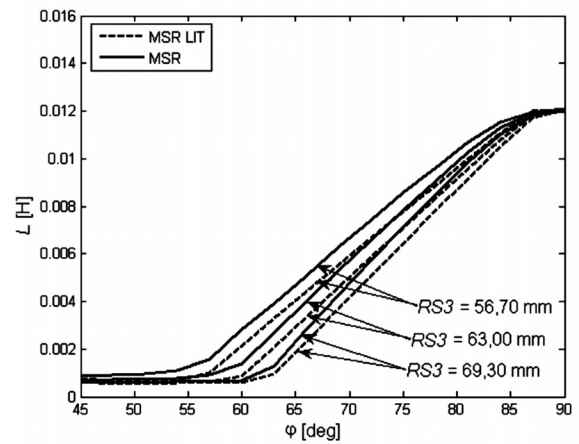
Na rysunkach 10 i 11 (12 i 13) przedstawiono te same przebiegi, ale w zestawieniu z przebiegami otrzymanymi przy użyciu modelu zaczerpniętego z [2] (MSR LIT).



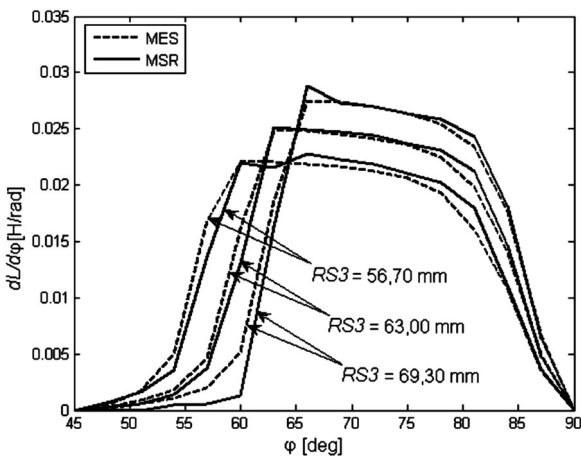
Rys. 10. Przebiegi kątowe indukcyjności fazy dla wybranych wartości BW w zestawieniu z modelem zaczerpniętym z [2]



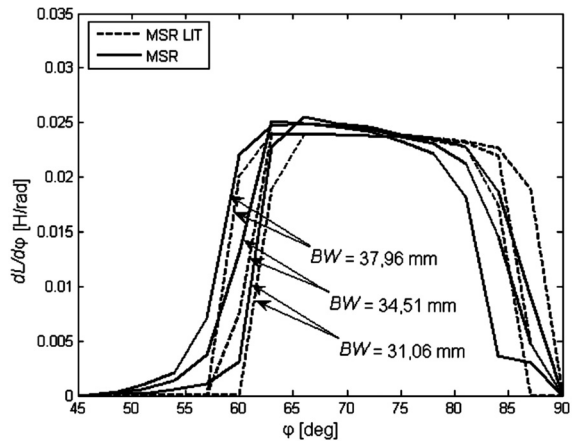
Rys. 8. Przebiegi kątowe pochodnej indukcyjności fazy względem kąta położenia wirnika dla wybranych wartości BW



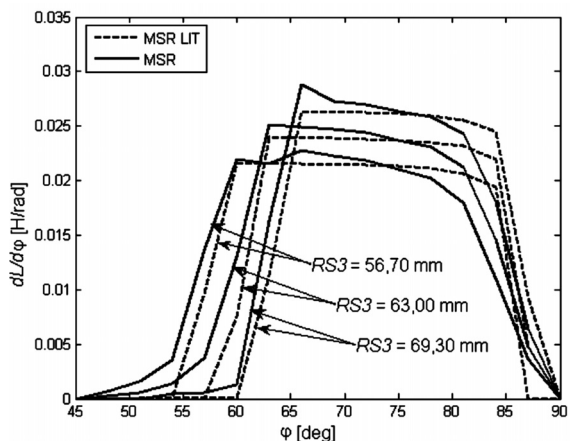
Rys. 11. Przebiegi kątowe indukcyjności fazy dla wybranych wartości $RS3$ w zestawieniu z modelem zaczerpniętym z [2]



Rys. 9. Przebiegi kątowe pochodnej indukcyjności fazy względem kąta położenia wirnika dla wybranych wartości $RS3$

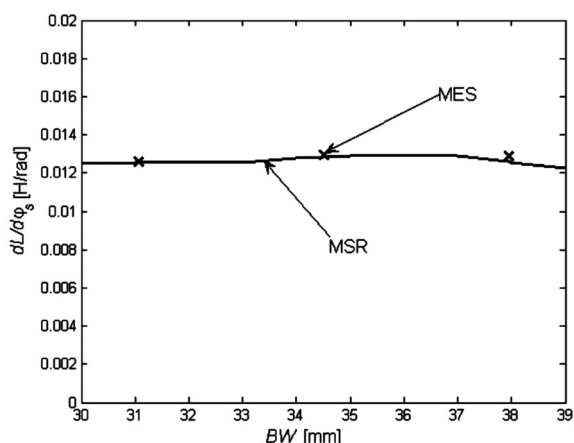


Rys. 12. Przebiegi kątowe pochodnej indukcyjności fazy względem kąta położenia wirnika dla wybranych wartości BW w zestawieniu z modelem zaczerpniętym z [2]

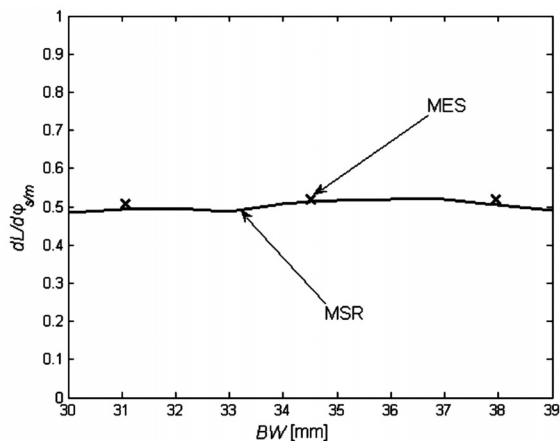


Rys. 13. Przebiegi kątowe pochodnej indukcyjności fazy względem kąta położenia wirnika dla wybranych wartości $RS3$ w zestawieniu z modelem zaczerpniętym z [2]

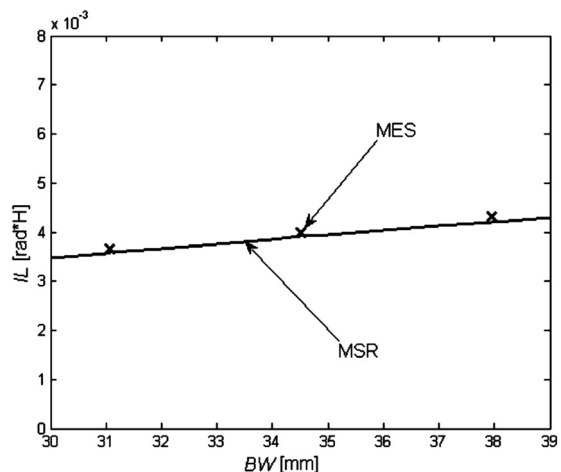
Rysunki 14–16 oraz 17–19 przedstawiają wartości wielkości kryterialnych w zależności od wartości parametrów BW oraz $RS3$, otrzymane przy użyciu omawianego modelu oraz metodą elementów skończonych.



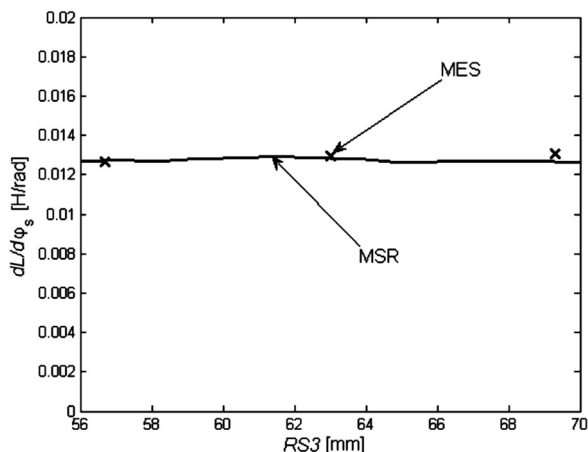
Rys. 14. Wartość średnia pochodnej indukcyjności fazy względem kąta położenia wirnika w zależności od wartości parametru BW



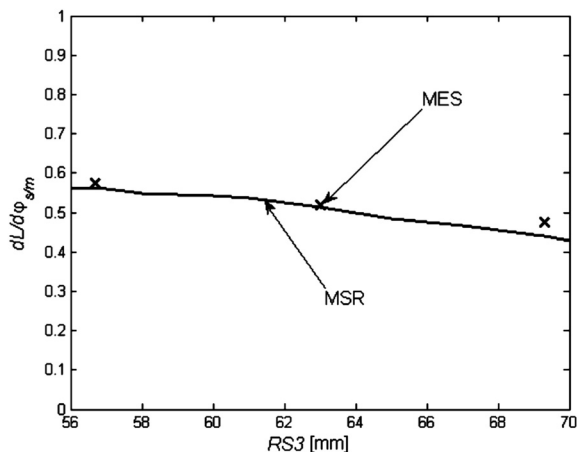
Rys. 15. Stosunek wartości średniej do maksymalnej pochodnej indukcyjności fazy względem kąta położenia wirnika w zależności od wartości parametru BW



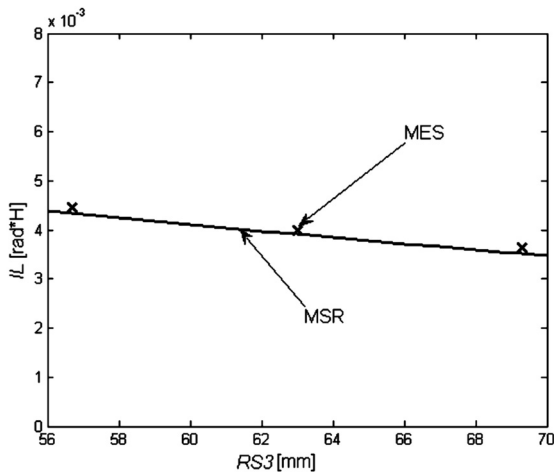
Rys. 16. Całka indukcyjności fazy względem kąta położenia wirnika w zależności od wartości parametru BW



Rys. 17. Wartość średnia pochodnej indukcyjności fazy względem kąta położenia wirnika w zależności od wartości parametru $RS3$



Rys. 18. Stosunek wartości średniej do maksymalnej pochodnej indukcyjności fazy względem kąta położenia wirnika w zależności od wartości parametru $RS3$



Rys. 19. Całka indukcyjności fazy względem kąta położenia wirnika w zależności od wartości parametru $RS3$

5. PODSUMOWANIE

Przedstawiony model osiąga większą dokładność odwzorowania przebiegu indukcyjności w porównaniu z modelem z pracy [2], co jest widoczne na rysunkach 10 i 11.

Wyniki na rysunkach 14–19 potwierdzają przydatność opracowanego modelu do celów optymalizacji. Istniejące różnice wskazują na potrzebę weryfikacji rozwiązania optymalnego metodą polową. Analiza wskazuje, że rozbieżności wynikają z trudności jakie stwarza obliczanie indukcyjności uzwojenia w momencie nachodzenia na siebie biegunów stojana i wirnika (w przedziale położen $\varphi = 57^\circ \div 60^\circ$).

Model jest rozwijany. Planowane jest m.in. uproszczenie modelu poprzez zmniejszenie ilości rurek, co skróci czas obliczeń bez istotnego pogorszenia jakości modelu oraz poprawi model w sensie jakościowym.

Literatura

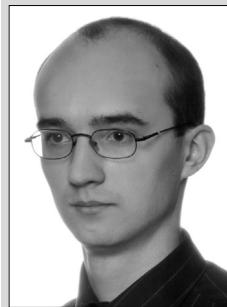
- [1] Bausch H., Greif A., Lange B., Bautz R.: *A 50 kW/15000 rpm switched reluctance drive for an electric vehicle: current control and performance characteristics*. Proceedings of XIV International Con-

ference on Electrical Machines, IECM 2000, Espoo, 28–30 August 2000, 603–607, ISBN 951-22-5097-7

- [2] Vijayraghavan P.: *Design of Switched Reluctance Motors and Development of a Universal Controller for Switched Reluctance and Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives*. Blacksburg, Virginia Polytechnic Institute and State University 2001 (Ph.D. Thesis)
- [3] Majchrowicz M.: *Parametryczna analiza własności statycznych i dynamicznych silnika reluktancyjnego przełączalnego (SRM) z wykorzystaniem modeli polowych i obwodowych*. Proceedings of XLII International Symposium on Electrical Machines, SME'06, Kraków, 3–6 lipca 2006, 83–86, ISBN 83-88309-36-6
- [4] Jażdżyński W., Majchrowicz M., Bajek M., Bąk T.: *Modelowanie i przykłady analizy własności silnika asynchronicznego synchronizowanego (LSPMSM) oraz reluktancyjnego (SRM) z wykorzystaniem programu FLUX 2D*. Proceedings of XLI International Symposium on Electrical Machines, SME'05, Jarnołtówek, 14–17 czerwca 2005, 136–141, ISBN 83-88309-36-6
- [5] Majchrowicz M., Jażdżyński W.: *Obliczenia polowe silnika przełączalnego reluktancyjnego (SRM) w celu jego optymalizacji*. Zeszyty Studenckiego Towarzystwa Naukowego nr 7. Referaty Laureatów XLII Sesji Studenckich Kół Naukowych Pionu Hutniczego AGH, nr 7, Kraków 2005, 193–198
- [6] Majchrowicz M.: *Analiza własności przełączalnego silnika reluktancyjnego metodą obwodową i polową w aspekcie jego optymalizacji*. Kraków, Akademia Górniczo-Hutnicza 2005 (praca magisterska)

Wpłynęło: 24.04.2007

Michał MAJCHROWICZ



Urodził się w roku 1981 w Wodzisławiu Śląskim. W roku 2005 ukończył studia z dziedziny elektrotechniki na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Obecnie jest słuchaczem studiów doktoranckich na tymże wydziale. Główne zainteresowania naukowe dotyczą projektowania maszyn elektrycznych z wykorzystaniem algorytmów ewolucyjnych i metod sztucznej inteligencji.

e-mail: mmajchro@agh.edu.pl