

Piotr Banasik\*

## Wyznaczenie wysokości normalnej oraz charakterystyk pola ciężkościowego dla stacji permanentnej KRAW\*\*

### 1. Wstęp

Stacje permanentne GPS działające w ramach ASG-PL mogą pełnić funkcję punktów precyzyjnej, zintegrowanej osnowy geodezyjnej.

Obecnie geodezyjna charakterystyka większości takich punktów sprowadza się do precyzyjnych współrzędnych elipsoidalnych B, L, h lub prostokątnych XYZ będących wynikiem opracowania obserwacji GPS wykonanych w nawiązaniu do europejskich stacji EPN IGS. Zgodnie z przyjętym w kraju Systemem Odniesień Przestrzennych [1] współrzędne te podawane są w układzie EUREF-89 na epokę 1989.

W Załączniku 2 do Zarządzenia Głównego Geodety Kraju [2] są podane dodatkowo wysokości normalne punktów stacji permanentnych ASG-PL w układzie Kronsztadt'86. W większości przypadków wysokości te zostały obliczone z wykorzystaniem dostępnego modelu quasi-geoidy o dokładności kilku pojedynczych centymetrów. Obliczone w ten sposób wysokości normalne nie powinny być podawane z dokładnością milimetra.

Z kolei dla stacji, które miały wyznaczone wysokości normalne za pomocą bezpośredniego pomiaru niwelacyjnego problematycznym jest podawanie odstępów quasi-geoidy od elipsoidy obliczonego z modelu quasi-geoidy. Można go obliczyć za pomocą zależności (4), uzyskując zdecydowanie dokładniejszy wynik, zgodny z obowiązującymi w kraju układami [1].

W związku z tym, że stacje permanentne stanowią szczególną osnowę geodezyjną, uzasadnionym wydaje się podjęcie prac umożliwiających precyzyjne wyznaczenie dla każdej stacji ASG-PL wysokości normalnej, odstępów quasi-geoidy, a także charakterystyk pola ciężkościowego.

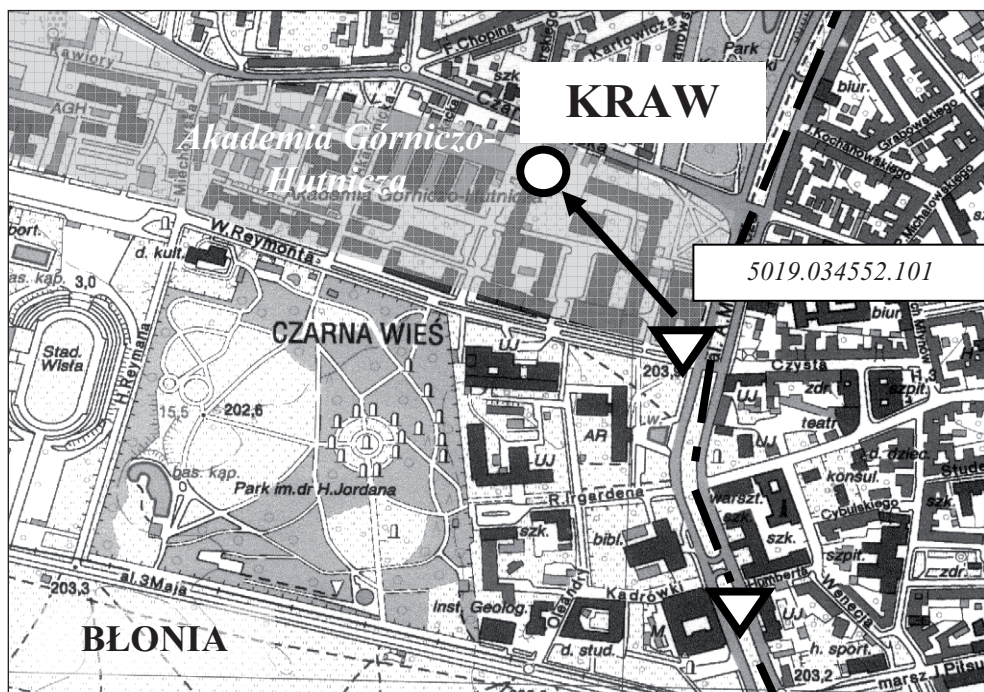
---

\* Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

\*\* Artykuł powstał w ramach badań statutowych 11.11.150.478

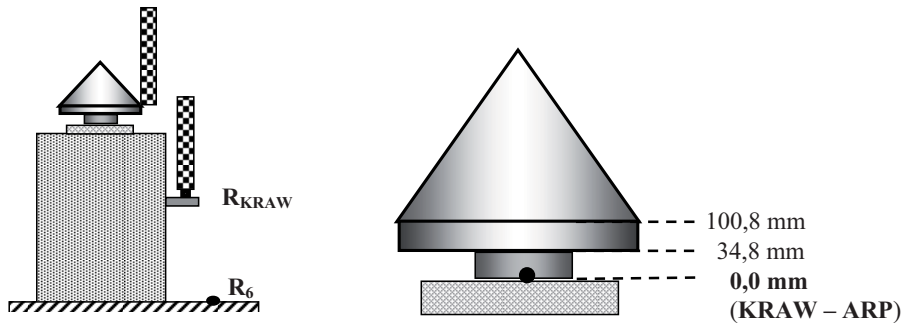
## 2. Wyznaczenie wysokości normalnej punktu KRAW

W rejonie stacji KRAW przebiega ciąg osnowy wysokościowej klasy I (rys. 1). Jednym z jego punktów jest reper ścienny (nr 5019.034552.101) zastabilizowany we frontowej ścianie budynku A-0 AGH. Wysokość normalna tego reперu w układzie Kronsztadt'86 wynosi 203.8758 m. Reper ten wykorzystano do nawiązania punktu KRAW. Trasa niwelacji (ok. 300 m) przebiegała przez bazowy punkt ziemny  $R_1$  znajdujący się przy budynku C-4 oraz szereg reperów ściennych zastabilizowanych w ścianie klatki schodowej od poziomu parteru do poziomu dachu. Niwelację wykonano niwelatorem Koni 007 trzykrotnie w 2005 r. i w 2006 r. Różnice uzyskanych przewyższeń z kolejnych pomiarów nie przekraczają 1 mm.



Rys. 1. Przebieg odcinka podstawowej osnowy wysokościowej kl. I przebiegającej w pobliżu stacji permanentnej KRAW

Dla stacji KRAW wyznaczono wysokość normalną w dwóch punktach. Jednym z nich jest reper  $R_{KRAW}$  zastabilizowany na słupie, na którym ustawiono antenę odbiornika GPS (rys. 2).



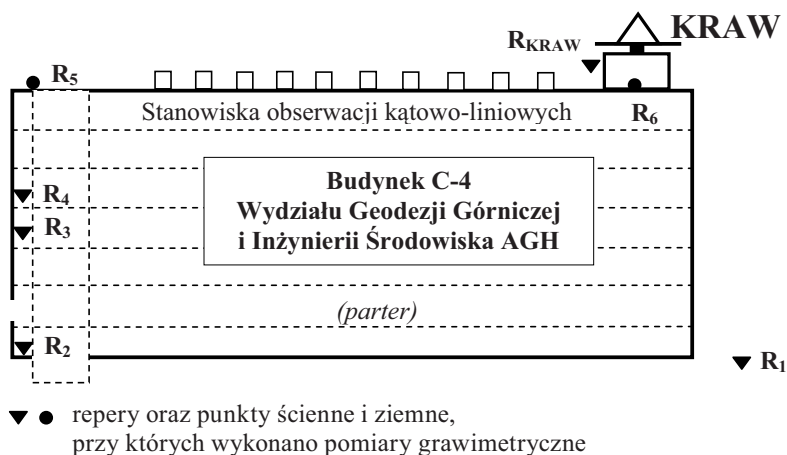
Rys. 2. Schemat pomiaru niwelacyjnego punktu KRAW

Drugim punktem jest punkt ARP anteny odbiornika GPS będący zgodnie z [2] punktem odniesienia współrzędnych. Przeniesienie wysokości z  $R_{\text{KRAW}}$  do ARP wykonano za pomocą niwelatora i metalowego liniału (rys. 2). Uwzględniono przy tym stałe różnice wysokości wynikające z konstrukcji anteny (ASH 701945) [5]. Wysokość punktu KRAW podano w tabeli 2.

### 3. Wyznaczenie wartości przyspieszenia siły ciężkości

Pomiary przyspieszenia siły ciężkości wykonano grawimetrem Scintrex Autograf CG3 nr 4511 dwukrotnie, w czerwcu i wrześniu 2005 r. Grawimetr ten zapewnia dokładność  $\pm 0,01$  mGal i powtarzalność wyników w granicach  $\pm 0,005$  mGal. Pierwszy pomiar zrealizowano na punktach utworzonej do tego celu sieci niwelacyjno-grawimetrycznej (rys. 3).

Składają się na nią: punkt bazowy  $R_1$  znajdujący się w odległości 50 m na wschód od budynku C-4, repery ścienne  $R_2$ ,  $R_3$  i  $R_4$  na klatce schodowej na wysokości odpowiednio  $-0,5$  („niski parter”), 2,5 i 3,5 piętra, punkt  $R_5$  na dachu budynku oraz punkt  $R_6$  przy słupie stacji KRAW. Punkty pomiaru  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  i  $R_5$  zostały wybrane tak, aby leżały wzdłuż jednej linii pionu. Dzięki temu możliwe było obliczenie pionowego gradientu przyspieszenia siły ciężkości. Na każdym punkcie wykonano po trzy serie pomiarowe, tak aby różnica wskazań grawimetru nie była większa niż 0.005 mGal. Dowiązanie do osnowy grawimetrycznej zrealizowano z wykorzystaniem punktu 1508 Łosień, kilkakrotnie w 2004 i 2005 r. W tabeli 1 podano wartości przyspieszenia zaobserwowane na kolejnych punktach pomiarowych a dla punktów  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  i  $R_5$  podano odpowiadające im różnice wysokości położenia grawimetru. Wartości przyspieszenia podane w tabeli 1 są wskazaniem grawimetru i nie zawierają redukcji do poziomu znaku geodezyjnego.



Rys. 3. Sieć niwelacyjno-grawimetryczna wokół stacji permanentnej KRAW

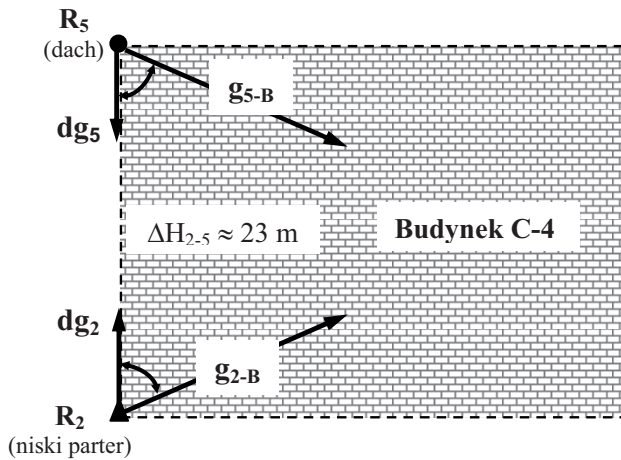
Tabela 1. Wyniki wyznaczenia pionowego gradientu przyspieszenia siły ciężkości

Punkt	$g^{\text{pom}}$ [mGal]	$\Delta H$ [m]	G [mGal/m]		G–statyw [mGal/m]
1	2	3	4	5	6
R <sub>2</sub>	981037.836				
		10,330	-0,2846		
R <sub>3</sub>	981034.896				
		3,626	-0,2937	-0,2882	-0,2938
R <sub>4</sub>	981033.831				
		8,716	-0,2903		
R <sub>5</sub>	981031.301				

Pionowy gradient przyspieszenia siły ciężkości obliczono z wzoru

$$G = -\frac{\Delta g}{\Delta H} \quad (1)$$

Ze względu na usytuowanie stanowisk pomiarowych na skraju budynku, wartości przyspieszenia i gradientu zawierają grawitacyjny wpływ masy budynku (rys. 4). Zakładając, że kierunek przyciągania grawitacyjnego masy budynku skierowany jest do jego wnętrza, należy przypuszczać, że na kolejnych punktach pojawia się pionowa składowa tego przyciągania, największa na punktach skrajnych R<sub>2</sub> i R<sub>5</sub> (rys. 4).



Rys. 4. Grawitacyjny wpływ masy budynku na przyspieszenie siły ciężkości i jego pionowy gradient

Ze względu na przeciwny zwrot obu składowych różnica przyspieszeń  $\Delta g$ , a w konsekwencji gradient pionowy obliczany z obserwacji na tych punktach są obciążone wpływem przyciągania budynku

$$G_{2-5} = G - \frac{2dg}{\Delta H_{2-5}} \quad (2)$$

Aby tego uniknąć, należałoby wyznaczyć gradient na podstawie obserwacji przyspieszenia siły ciężkości wykonanych na niewielkiej różnicy wysokości, najkorzystniej w centrum budynku lub na jego środkowych piętrach. W miejscach tych składowe pionowe przyciągania są minimalne lub równoważą się.

Wartość pionowego gradientu obliczona na podstawie obserwacji wykonanych na środkowych piętrach w punktach  $R_3$  i  $R_4$  na różnicy wysokości 3,6 m wyniosła 0,2937 mGal/m. Aby potwierdzić powyższe wyznaczenia, w odstępnie dwóch miesięcy wykonano kolejny pomiar przyspieszenia siły ciężkości.

Tym razem ograniczono się do pomiaru na statywie ustawionym na trzecim piętrze, tj. w połowie wysokości między punktami  $R_3$  i  $R_4$ . Obserwacje przyspieszenia wykonano grawimetrem ustawianym na i pod statywem, uzyskując różnicę przyspieszeń odpowiadającą różnicy wysokości 1,7 m. Pomiarów zrealizowano w schemacie  $d-g-d-g-d$ , gdzie  $d$  i  $g$  oznacza odpowiednio dolne i górne położenie grawimetru. Wartość gradientu otrzymana w ten sposób wyniosła  $-0,2938$  mGal/m. Wartość ta potwierdza wynik uzyskany z pomiaru na punktach  $R_3$  i  $R_4$ . Ze względu na symetryczne umiejscowienie pomiarów przyspieszenia siły ciężkości oraz stacji KRAW względem bryły budynku należy przypuszczać, że wartość pionowego

gradientu w obu miejscach będzie podobna. Tak otrzymany gradient zaokrąglono do wartości  $G = -0,294$  mGal/m i przyjęto następnie do redukcji przyspieszenia siły ciężkości z poziomu grawimetru do poziomu znaków geodezyjnych.

#### 4. Obliczenie odstepu quasi-geoidy od elipsoidy i geoidy na stacji kraw

Do obliczenia odstepu quasi-geoidy od elipsoidy GRS-80 wykorzystano wyniki obserwacji GPS zrealizowane na stacji KRAW oraz wyniki nawiązania niwelacyjnego do podstawowej osnowy wysokościowej. Wartości współrzędnych  $B$ ,  $L$ ,  $h$  obliczono jako średnie z 1.5 rocznych, tygodniowych rozwiązań wektorów obserwowanych w 2005 r. i 2006 r., w nawiązaniu do kilku stacji EPN. Zgodnie z Rozporządzeniem [1] wartości tych współrzędnych podano w układzie EUREF-89, w odniesieniu do punktu ARP anteny odbiornika GPS.

Wynoszą one:

$$B = 50^{\circ}03'58.10489'' \quad L = 19^{\circ}55'13.70794'' \quad h = 267.101 \text{ m} \quad (3)$$

Wartość odstepu quasi-geoidy od elipsoidy  $\zeta$  (anomalia wysokości) w układach EUREF-89 i Kronsztadt'86 wyniosła zatem

$$\zeta = h - H = 39.870 \text{ m} \quad (4)$$

Wartość ta różni się od wartości, którą można obliczyć z modelu quasi-geoidy *Geoida Niwelacyjna 2001* [4] o 1,2 cm (po uprzednim zredukowaniu odstepu  $N_{2001}$  do układu EUREF-89).

Na podstawie pomierzonego przyspieszenia siły ciężkości w punkcie  $R_1$  obliczono wartości anomalii Faye'a  $Ag_F$  i Bouguera  $Ag_B$ :

$$Ag_F = g + GH + R_T - \gamma_0 \quad (5)$$

$$AG_B = AG_F - 0,049 \cdot \sigma \cdot H \quad (6)$$

$$\zeta - N = -\frac{AG_B}{\gamma_0} + \frac{H^2(G - \Gamma)}{2\gamma_0} \quad (7)$$

gdzie:

$N$  – odstęp geoidy od elipsoidy GRS-80,

$\Gamma$  – normalny gradient przyspieszenia siły ciężkości (dla obszaru Polski wynosi 0,3085 mGal/m,

$R_T$  – redukcja topograficzna,

$\gamma_0$  – przyspieszenie normalne w systemie GRS-80,

$\sigma$  – gęstość wierzchnich warstw skorupy Ziemi.

Z uwagi na niewielką odległość punktu  $R_1$  od punktu KRAW można uznać, że obliczona wartość odstępów obu powierzchni jest reprezentatywna również dla punktu KRAW.

W tabeli 2 przedstawiono pełny zestaw wielkości charakteryzujących pod względem geodezyjnym punkt stacji permanentnej KRAW. Zamieszczone w tabeli wartości składowych odchylenia linii pionu są średnimi z wyników pomiaru nachylenia quasi-geoidy realizowanych w przeciągu kilku lat, w najbliższym otoczeniu budynku C-4. Podane w ostatniej kolumnie różnice odnoszą się do wartości dostępnych w innych źródłach.

**Tabela 2.** Wartości geodezyjnych charakterystyk punktu KRAW

Parametr	Wartość	Rozbieżność i innymi źródłami
$H_{\text{Kronsztadt}'86}$	227,231 ±0,001 m	-0,032 cm*
$g_{\text{(IGSN-71)}}$	981031,00 ±0,01 mGal	-
$\zeta$	39,870 ±0,005 m	+0,015 m*; +0,015 m**
$R_T$	0,01 ±0,01 mGal***	-
$G$	-0,294 ±0,01 mGal	-
$A_{g_F}$	21,67 mGal****	-
$A_{g_B}$	2,46 mGal****	-
$\zeta - N$	0,001 m****	-
$\xi, \eta$	-3,1", 8,5" ±0,5"	-0,3", 0,9"

\* na podstawie danych zawartych w Załączniku [2],

\*\* na podstawie *Geoidy Niwelacyjnej 2001*,

\*\*\* na podstawie [3],

\*\*\*\* dla punktu  $R_1$

## 5. Podsumowanie

Wyniki prac pomiarowych zrealizowanych na stacji permanentnej KRAW umożliwiły wyznaczenie wysokości normalnej, undulacji quasi-geoidy oraz kilku charakterystyk pola ciężkościowego w miejscu stacji. Wykorzystano do tego celu sprzyjające warunki m.in. w postaci ciągu niwelacji precyzyjnej I klasy przebiegającego w pobliżu stacji. Pewien problem w wyznaczeniu pionowego gradientu przyspieszenia siły ciężkości dla stacji permanentnych stanowią bryły budynków, na których umieszczane są anteny stacji. Przedstawiona w pracy procedura pomia-

rowo-obliczeniowa stanowi próbę pokonania tej trudności. Aby zweryfikować uzyskane wyniki, należałoby w najbliższej przyszłości wykonać kolejny pomiar grawimetryczny na stacji KRAW.

Dzięki wyznaczonym geodezyjnym charakterystykom stacja KRAW może stać się punktem precyzyjnej, zintegrowanej osnowy wielowymiarowej. Punkty tego typu mogą być wykorzystane nie tylko do nawiązania pomiarów geodezyjnych, ale również w tworzeniu modeli geoidy/quasi-geoidy czy do uzupełnienia rozpoznania pola anomalii grawimetrycznych.

## Literatura

- [1] *Rozporządzenie Rady Ministrów z dn. 8.08.2000 r. w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych.*
- [2] Zarządzenie Głównego Geodety Kraju nr 20 z dn.18.11.2005 r.
- [3] Banasik P.: *Wyznaczenie przebiegu quasi-geoidy niwelacyjnej w rejonie Krakowa.* AGH, Kraków 1999 (praca doktorska).
- [4] *Załącznik do Instrukcji Technicznej G-2 „Szczegółowa pozioma i wysokościowa osnowa geodezyjna i przeliczenia współrzędnych między układami”,* GUGiK, Warszawa 2001.
- [5] [www.ngs.noaa.gov](http://www.ngs.noaa.gov).