

WPLÝW PRÁDU ODKSZTAŁCONEGO NA PROCES POWIERZCHNIOWEGO NAGRZEWANIA INDUKCYJNEGO W DWUTAKTOWYCH FAŁOWNIKACH NAPIĘCIA

STRESZCZENIE

Rozwój energoelektroniki przyczynił się do coraz powszechniejszego stosowania nagrzewania indukcyjnego, stwarzając możliwość budowy stosunkowo tanich i niezawodnych w działaniu przemienników częstotliwości. Do takich należą falowniki napięcia z dwoma taktami pracy. Dla tego typu pracy falownika przeanalizowano zależności na wyższe harmoniczne prądu. Podano wzory oraz wykreślono ich przebiegi dla sposobu regulacji mocy falownika. Oceniono wpływ prądu odkształconego na proces powierzchniowego nagrzewania indukcyjnego.

Słowa kluczowe: falownik napięcia, nagrzewanie indukcyjne, wyższe harmoniczne prądu, prąd odkształcony

THE EFFECT OF DEFORMED CURRENT ON THE PROCESS OF SURFACE INDUCTION HEATING IN A TWO-STROKES VOLTAGE INVERTERS

The development of power engineering electronics has contributed to increasingly wide application of induction heating offering the possibility of constructing relatively cheap and reliable frequency converters. One of such instruments is the voltage inverters with two strokes of work. Dependences of the higher harmonics of the current have been analysed for the inverter of this type work. Formulae are given and their courses traced for mode of controlling the power of the inverter. The effect of deformed current on the process of induction surface heating has been assessed.

Keywords: voltage inverter, induction heating, higher harmonics of the current, deformed current

1. WSTĘP

Prąd nagrzewnicy indukcyjnej zasilanej przez dwutaktowy falownik napięcia jest odkształcony. Aby dokładnie opisać zjawiska elektryczne występujące we wsadzie nagrzewanym prądami odkształconymi, konieczna jest znajomość zawartości wyższych harmonicznych występujących w takich prądach. Wyznaczenie rozkładu gęstości mocy we wsadzie przy uwzględnieniu wyższych harmonicznych prądu może mieć istotne znaczenie, np. w przypadku nagrzewania powierzchniowego w procesie hartowania powierzchniowego.

2. WYŻSZE HARMONICZNE PRÁDU W DWUTAKTOWYCH FAŁOWNIKACH NAPIĘCIA DO NAGRZEWANIA INDUKCYJNEGO

Jest wiele układów falownika napięcia do nagrzewania indukcyjnego mających dwa takty pracy:

- 1) takt dostarczania energii,
- 2) takt wydzielania tej energii na odbiorniku.

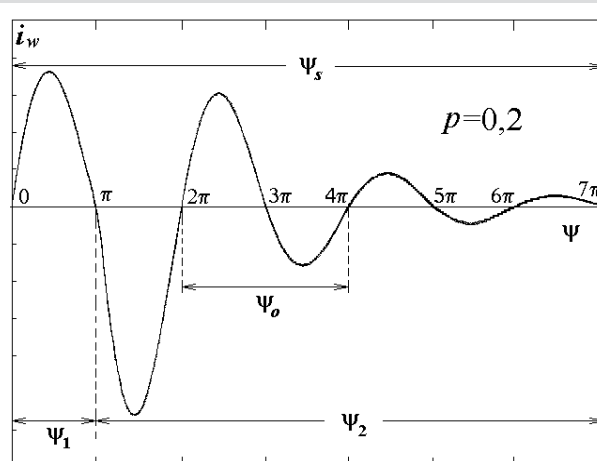
Wtedy przebieg prądu odbiornika jest taki, że w pierwszym takcie energia jest dostarczana do kondensatora (ładowanie kondensatora) obwodu połówką sinusoidy tłumionej, zaś w drugim takcie następuje wydzielanie tej energii na odbiorniku w obwodzie RLC dzięki rozładowywaniu kondensatora poprzez nagrzewnicę tak, jak przedstawiono to na rysunku 1.

W obwodzie rozładowywania, przebieg prądu przyjmuje charakter drgań oscylacyjnych tłumionych o częstotliwości zależnej od parametrów tego obwodu. Liczbę oscylacji m

możemy dowolnie ustawiać na stałe lub zmieniać w trakcie pracy falownika w celu regulacji mocy. W artykule rozważono przypadek szczególny taki, że dla długości poszczególnych taktów: $\psi_1 = \pi$, $\psi_2 = 2m\pi$, czyli cały kąt sterowania $\psi_s = \psi_1 + \psi_2 = (2m+1)\pi$. Wtedy przebieg prądu ma kształt taki jak na rysunku 1 przykładowo dla $m = 3$ oscylacji w drugim takcie pracy.

Przy wyprowadzaniu wzorów dotyczących rysunku 1 posłużono się względnymi wartościami prądów

$$i_w = \frac{i}{\frac{U_d}{\omega_o L_o}} \quad (1)$$



Rys. 1. Przebieg prądu odbiornika w falowniku dwutaktowym

* Akademia Górniczo-Hutnicza AGH w Krakowie, Wydział EAIiE, Katedra Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych

Prąd przemienny względny i_w odbiornika $R_o L_o$ opisuje następujący wzór:

$$i_w = \begin{cases} \frac{1 - e^{-2mp\pi}}{1 + e^{-(2m+1)p\pi}} e^{-p\psi} \sin \psi & \text{dla } \psi \in (0, \pi) \\ \frac{1 + e^{-p\pi}}{1 + e^{-(2m+1)p\pi}} e^{-p(\psi-\pi)} \sin(\psi - \pi) & \text{dla } \psi \in [\pi, (2m+1)\pi] \end{cases} \quad (2)$$

Przebieg tego prądu w zakresie kąta ψ_s jednego cyklu przedstawiono na rysunku 1. Taki przebieg prądu można rozłożyć na szereg trygonometryczny Fouriera w postaci

$$i_w = \frac{a_o}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_{kw} \cos\left(k \frac{\omega_s}{\omega_o} \psi\right) + \sum_{k=1}^{\infty} B_{kw} \sin\left(k \frac{\omega_s}{\omega_o} \psi\right) \quad (3)$$

lub

$$i_w = \frac{a_o}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_{kw} \cos\left(k \frac{\Psi_o}{\Psi_s} \psi\right) + \sum_{k=1}^{\infty} B_{kw} \sin\left(k \frac{\Psi_o}{\Psi_s} \psi\right)$$

przy czym amplituda względna k -tej harmonicznej prądu wynosi

$$I_{mkw} = \sqrt{A_{kw}^2 + B_{kw}^2} \quad (4)$$

Składowa stała $\frac{a_o}{2}$ obliczona przy uwzględnieniu wzoru (1) jest równa zero. Współczynniki A_{kw} oraz B_{kw} wynoszą:

$$A_{kw} = \frac{2}{\Psi_s} \int_0^{\Psi_s} i_w(\psi) \cos(k'\psi) d\psi = \frac{2}{\Psi_s} \left[I_{mw1} F_1 + I_{mw2} e^{p\pi} F_2 \right] \quad (5)$$

$$B_{kw} = \frac{2}{\Psi_s} \int_0^{\Psi_s} i_w(\psi) \sin(k'\psi) d\psi = \frac{2}{\Psi_s} \left[I_{mw1} G_1 + I_{mw2} e^{p\pi} G_2 \right]$$

gdzie:

$$F_1 = \int_0^{\Psi_1} e^{-p\psi} \sin \psi \cos(k'\psi) d\psi = - e^{-p\psi} \left\{ \frac{\cos(1+k')\psi}{1+k'} + \frac{\sin[(1-k')\psi + \varphi_2]}{m_2} \right\} \Bigg|_0^{\pi},$$

$$F_2 = \int_{\Psi_1}^{\Psi_s} e^{-p\psi} \sin(\psi - \pi) \cos(k'\psi) d\psi = - \int_{\Psi_1}^{\Psi_s} e^{-p\psi} \sin \psi \cos(k'\psi) d\psi = e^{-p\psi} \left\{ \frac{\cos(1+k')\psi}{1+k'} + \frac{\sin[(1-k')\psi + \varphi_2]}{m_2} \right\} \Bigg|_{\pi}^{(2m+1)\pi},$$

$$G_1 = \int_0^{\Psi_1} e^{-p\psi} \sin \psi \sin(k'\psi) d\psi = - e^{-p\psi} \left\{ \frac{\sin(1+k')\psi}{1+k'} + \frac{\sin[(1-k')\psi - \varphi_4]}{m_2} \right\} \Bigg|_0^{\pi},$$

$$G_2 = \int_{\Psi_1}^{\Psi_s} e^{-p\psi} \sin(\psi - \pi) \sin(k'\psi) d\psi = - \int_{\Psi_1}^{\Psi_s} e^{-p\psi} \sin \psi \sin(k'\psi) d\psi = e^{-p\psi} \left\{ \frac{\sin(1+k')\psi}{1+k'} + \frac{\sin[(1-k')\psi - \varphi_4]}{m_2} \right\} \Bigg|_{\pi}^{(2m+1)\pi},$$

gdzie:

$$k' = k \frac{\omega_s}{\omega_o} = k \frac{\Psi_o}{\Psi_s} = \frac{2k}{2m+1}; \quad \Psi_s = \Psi_1 + \Psi_2; \quad p = \frac{\alpha_o}{\omega_o},$$

$$m_2 = \sqrt{p^2 + (1-k')^2}; \quad \operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{1-k'}{p}; \quad \operatorname{tg}\varphi_4 = \operatorname{ctg}\varphi_2 = \frac{p}{1-k'},$$

$$\Psi_1 = \pi, \quad \Psi_2 = 2m\pi,$$

$$\Psi_s = (2m+1)\pi.$$

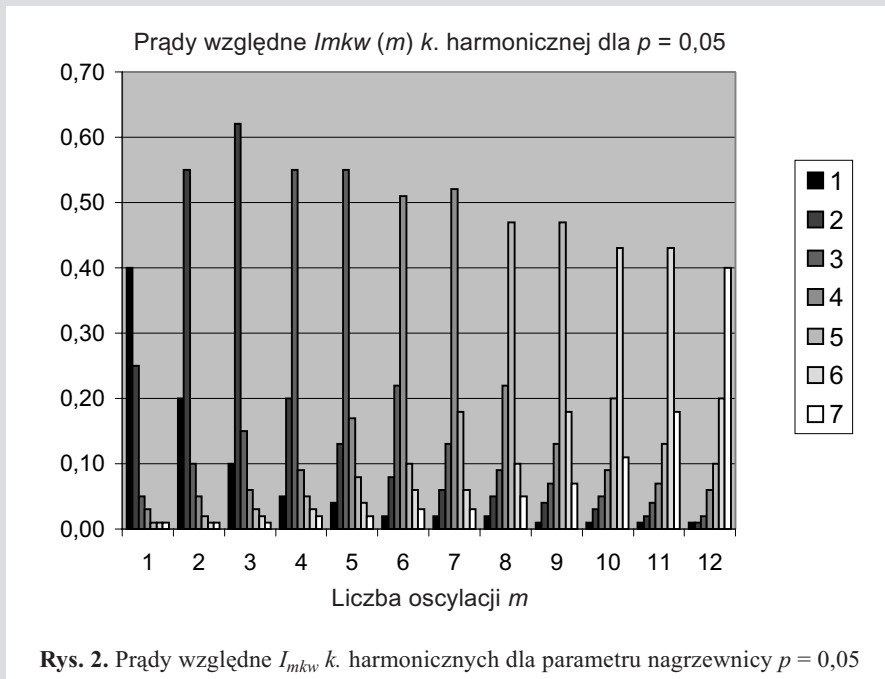


Tabela 1. Prądy względne I_{mkw} k. harmoniczných dla parametru nagrzewnicy $p = 0,05$

$\psi_1 = \pi$ $\psi_2 = 2m\pi$	Prądy względne I_{mkw} k. harmoniczných dla parametru nagrzewnicy $p = 0,05$						
m	1	2	3	4	5	6	7
1	0,40	0,25	0,05	0,03	0,01	0,01	0,01
2	0,20	0,55	0,10	0,05	0,02	0,01	0,01
3	0,10	0,62	0,15	0,06	0,03	0,02	0,01
4	0,05	0,20	0,55	0,09	0,05	0,03	0,02
5	0,04	0,13	0,55	0,17	0,08	0,04	0,02
6	0,02	0,08	0,22	0,51	0,10	0,06	0,03
7	0,02	0,06	0,13	0,52	0,18	0,06	0,03
8	0,02	0,05	0,09	0,22	0,47	0,10	0,05
9	0,01	0,04	0,07	0,13	0,47	0,18	0,07
10	0,01	0,03	0,05	0,09	0,20	0,43	0,11
11	0,01	0,02	0,04	0,07	0,13	0,43	0,18
12	0,01	0,01	0,02	0,06	0,10	0,20	0,40

Wzory na współczynnik tłumienia α_o , pulsacje ω_o drgań własnych obwodu $R_oL_oC_s$ są podane w [4].

Z analizy powyższych wzorów wynika, że amplitudy względne I_{mkw} poszczególnych harmoniczných prądu zależą od liczby oscylacji m i od parametru nagrzewnicy p . Następnie obliczono wartości tych amplitud w funkcji liczby oscylacji m dla dwóch różnych wartości p . Dla wartości parametru $p = 0,05$ wykreślono przebiegi (rys. 2) na podstawie wyników liczbowych z tabeli 1. Z przebiegów widać, że każda liczba m ma jedną harmoniczną znacznie większą od pozostałych, przy czym dla pierwszej i dwunastej oscylacji harmoniczna wynosi tylko 0,4.

Podobnie są zestawione wyniki liczbowe z tabeli 2 dla wartości parametru $p = 0,1$, przedstawiono je graficznie na

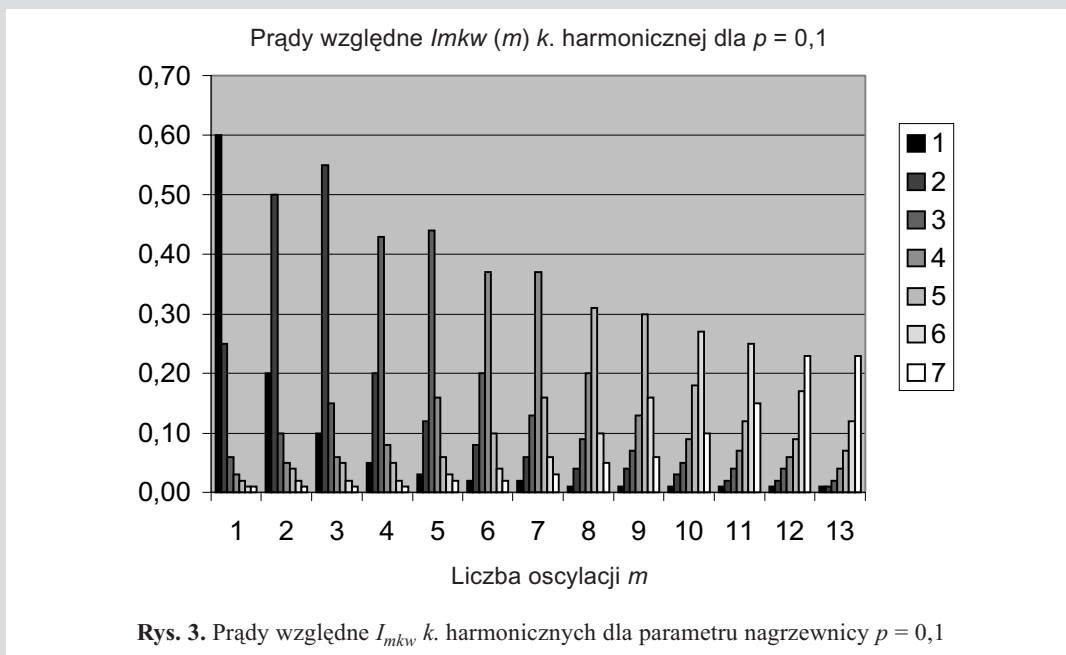
rysunku 3. Główną różnicą w stosunku do rysunku 2 jest to, że dla pierwszej oscylacji największa harmoniczna wynosi aż 0,6 i jest większa od wszystkich pozostałych harmoniczných dla wszystkich oscylacji.

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że:

- zawartość harmoniczných prądu zależy głównie od liczby m oraz parametru p ,
- występują zarówno parzyste, jak i nieparzyste harmoniczne prądu,
- każda liczba m ma jedną harmoniczną znacznie większą od pozostałych,
- im parametru p jest mniejszy, tym zawartość w.h. w prądzie odbiornika jest większa dla $m > 1$.

Tabela 2. Prądy względne I_{mkw} k . harmonicznych dla parametru nagrzewnicy $p = 0,1$

$\psi_1 = \pi$ $\psi_2 = 2m\pi$	Prądy względne I_{mkw} k . harmonicznych dla parametru nagrzewnicy $p = 0,1$						
m	1	2	3	4	5	6	7
1	0,60	0,25	0,06	0,03	0,02	0,01	0,01
2	0,20	0,50	0,10	0,05	0,04	0,02	0,01
3	0,10	0,55	0,15	0,06	0,05	0,02	0,01
4	0,05	0,20	0,43	0,08	0,05	0,02	0,01
5	0,03	0,12	0,44	0,16	0,06	0,03	0,02
6	0,02	0,08	0,20	0,37	0,10	0,04	0,02
7	0,02	0,06	0,13	0,37	0,16	0,06	0,03
8	0,01	0,04	0,09	0,20	0,31	0,10	0,05
9	0,01	0,04	0,07	0,13	0,30	0,16	0,06
10	0,01	0,03	0,05	0,09	0,18	0,27	0,10
11	0,01	0,02	0,04	0,07	0,12	0,25	0,15
12	0,01	0,02	0,04	0,06	0,09	0,17	0,23
13	0,01	0,01	0,02	0,04	0,07	0,12	0,23



3. WSPÓŁCZYNNIKI OKREŚLAJĄCE ILOŚĆ MOCY WYDZIELAJĄCEJ SIĘ W WARSTWIE ZEWNĘTRZNEJ WSADU O OKREŚLONEJ GRUBOŚCI W STOSUNKU DO MOCY W CAŁYM WSADZIE

Prąd odkształcony zmieniający swój kształt w zależności od zadanych przez automatykę falownika liczby oscylacji m dla różnych wartości parametru nagrzewnicy p powoduje inny rozkład mocy objętościowej we wsadzie nagrzewnicy niż prąd sinusoidalny.

Założmy że wsadem jest walec. Dla przypadku sinusoidalnego prądu o częstotliwości drgań własnych równej

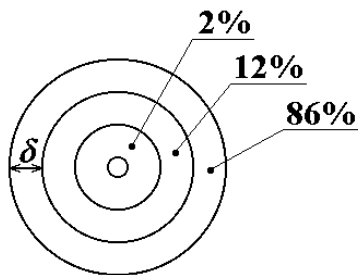
$\omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = \frac{1}{\sqrt{L_o C_s}}$ obwodu rezonansowego $L_o C_s$ głębokość wnikania wynosi

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega_o \gamma \mu}} \quad (6)$$

gdzie:

- γ – konduktywność wsadu,
- μ – przenikalność magnetyczna wsadu.

W walcu o średnicy $d \geq 6\delta$ wydziela się praktycznie cała moc P_w nagrzewająca wsad, a jej procentowe zawartości w poszczególnych warstwach o grubości δ obrazuje rysunek 4 na podstawie [3].



Rys. 4. Zawartość procentowa mocy P_w nagrzewającej poszczególne warstwy o grubości δ wsadu dla sinusoidalnego przebiegu prądu odbiornika

Falę cylindryczną padającą na taki wsad można wówczas traktować jako falę płaską.

Iloraz mocy $P_{w\delta}$ w warstwie zewnętrznej wsadu o grubości równej głębokości wnikania δ oraz mocy P_w wsadu oznaczono w_δ (wg [6])

$$w_\delta = \frac{P_{w\delta}}{P_w} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k} \cdot e^{-2\sqrt{k'}}}{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k}} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k} \cdot e^{-2\sqrt{k} \frac{\psi_o}{\psi_s}}}{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k}} \quad (7)$$

Wzór ten jest ważny dla dowolnego prądu odkształconego nagrzewającego wsad. Dany prąd odkształcony wcześniej trzeba poddać analizie Fouriera.

Dla przypadku sterowania taktami (wg rys. 1) takiego, że kąty $\psi_1 = \pi$, $\psi_2 = 2m\pi$, czyli $\psi_s = \psi_1 + \psi_2 = (2m+1)\pi$, wzór (7) przybierze postać

$$w_\delta = \frac{P_{w\delta}}{P_w} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k} \cdot e^{-2\sqrt{\frac{2k}{2m+1}}}}{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mkw}^2 \sqrt{k}} \quad (8)$$

Według obliczonych współczynników w_δ^1 oraz w_δ zawartych w tabeli 3 wykreślono przebiegi $w_\delta^1(m)$, $w_\delta(m)$ dla dwóch wartości parametru p (rys. 5).

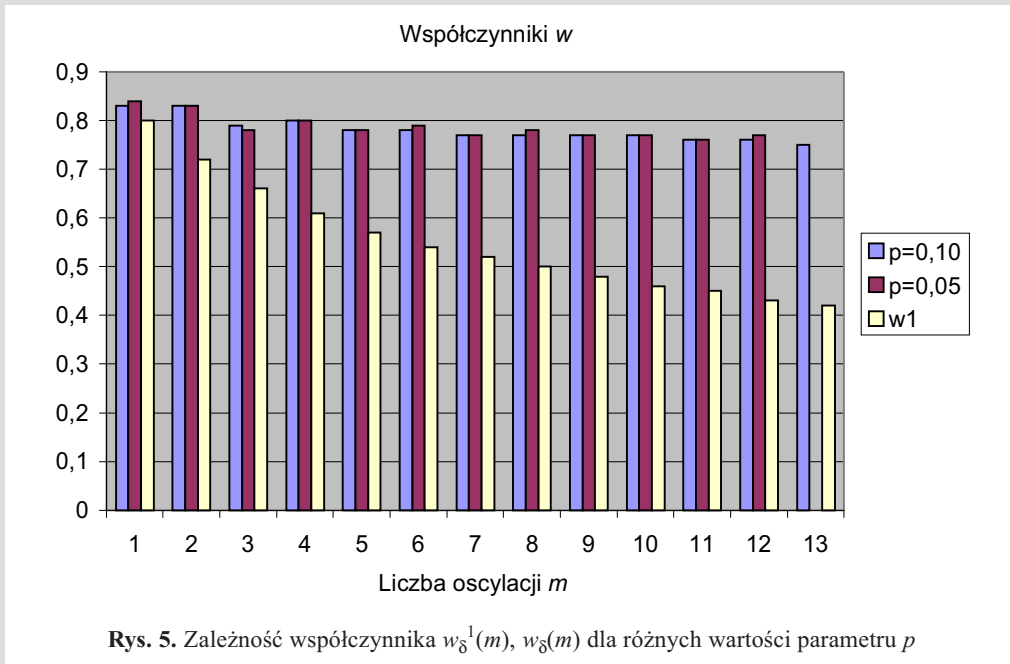
Wpływ parametru p zawierającego się w przedziale od 0,05 do 0,1 jak pokazuje rysunek 5 jest praktycznie niewielki. Gdyby amplitudy w.h. przebiegu prądu odbiornika były pomijalnie małe w stosunku do pierwszej harmonicznej, to wzory (7) i (8) uproszczą się do postaci

$$w_\delta^1 = 1 - e^{-2\sqrt{\frac{\psi_o}{\psi_s}}} = 1 - e^{-2\sqrt{\frac{2}{2m+1}}} \quad (9)$$

którego przebiegi słupkowe dla rosnącej liczby m maleją (rys. 5). Krzywe te odbiegają wyraźnie od przebiegów rzeczywistych dla $m > 1$. Dla $m = 1$ słupki ten prawie pokrywa się z słupkiem rzeczywistym. A więc z rysunku 5 widać, jak duży wpływ mają amplitudy w.h. dla danej liczby oscylacji m – utrzymują współczynnik w_δ na poziomie ok. 0,8.

Tabela 3. Współczynniki w_δ^1 oraz w_δ dla dwóch wartości parametru p

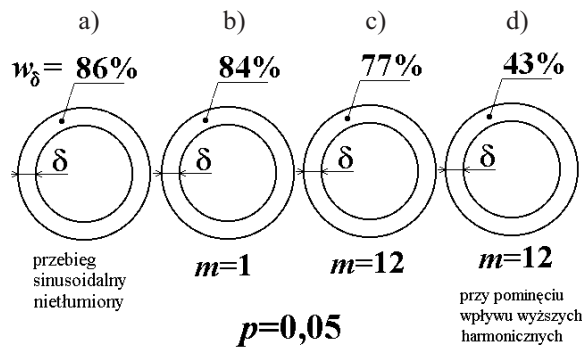
m	Współczynniki w_δ^1 oraz w_δ dla parametrów nagrzewnicy p :		
	w_δ		w_δ^1
	$p = 0,1$	$p = 0,05$	
1	0,83	0,84	0,80
2	0,83	0,83	0,72
3	0,79	0,78	0,66
4	0,80	0,80	0,61
5	0,78	0,78	0,57
6	0,78	0,79	0,54
7	0,77	0,77	0,52
8	0,77	0,78	0,50
9	0,77	0,77	0,48
10	0,77	0,77	0,46
11	0,76	0,76	0,45
12	0,76	0,77	0,43
13	0,75	–	0,42



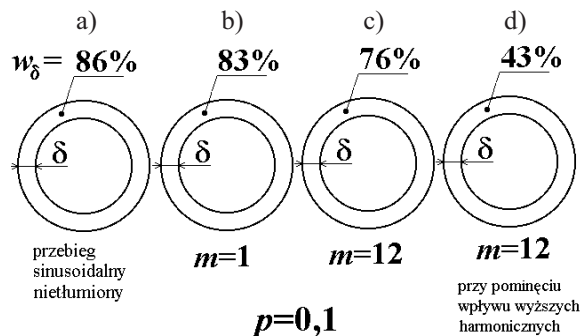
Rys. 5. Zależność współczynnika $w_{\delta}^1(m)$, $w_{\delta}(m)$ dla różnych wartości parametru p

Ten wpływ jest tym większy, im większe m . Udział w.h. jest więc widocznie korzystniejszy dla zadawanego większego kąta $\psi_2 = 2m\pi$, czyli dla większej liczby oscylacji m w drugim takcie. Z rysunku 5 wynika, że dla dowolnych wartości m w warstwie zewnętrznej o grubości δ jest mniejszy procentowy udział mocy P_w niż dla przypadku, gdy ma miejsce przebieg sinusoidalny nietłumiony. Przykładowo dla $p = 0,05$ i liczby $m = 12$ $w_{\delta} = 0,77$ (rys. 5), a gdyby pominąć udział amplitud wyższych harmonicznych,

to $w_{\delta} = 0,43$ (rys. 5). Zaś dla przypadku przebiegu sinusoidalnie nietłumionego $w_{\delta} = 0,86$, co zilustrowano w procentach całej mocy P_w wsadu na rysunku 6. Podobnie jest dla parametru $p = 0,1$ (rys. 7). Ponadto ciekawe jest porównanie rysunków 6a i 6b, tylko 2% mocy P_w jest mniej dla pracy z jedną oscylacją w drugim takcie w porównaniu z przypadkiem, gdy przebieg jest sinusoidalny. Podobnie jest dla parametru $p = 0,1$ na rysunkach 7a i 7b.



Rys. 6. Zawartości procentowe mocy P_w (w_{δ} %) nagrzewającej zewnętrzną warstwę wsadu o głębokości wnikania δ dla różnych kształtów (a–d) prądów odbiornika dla $p = 0,05$



Rys. 7. Zawartości procentowe mocy P_w (w_{δ} %) nagrzewającej zewnętrzną warstwę wsadu o głębokości wnikania δ dla różnych kształtów prądów (a–d) odbiornika dla $p = 0,1$

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że:

- współczynnik w_δ zależy w małym stopniu od badanych wartości liczby m oraz parametru p ,
- współczynnik w_δ dla wszystkich oscylacji m wynosi ok. 0,8,
- współczynnika w_δ jest nieco większy dla p mniejszych,
- współczynnik w_δ^1 – nie uwzględniający zawartość w.h. prądu – maleje eksponencjalnie ze wzrostem m .

4. WNIOSKI

Zjawiska elektryczne występujące we wsadzie nagrzewanym prądami odkształconymi podczas nagrzewania powierzchniowego interesujące są w przypadku badań procesów zachodzących w zewnętrznej warstwie wsadu o grubości rzędu głębokości wnikania δ . Z powyższych rozważań nasuwa się pytanie: przy jakich m , p powinien pracować falownik, aby w zewnętrznej warstwie wsadu o szerokości δ wydzielala się jak największa ilość mocy całkowitej P_w .

Z porównania rysunków 5, 6 i 7 wynika:

- sterowanie mocy według liczby m jest korzystne w całym analizowanym zakresie, ponieważ współczynniki w_δ maleją nieznacznie ze wzrostem m ;
- korzystnie jest pracować dla liczby oscylacji $m > 1$, dla nagrzewnic o małych wartościach parametru p , zaś regulację mocy realizować innymi sposobami (np. zmieniając napięcia U_d przez zmianę przerwy w prądzie odbiornika).

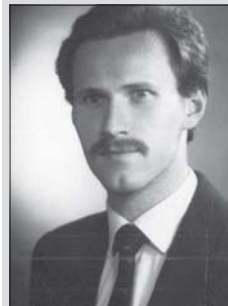
Literatura

- [1] Kurbiel A.: *Analysis of a thyristor-diode series voltage inverter for induction heating*. Archives of Electrical Engineering, vol. XLIV, No 3, 1995

- [2] Kurbiel A.: *Induction heating with non-sinusoidal currents*. Archives of Electrical Engineering, vol. XLIV, No 3, 1995
- [3] Kurbiel A.: *Indukcyjne urządzenia elektrotermiczne*. Kraków, Wyd. AGH 1992
- [4] Kurbiel A., Kieroński R.: *Dwutyristorowy falownik napięcia do nagrzewania indukcyjnego*. Przegląd Elektrotechniczny, Rok LXIX, nr 3, 1993
- [5] Pasternak J., Kieroński R.: *Prąd odkształcony w dwulącznikowym falowniku napięcia do powierzchniowego nagrzewania indukcyjnego*. Materiały V Sympozjum nt.: „Symulacja, pomiary i diagnostyka w elektrotermii”, Hołny Mejera 25–28.09.1996, Politechnika Białostocka
- [6] Pasternak J., Kieroński R.: *Wpływ prądu odkształconego na proces powierzchniowego nagrzewania indukcyjnego*. Jakość i użytkowanie energii elektrycznej, t. 2, z. 2, listopad 1996, 61–69
- [7] Sajdak C., Samek E.: *Nagrzewanie indukcyjne*. Katowice, Wyd. Śląsk 1985

Wpłynęło: 15.07.2005

Roman KIEROŃSKI



Urodzony w Krakowie 26.05.1963 roku. Studia na Wydziale Elektrotechniki Automatyki i Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej ukończył w 1990 roku. Pracę magisterską wykonywał z zakresu elektrotermii. Jest doktorantem Wydziału Elektrotechniki Automatyki Informatyki i Elektroniki AGH. Pracuje w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych AGH w Krakowie. Zajmuje się tematyką nagrzewania indukcyjnego.

e-mail: kieronsk@tsunami.kaniup.agh.edu.pl; kieronski@op.pl