

Czesław Rybicki*, Jacek Blicharski*

**ZASTOSOWANIE METODY BILANSU MASOWEGO
W EKSPLOATACJI ZŁÓŻ GAZU ZIEMNEGO
W WARUNKACH DYNAMICZNYCH****

1. WPROWADZENIE

Eksploracja złoża gazu ziemnego w sposób optymalny wiąże się, z prawidłową oceną warunków energetycznych złoża w trakcie jego eksploatacji jak również poprawnym określeniu zasobów gazu. Stan energetyczny złoża wynika z udziału różnych wielkości i własności fizycznych złoża wpływających na zmianę ciśnienia w czasie eksploatacji.

Wielkościami lub własnościami wpływającymi na dynamikę pracy złoża są:

- tempo rozprężania się gazu znajdującego się w przestrzeni porowej o określonej objętości geometrycznej,
- intensywność dopływu wody złożowej z poza konturu,
- ściśliwość skały złożowej i wody.

Dla oceny wpływu danego czynnika na zachowanie się złoża w trakcie jego eksploatacji jak również w celu określenia zasobów gazu w złożu metodami bilansu masowego konieczna jest znajomość zarówno ilości wydobywanych płynów złożowych, jak też zmian średniego ciśnienia złożowego w czasie. Standardowo w celu określenia średniego ciśnienia w złożu okresowo wykonywane są pomiary ciśnień dennych statycznych. Wiąże się to z koniecznością zamknięcia odwiertu na krótszy lub dłuższy okres czasu celem albo bezpośredniego pomiaru ciśnienia na dnie odwiertu, albo przeliczenia ciśnienia dennego z mierzonego ciśnienia głowicowego statycznego. Taki sposób jest powszechnie znany, ale powoduje przerwy w eksploatacji złoża/odwiertów. W wielu przypadkach złóż, gdzie istnieje problem wynoszenia wody z odwiertu, każde przerwanie eksploatacji na dłuższy czas powoduje trudności ponownym uruchomieniu odwiertu, co może w konsekwencji doprowadzić do jej zaniechania. Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie metodyki wyzna-

* Wydział Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH, Kraków

** Praca wykonana w ramach projektu badawczego nr 4 T12A 003 28

czania średniego ciśnienia złożowego na podstawie mierzonych ciśnień dynamicznych. W oparciu o wyznaczone w ten sposób wartości średnich ciśnień złożowych oraz pomiarów wydobywania płynów złożowych możliwe jest zastosowanie klasycznych metod bilansu masy dla oceny warunków energetycznych złoża, zasobów początkowych gazu czy też prognozowania przebiegu dalszej eksploatacji złoża.

2. PODSTAWY TEORETYCZNE METODYKI

Dominującym stanem hydrodynamicznym w jakim znajduje się złoże w trakcie jego eksploatacji jest stan semiustalony. Równanie opisujące dopływ gazu do odwiertu w stanie semiustalonym można zapisać z użyciem różnicy kwadratów ciśnień w postaci [1]:

$$p_i^2 - p_w^2 = \frac{q \cdot \mu \cdot z \cdot p_n \cdot T}{\pi \cdot k \cdot h \cdot T_n} \left(\frac{2 \cdot t_{Dw}}{\left(\frac{r_e}{r_w}\right)^2} + \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right) \quad (1)$$

lub z użyciem funkcji pseudociśnienia $m(p)$ definiowanej jako [4]:

$$m(p) = 2 \cdot \int_{p_r}^p \frac{p \cdot dp}{\mu \cdot z} \quad (2)$$

zależnością w następującej postaci:

$$m(p_i) - m(p_w) = \frac{q \cdot p_n \cdot T}{\pi \cdot k \cdot h \cdot T_n} \left(\frac{2 \cdot t_{Dw}}{\left(\frac{r_e}{r_w}\right)^2} + \ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right) \quad (3)$$

Wykorzystując definicję czasu bezwymiarowego t_{Dw} w postaci [3]:

$$t_{Dw} = \frac{k \cdot t}{\phi \cdot \mu \cdot c \cdot r_w^2} \quad (4)$$

równanie można zapisać następująco:

$$m(p_i) - m(p_w) = \frac{2 \cdot q \cdot p_n \cdot T \cdot t}{\pi \cdot h \cdot c \cdot \mu \cdot \phi \cdot T_n \cdot r_e^2} + \frac{q \cdot p_n \cdot T}{\pi \cdot k \cdot h \cdot T_n \cdot r_e^2} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right) \quad (5)$$

Zakładając, że przestrzeń porowa o objętości:

$$V_p = \pi \cdot r_e^2 \cdot h \cdot \phi \quad (6)$$

jest wypełniona płynem ściśliwym o współczynniku ściśliwości c to przy spadku ciśnienia dp wypłynie z niej płyn z wydajnością dQ zgodnie z zależnością:

$$dQ = \frac{\pi \cdot r_e^2 \cdot h \cdot \phi \cdot c}{t} \cdot dp \quad (7)$$

W przypadku gazu należy jego wydajność odnieść do warunków normalnych. Wykorzystując znane zależności termodynamiczne można napisać:

$$dQ = \frac{p_n \cdot z \cdot T}{p \cdot T_n} dq \quad (8)$$

Wstawiając równanie do równania otrzymuje się:

$$dq = \frac{\pi \cdot r_e^2 \cdot h \cdot c \cdot \phi \cdot p \cdot T_n}{p_n \cdot z \cdot T \cdot t} dp \quad (9)$$

Dzieląc obustronnie równanie przez $\mu/2$ będzie:

$$\frac{2 \cdot dq}{\mu} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_e^2 \cdot h \cdot c \cdot \phi \cdot p \cdot T_n}{p_n \cdot z \cdot T \cdot \mu \cdot t} dp \quad (10)$$

Wykorzystując równanie definicyjne funkcji pseudociśnienia $m(p)$, równanie (10) można zapisać w postaci:

$$\frac{2 \cdot dq}{\mu} = \frac{\pi \cdot r_e^2 \cdot h \cdot c \cdot \phi \cdot T_n}{p_n \cdot T \cdot t} dm(p) \quad (11)$$

a po przekształceniu:

$$dm(p) = 2 \cdot \frac{p_n \cdot T \cdot t}{\pi \cdot r_e^2 \cdot h \cdot c \cdot \phi \cdot T_n \cdot \mu} dq \quad (12)$$

Otrzymane równanie z użyciem funkcji pseudociśnienia stanowi odpowiednik równania z użyciem ciśnień. Całkując lewą stronę równania w granicach dwóch ciśnień, tj. ciśnienia początkowego w złożu p_i i bieżącego ciśnienia średniego w złożu \bar{p} , oraz prawą w granicach od 0 do wartości q otrzymuje się:

$$m(p_i) - m(\bar{p}) = 2 \cdot \frac{p_n \cdot T \cdot t}{\pi \cdot r_e^2 \cdot h \cdot c \cdot \phi \cdot T_n \cdot \mu} q \quad (13)$$

Otrzymana zależność jest pierwszym członem prawej strony równania i wyraża spadek ciśnienia złożowego spowodowany wydobyciem gazu z określonej objętości porowej złoża.

Drugi człon prawej strony równania stanowi różnicę pseudofunkcji dla ciśnienia średniego w złożu i ciśnienia dennego dynamicznego i wyraża stratę ciśnienia przy przepływie płynu lepkiego w ośrodku porowatym:

$$m(\bar{p}) - m(p_w) = \frac{q \cdot P_n \cdot T}{\pi \cdot k \cdot h \cdot T_n \cdot r_e^2} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right) \quad (14)$$

Zatem równanie można zapisać jako:

$$m(p_i) - m(p_w) = (m(p_i) - m(\bar{p})) + (m(\bar{p}) - m(p_w)) \quad (15)$$

Analizując równanie można zauważyć, że współczynnik ściśliwości c oraz współczynnik lepkości μ są funkcjami ciśnienia, które ulegają zmianie w czasie eksploatacji t .

Równanie można przedstawić w postaci różniczkowej przy założeniu stałości wydatku q :

$$dm(p) = 2 \cdot \frac{P_n \cdot T \cdot q}{\pi \cdot r_e^2 \cdot h \cdot c \cdot \phi \cdot T_n \cdot \mu} dt \quad (16)$$

Wprowadzając funkcję pseudoczasu t_a zdefiniowaną zależnością [5]:

$$t_a = \int_0^t \frac{dt}{\mu \cdot c} \quad (17)$$

otrzyma się równanie w postaci:

$$dm(p) = 2 \cdot \frac{P_n \cdot T \cdot q}{\pi \cdot r_e^2 \cdot h \cdot \phi \cdot T_n} dt_a \quad (18)$$

Całkując obustronnie równanie otrzymamy zależność podobną do zależności w postaci:

$$m(p_i) - m(\bar{p}) = 2 \cdot \frac{P_n \cdot T \cdot q \cdot t_a}{\pi \cdot r_e^2 \cdot h \cdot \phi \cdot T_n} \quad (19)$$

Korzystając z zależności i zależność można zapisać w postaci:

$$m(p_i) - m(p_w) = \frac{2 \cdot q \cdot P_n \cdot T \cdot t_a}{\pi \cdot h \cdot \phi \cdot T_n \cdot r_e^2} + \frac{q \cdot P_n \cdot T}{\pi \cdot k \cdot h \cdot T_n \cdot r_e^2} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right) \quad (20)$$

Dzieląc stronami równanie przez q otrzymuje się zależność:

$$\frac{m(p_i) - m(p_w)}{q} = \frac{2 \cdot P_n \cdot T \cdot t_a}{\pi \cdot h \cdot \phi \cdot T_n \cdot r_e^2} + \frac{P_n \cdot T}{\pi \cdot k \cdot h \cdot T_n \cdot r_e^2} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right) \quad (21)$$

Ponieważ nie są znane wartości średniego ciśnienia w strefie oddziaływania odwiertu, zatem nie jest znana wielkość strefy oddziaływania odwiertu. Jak widać z analizy równania (14) drugi człon równania jest stały dlatego można go zapisać w postaci liniowej:

$$\frac{m(p_i) - m(p_w)}{q} = n \cdot t_a + w \quad (22)$$

gdzie:

$$n = \frac{2 \cdot p_n \cdot T}{\pi \cdot h \cdot \phi \cdot T_n \cdot r_e^2} \quad (23)$$

$$w = \frac{p_n \cdot T}{\pi \cdot k \cdot h \cdot T_n \cdot r_e^2} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right) \quad (24)$$

Mając wyznaczoną wartość rzędnej początkowej w prostej opisanej równaniem wartości funkcji pseudociśnienia w funkcji średniego ciśnienia złożowego dla zmiennej wydajności q i ciśnienia dennego dynamicznego p_w w odwiercie zgodnie z równaniem można wyznaczyć wg zależności:

$$m(\bar{p}) = m(p_w) + w \cdot q \quad (25)$$

Wartości ciśnień średnich odpowiadające wartościom funkcji pseudociśnienia wyznaczonej z równania określane są z równania.

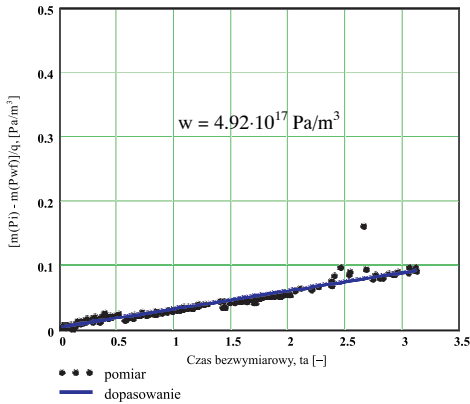
Występujące w równaniu współczynniki lepkości μ i ściśliwości c są funkcją szukanego średniego ciśnienia złożowego, dlatego poprawną wartość funkcji pseudoczasu oraz średniego ciśnienia złożowego wyznacza się iteracyjnie według następującego algorytmu:

1. Obliczenie wartości funkcji pseudociśnienia $m(p)$ dla ciśnienia początkowego i ciśnień dennych dynamicznych dla danego odwiertu z równania (2).
2. Obliczenie wartości funkcji pseudoczasu t_a w oparciu o wartości ciśnień dennych dynamicznych w czasie eksploatacji odwiertu z równania.
3. Sporządzenie wykresu zależności $\frac{m(p_i) - m(p_w)}{q}$ vs t_a .
4. Wyznaczenie z wykresu wartości rzędnej początkowej w poprzez dopasowanie do punktów prostej opisanej równaniem.
5. Obliczenie wartości funkcji pseudociśnienia z równania a następnie wartości ciśnień średnich.
6. Powtórne obliczenie wartości funkcji pseudoczasu t_a z wykorzystaniem wyznaczonych wartości ciśnień średnich oraz ponowne wyznaczenie wartości ciśnień średnich.
7. Obliczenia iteracyjne należy prowadzić aż do uzyskania odpowiedniej zbieżności ciśnień.

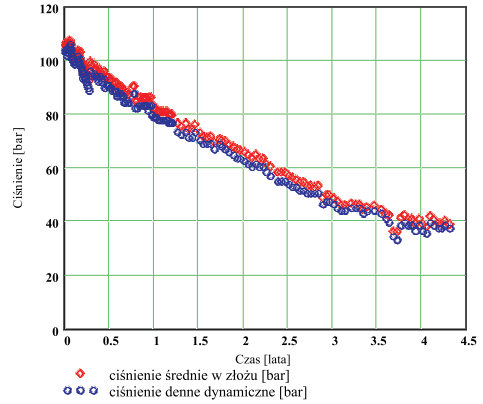
3. ANALIZA PRZEPROWADZONYCH OBLICZEŃ I WERYFIKACJA WYNIKÓW

Podstawą przeprowadzonych obliczeń są wyniki przebiegu wydobywania gazu i wody oraz pomiary ciśnień głowicowych dynamicznych i ciśnień dennych statycznych dla dwóch

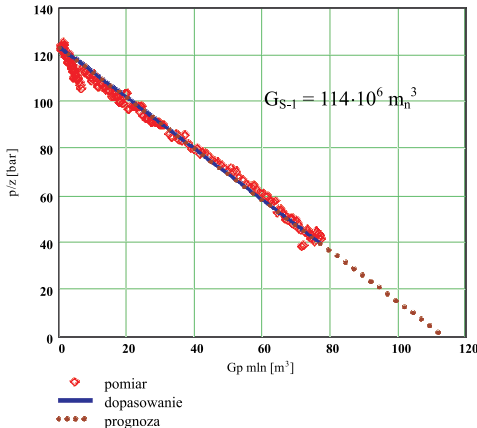
odwiertów S-1 i S-2 złoża gazu ziemnego „S”. Obliczenia przeprowadzono według procedur przygotowanych w pakiecie obliczeniowym Mathcad. Na podstawie pomiarów ciśnień dennych statycznych oraz ilości wydobywanych płynów złożowych wykonano standardowe obliczenia bilansowe, które posłużyły do weryfikacji wyników obliczeń uzyskanych z wykorzystaniem prezentowanej w artykule metodyki wyznaczania średniego ciśnienia złożowego na podstawie ciśnień dynamicznych w odwiercie. Na rysunkach 1 i 5 pokazano sposób wyznaczania rzędnej początkowej w dla odwiertów S-1 i S-2 poprzez dopasowanie do danych pomiarowych w układzie $\frac{m(p_i) - m(p_w)}{q}$ vs t_a . Rysunki 2 i 6 pokazują zmiany zmierzonych ciśnień dennych dynamicznych w odwiertach S-1 i S-2 oraz obliczone ciśnienia średnie wyznaczone z równania.



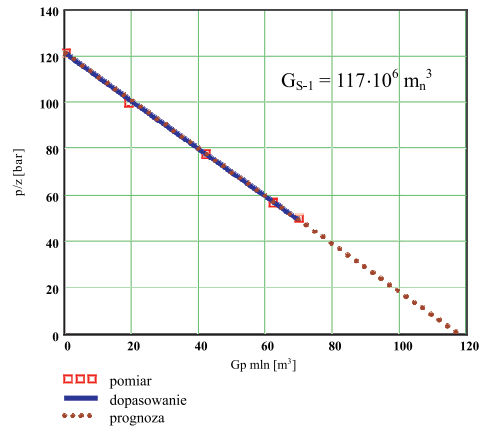
Rys. 1. Wyznaczenie współczynnika w równania dla odwiertu S-1



Rys. 2. Porównanie ciśnień dynamicznych i obliczonych ciśnień średnich dla odwiertu S-1

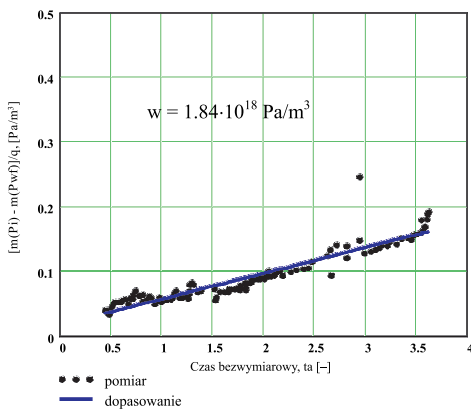


Rys. 3. Dopasowanie do danych pomiarowych w warunkach dynamicznych w odwiercie S-1 metodą „p/z” bilansu masowego

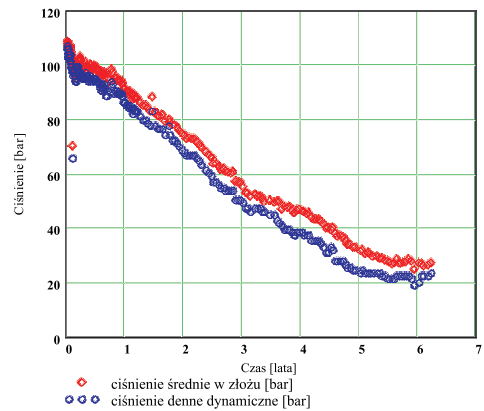


Rys. 4. Dopasowanie do danych pomiarowych w warunkach statycznych w odwiercie S-1 metodą „p/z” bilansu masowego

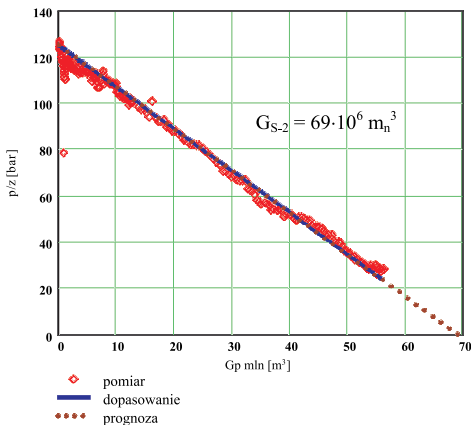
Dopasowanie do danych pomiarowych w warunkach dynamicznych w układzie p/z vs Gp dla odwiertów S-1 i S-2 pokazano na rysunkach 3 i 7. Z kolei na rysunkach 4 i 8 przedstawiono wyniki dopasowania modelu bilansu masowego do danych pomiarowych uzyskanych w warunkach statycznych. Jak można zauważyć punkty pomiarowe na wykresach p/z vs Gp wyznaczone zarówno w warunkach statycznych jak i dynamicznych układają się liniowo, co świadczy o wolumetrycznym charakterze złoża. Dla obu odwiertów uzyskano zbieżne wyniki wyznaczonych zasobów początkowych uzyskanych na podstawie pomiarów w warunkach statycznych i dynamicznych. Zasoby początkowe gazu w strefie oddziaływania odwiertu S-1 wynoszą odpowiednio: 117 mln m_n^3 dla warunków statycznych oraz 114 mln m_n^3 dla warunków dynamicznych. Wartości wyznaczonych zasobów początkowych gazu dla odwiertu S-2 wynoszą odpowiednio: 68 mln m_n^3 (w warunkach statycznych) i 69 mln m_n^3 (w warunkach dynamicznych).



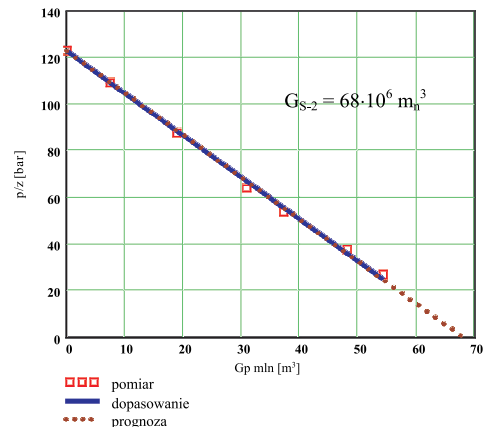
Rys. 5. Wyznaczenie współczynnika w równania dla odwiertu S-2



Rys. 6. Porównanie ciśnień dynamicznych i obliczonych ciśnień średnich w odwiercie S-2



Rys. 7. Dopasowanie do danych pomiarowych w warunkach dynamicznych w odwiercie S-2 metodą „p/z” bilansu masowego



Rys. 8. Dopasowanie do danych pomiarowych w warunkach statycznych w odwiercie S-2 metodą „p/z” bilansu masowego

4. WNIOSKI

- 1) Przedstawiona w artykule metodyka pozwala na wyznaczenie ciśnień średnich w złożu w warunkach dynamicznych bez konieczności zamykania odwiertu.
- 2) Wyznaczone na podstawie zmierzonych ciśnień dynamicznych średnie ciśnienia złożowe mogą być wykorzystane w standardowych metodach bilansu masowego.
- 3) Prezentowana metoda może być stosowana zarówno przy stałych jak i zmiennych wydajnościach odbioru gazu.
- 4) Uzyskane wyniki obliczeń bilansowych w oparciu o pomiary ciśnień dynamicznych i statycznych dla analizowanych odwiertów są zbieżne. Zasoby początkowe gazu określone metodą „p/z” dla warunków statycznych stanowią weryfikację przedstawionej metodyki.

SPIS OZNACZEŃ

- c – współczynnik ściśliwości gazu [1/Pa]
 G_p – ilość wydobytego gazu [m_n^3]
 G – początkowe zasoby gazu w złożu [m_n^3]
 h – miąższość złoża [m]
 k – współczynnik przepuszczalności gazu [m^2]
 n – współczynnik kierunkowy w równ. wyrażony zależnością
 $m(p)$ – funkcja pseudociśnienia [Pa/s]
 p_i, \bar{p} – ciśnienia początkowe i średnie złożowe [Pa]
 p_w – ciśnienie denne dynamiczne [Pa]
 p_n – ciśnienia normalne [Pa] ($p_n = 101325$ Pa)
 q – wydajność gazu w warunkach normalnych [m_n^3/s]
 Q – wydajność gazu w warunkach rzeczywistych [m^3/s]
 r_e, r_w – promienie oddziaływania odwiertu i odwiertu [m]
 T – temperatura złożowa [K]
 t – czas [s]
 t_a – funkcja pseudoczasu [-]
 t_{Dw} – czas bezwymiarowy [-]
 T_n – temperatura normalna [K] ($T_n = 273,16$ K)
 w – współczynnik rzędnej początkowej opisany zależnością
 z – współczynnik pseudościśliwości gazu [-]
 ϕ – współczynnik porowatości [-]
 μ – lepkość gazu [Pa·s]

LITERATURA

- [1] Ahmed T.: *Reservoir Engineering Handbook*. Gulf Professional Publishing, 2001
- [2] Choudhury Z., Gomes L.: *Material Balance Study of Gas Reservoirs by Flowing Well Method: A Case Study of Bakhrabad Gas Field*. SPE 64456, 2000

- [3] Dake L.P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Elsevier Science Publishers, 1978
- [4] Hagoort J.: *Fundamentals of Gas Reservoir Engineering*. Amsterdam, Elsevier 1988
- [5] Mattar L., Anderson D.: *Dynamic Material Balance (Oil or Gas-in-place without shutins)*. Canadian International Petroleum Conference, Calgary, 2005