

*Daniel Saramak\**

## SYMULACJA EFEKTÓW PRACY UKŁADÓW TECHNOLOGICZNYCH PRZERÓBKI RUD MIEDZI Z WYKORZYSTANIEM KRYTERIÓW TECHNOLOGICZNYCH I EKONOMICZNYCH\*\*

---

### 1. Wstęp

Kalkulacje optymalizacyjne dotyczące wybranych procesów lub całych układów wzbogacania surowców mogą być przeprowadzane na kilka sposobów. Pierwszym z nich jest zbudowanie odpowiedniego modelu opisującego pracę układu technologicznego za pomocą zależności matematycznych w oparciu o zebrane informacje oraz z uwzględnieniem realnych uwarunkowań i ograniczeń. Kolejną metodą może być odpowiedni dobór (zmiana) wartości parametrów pracy układu (czyli zmiana parametrów pracy maszyn) na podstawie analizy podstawowych wyników technologicznych (np. zawartości składnika użytecznego w koncentratkach i odpadach, uzysk, przerób nadawy itp.) uzyskiwanych przez dany układ. Symulację natomiast można potraktować jako wstępny krok do optymalizacji, ponieważ poprzez zmiany odpowiednich nastaw maszyn pracujących w konkretnym układzie technologicznym można nim sterować tak, aby osiągnąć lepsze wyniki dla wskaźników technologicznych ( $\beta$ ,  $\vartheta$ ,  $\epsilon$ ) lub ekonomicznych (zysk).

Podstawowym kryterium technologicznym służącym do oceny wybranego procesu wzbogacania przyjętym w artykule, będzie zdefiniowana jako funkcja trzech zmiennych niezależnych  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz  $\vartheta$  wielkość uzysku  $\epsilon(\alpha, \beta, \vartheta) = \frac{\alpha - \vartheta}{\beta - \vartheta} \cdot \frac{\beta}{\alpha}$ . Wartość wskaźnika  $\gamma$  opi-

sującego wychód koncentratu miedzi można z kolei potraktować jako kryterium ekonomiczne, ponieważ wychód w zasadzie określa masę koncentratu, a tym samym masę metalu odzyskanego z rudy. Masa metalu w koncentracie przedstawia konkretną wartość jeżeli pomnożymy ją przez jednostkową cenę miedzi ze światowych giełd metali (w przypadku miedzi jest to cena notowana na Londyńskiej Giełdzie Metali).

---

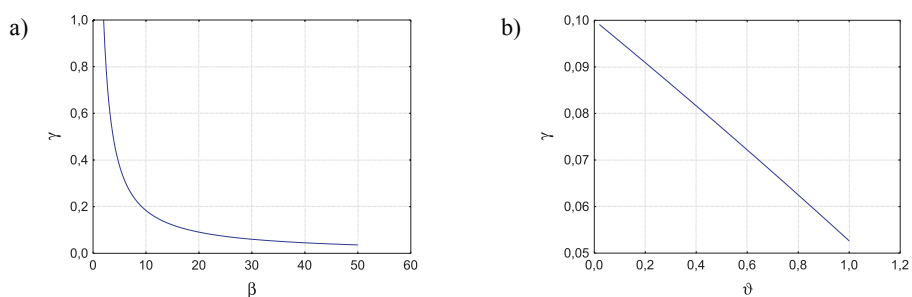
\* Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

\*\* Artykuł jest efektem realizacji pracy statutowej nr 11.11.100.238

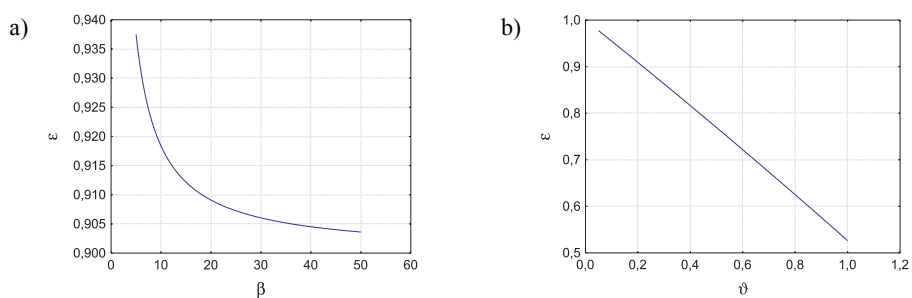
Procedury symulacyjne przedstawione w artykule zostały przeprowadzone dla trzech rejonów O/ZWR (Lubin, Polkowice oraz Rudna) wchodzących w skład KGHM „Polska Miedź” SA.

## 2. Symulacja z punktu widzenia technologii

Parametr  $\alpha$  określający zawartość miedzi w nadawie przyjmuje losowe wartości w pewnym przedziale i nie mamy wpływu na nie (bez zmian sposobu eksploatacji, np. zmiany furty eksploatacyjnej [1]). W takim przypadku tylko  $\beta$  oraz  $\vartheta$  są wielkościami, których zmianami można sterować poprzez odpowiedni dobór parametrów pracy dla technologicznego procesu wzbogacania. Przeanalizujemy jaki teoretyczny wpływ na wychód oraz uzysk ma zmiana tylko jednej wielkości ( $\beta$  bądź  $\vartheta$ ) przy założeniu, że pozostałe wielkości są stałe. Okazuje się, że zależność pomiędzy jakością koncentratu  $\beta$  a wychodem lub uzyskiem jest hiperboliczna (rys. 1a, 2a), natomiast zależność między zawartością składnika użytecznego w odpadach  $\vartheta$  a wychodem czy uzyskiem jest paraboliczna, jednak w realnym zakresie wartości  $\vartheta$  ma ona charakter prawie liniowy (rys. 1b, 2b).



**Rys. 1.** Zależność wychodu  $\gamma$  od zawartości miedzi w koncentracie  $\beta$  (a) oraz od zawartości miedzi w odpadach  $\vartheta$  (b)



**Rys. 2.** Zależność uzysku  $\epsilon$  od zawartości miedzi w koncentracie  $\beta$  (a) oraz od zawartości miedzi w odpadach  $\vartheta$  (b)

Technologiczna symulacja będzie przeprowadzona według następującej procedury:

1. zdefiniowanie potrzebnych wielkości charakterystycznych dla danego rejonu,
2. określenie jakości  $\beta$  wzbogacanego koncentratu (pierwszy wariant produkcyjny),
3. obliczenie wychodu koncentratu dla zadanego  $\beta$  z użyciem danych z punktu a),
4. obliczenie wielkości  $\vartheta$  dla uzyskanych wartości  $\beta$  oraz  $\gamma$ ,
5. oszacowanie strat miedzi ( $S_m$ ) dla uzyskanej wartości  $\vartheta$ ,
6. obliczenie uzysku dla procesu,
7. określenie nowej jakości koncentratu  $\beta$  (kolejny wariant produkcyjny) — powtórzenie procedury od punktu 2. do 6.,
8. ocena wybranych wariantów produkcyjnych.

Zależności charakteryzujące poszczególne rejonu to matematyczne zależności funkcyjne pomiędzy jakością koncentratu  $\beta$  a jego wychodem  $\gamma$ . Wykazano [2, 6] następującą hiperboliczną postać takiej zależności

$$\gamma = \frac{a}{\beta} + b \quad (1)$$

a na podstawie charakterystyk jakościowych wzbogaczanych rud zostały oszacowane parametry  $a$  i  $b$ . Procedura symulacyjna została przeprowadzona na podstawie średnich danych rocznych charakteryzujących poszczególne rejon O/ZWR. Przedstawiono pięć wariantów produkcyjnych, przy czym wariant trzeci opisuje sytuację najbardziej zbliżoną do rzeczywistej (realne warunki produkcyjne dla danego rejonu). Wyniki przedstawiono w tabeli 1.

Analizując wyniki w tabeli 1 można zauważyć, że zależność pomiędzy jakością koncentratu  $\beta$  a stratami metalu  $S_m$  ( $S_m = f(\beta)$ ) ma charakter paraboliczny i dla poszczególnych rejonów przyjmuje postacie:

$$\begin{aligned} S_{m1} &= 9,1094\beta^2 + 608,91\beta - 430,5 && \text{dla Lubina,} \\ S_{m2} &= 6,3672\beta^2 + 743,41\beta - 992,34 && \text{dla Polkowic,} \\ S_{m3} &= 9,8332\beta^2 + 1385,9\beta - 2349 && \text{dla Rudnej.} \end{aligned} \quad (2)$$

We wszystkich przypadkach dopasowanie jest idealne. Oczywiście równania (2) są poprawne tylko dla zakresów, w których zawierają się przyjęte do symulacji warianty jakościowe produkowanych koncentratów dla poszczególnych rejonów. Łatwo zauważyć, że poza tym zakresem przebieg równań (2) odbiega od realiów procesów wzbogacania. Możliwe jest bowiem wyznaczenie minimów dla parabol (2) (czyli z technologicznego punktu widzenia optymalnych koncentratów) ale minima te wypadają w punktach, które z punktu widzenia technologii są nierealne i niemożliwe do osiągnięcia (ujemne wartości  $\beta$ ). Sytuacja ta jest analogiczna jak w przypadku graficznej prezentacji wychodu  $\gamma$  jako funkcji dwóch zmiennych:  $\gamma = f(\beta, \vartheta)$  [7].

TABELA 1

## Wyniki przeprowadzonej procedury symulacyjnej

Lubin					
	$\beta$ , %	$\gamma$ , %	$\vartheta$ , %	straty miedzi $S_m$ , Mg	$\varepsilon$ , %
1	14	8,426	0,157	9879	87,657
2	15,5	7,610	0,177	11197	86,009
3	17	6,938	0,197	12554	84,311
4	18,5	6,375	0,217	13951	82,561
5	20	5,897	0,238	15392	80,757
Polkowice					
	$\beta$ , %	$\gamma$ , %	$\vartheta$ , %	straty miedzi $S_m$ , Mg	$\varepsilon$ , %
1	24	8,247	0,270	20517	87,328
2	25,5	7,761	0,290	22105	86,346
3	27	7,330	0,310	23721	85,346
4	28,5	6,944	0,330	25366	84,328
5	30	6,597	0,350	27041	83,292
Rudna					
	$\beta$ , %	$\gamma$ , %	$\vartheta$ , %	straty miedzi $S_m$ , Mg	$\varepsilon$ , %
1	27	8,555	0,303	42238	87,882
2	28,5	8,105	0,322	45136	87,050
3	30	7,699	0,341	48077	86,205
4	31,5	7,333	0,361	51062	85,347
5	33	6,999	0,381	54093	84,475

W pełnym zakresie zmienności  $\beta$  i  $\vartheta$  powierzchnia przedstawia paraboloidę hiperboliczną, jednak w realnych zakresach uwzględniających warunki prowadzenia procesu technologicznego graficznie jest to tylko mały wycinek tej powierzchni. Dodatkowymi równaniami ograniczającymi oraz osadzającymi dokładniej w realiach funkcje (2) będą przede wszystkim charakterystyki wzbogacanych rud, a także wymogi technologiczne dla przeprowadzenia procesu wzbogacania. Paraboliczna zależność występuje także pomiędzy jakością

koncentratu  $\beta$  a uzyskiem  $\epsilon$ , ale w tym przypadku jest to zależność odwrotna, tzn. wraz ze wzrostem  $\beta$  maleje uzysk.

Podsumowując, z technologicznego punktu widzenia najlepiej jest produkować uboższe koncentraty, ponieważ im mniejsze  $\beta$  tym mniejsze  $\vartheta$  oraz większy uzysk  $\epsilon$ . Z punktu widzenia procesu przeróbki oraz równania bilansu składników procesu wzbogacania takie rozumowanie jest poprawne, jednak trzeba pamiętać, że proces produkcji miedzi jest kilku-etapowy — kolejnym etapem produkcji są procesy metalurgiczne. Występują zatem dodatkowe dolne ograniczenia jakościowe wzbogacanych koncentratów wynikające właśnie ze specyfiki prowadzenia procesów hutniczych.

Symulując efekty wzbogacania poszczególnych rejonów z technologicznego punktu widzenia okazuje się, że można także oszacować efekty ekonomiczne, ponieważ można obliczyć oprócz masy, także wartość strat metalu zdeponowanego w odpadach.

### 3. Symulacja efektów pracy z ekonomicznego punktu widzenia

Z punktu widzenia ekonomiki efekty produkcyjne oceniane są głównie za pomocą wartości wskaźników przychodów oraz kosztów. Najefektywniejszą miarą ponoszonych nakładów w zależności od wielkości jest jednostkowy koszt przerobu ( $K_j$ ) zdefiniowany jako iloraz kosztów całkowitych ( $K$ ) i całkowitej masy przerobionego surowca ( $Q$ ) [5]:

$$K_n = \frac{K}{Q}.$$

W przeróbce koszty jednostkowe mogą być odnoszone do masy przerabianej rudy ( $K_n$ ), masy wzbogaconego koncentratu ( $K_k$ ) lub masy metalu (miedzi) zawartego w koncentracie ( $K_m$ ) — w zależności od potrzeb. Wymienione rodzaje kosztów jednostkowych można zdefiniować następująco, używając oznaczeń dla procesów przerobczych:

$$K_n = \frac{K}{Q}$$

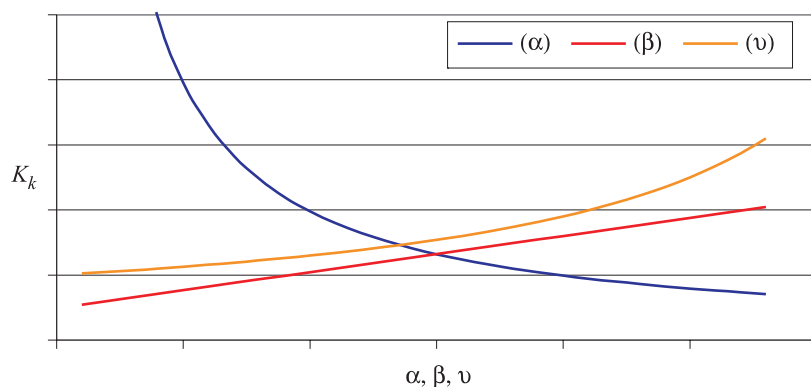
$$K_k = \frac{K_n}{\gamma} \cdot 100 = K_n \cdot \frac{\beta - \vartheta}{\alpha - \vartheta} \quad (3)$$

$$K_m = K_n \cdot \frac{10\,000}{\gamma \cdot \beta} = K_n \cdot \frac{100 \cdot (\beta - \vartheta)}{\beta \cdot (\alpha - \vartheta)} \quad (4)$$

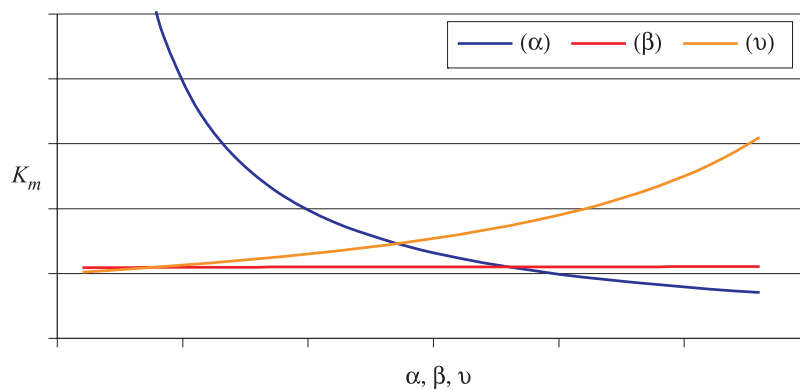
Jak widać, koszty  $K_k$  oraz  $K_m$  są powiązane z podstawowymi wskaźnikami opisującymi zawartości składnika użytecznego w produktach wzbogacania. Przeanalizujemy teraz osobno wpływ poszczególnych zmiennych (czyli  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz  $\vartheta$ ) na zmianę kosztów  $K_k$  oraz  $K_m$  przy

teoretycznym założeniu, że pozostałe wielkości są stałe. Wyniki przedstawiono na rysunkach 3 i 4.

Oś OX na obu rysunkach nie jest przedstawiona w tej samej skali dla każdej zmiennej. Celem jest zaprezentowanie tylko charakteru wpływu na wielkość poszczególnych typów kosztów  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz  $\vartheta$ . Przy zachowaniu skali rysunek byłby nieczytelny, ponieważ realny zakres zmienności dla  $\vartheta$  jest poniżej 0,5%, dla  $\alpha$  około 2%, natomiast dla  $\beta$  — 15÷30%



**Rys. 3.** Wpływ  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz  $\vartheta$  na jednostkowe koszty przerobu na tonę koncentratu



**Rys. 4.** Wpływ  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz  $\vartheta$  na jednostkowe koszty przerobu na tonę metalu zawartego w koncentracie

W obu przypadkach widać, że większy wpływ na oba rodzaje kosztów ma wskaźnik  $\vartheta$  niż  $\beta$ . Zatem z punktu widzenia ekonomiki istotniejsze jest to, że część metalu zawartego w rudzie nie jest wzbogacana i przechodzi do odpadów, niż przychód generowany przez zawartość składnika użytecznego we wzbogaconym koncentracie. Wynika to m.in. z tego, że masa odpadów jest nawet kilkunastokrotnie większa od masy koncentratu, zatem tracona w odpadach masa metalu w efekcie stanowi wartość nie do pominięcia. Trzeba pamiętać, że

w procesach wzbogacania rud ok. 30% technicznego kosztu wytworzenia stanowi energia, i ten składnik kosztów trzeba wziąć pod uwagę przy analizie ekonomicznej [3, 4]. Na rysunkach 3 i 4 można także zauważyć duży wpływ  $\alpha$  na koszty jednostkowe. Jednak charakterystyka jakościowa rudy jest zmienną losową przy stałych warunkach prowadzenia procesu górniczego, zatem na etapie przeróbczym nie mamy wpływu na zmianę tego parametru.

#### 4. Podsumowanie

Przedstawiona przykładowa procedura symulacyjna daje dobre efekty oraz wyniki zbliżone do realnych wyników produkcyjnych. Okazuje się także, że zawartość miedzi w odpadach  $\vartheta$  ma istotny wpływ na efekty pracy zakładów wzbogacania. Przydatne w dalszych analizach może być zatem wyznaczenie zależności funkcyjnej postaci

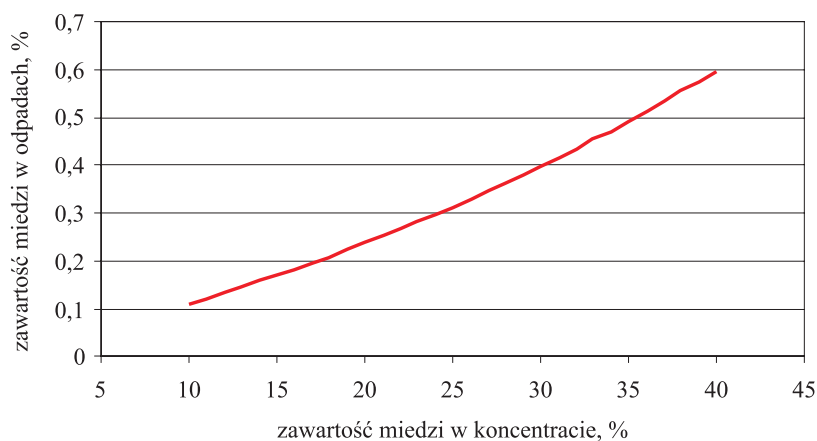
$$\vartheta = f(\beta) \quad (5)$$

Wykorzystując równanie bilansu oraz wzór (1), funkcja postaci (5) będzie następująca

$$\vartheta = \frac{b\beta^2 + (a - \alpha)\beta}{(-b - 1)\beta + a} \quad (6)$$

gdzie  $a$ ,  $b$  — parametry w równaniu hiperboli (1).

Na rysunku 5 przedstawiono graficzny obraz funkcji  $\vartheta = f(\beta)$  dla danych wartości parametrów  $a$ ,  $b$  oraz  $\alpha$ .



**Rys. 5.** Zależność funkcyjna zawartości miedzi w odpadach  $\vartheta$  od zawartości miedzi w koncentracie  $\beta$

Trzeba podkreślić na koniec, że przedstawiona procedura symulacji wyników pracy dla zakładów przerobczych będzie kompletna po uwzględnieniu całego górnictwo-przerobczego ciągu produkcji miedzi. Przy uwzględnieniu etapu górnictwo, analiza będzie uzupełniona o zmienną charakterystykę jakościową rudy  $\alpha$ , którą można sterować poprzez odpowiednie prowadzenie procesu górnictwo. Zmienność  $\alpha$  będzie miała swoje odzwierciedlenie na poziom ponoszonych kosztów wzbogacania.

#### LITERATURA

- [1] *Butra J.*: Metoda doboru systemu eksploatacji złóż rud miedzi w polach o jednorodnej charakterystyce geologicznej. Kraków, Wyd. IGSMIE PAN 2001
- [2] *Saramak D.*: Model ekonometryczny działalności KGHM „Polska Miedź” S.A. jako sposób optymalizacji procesów wzbogacania rud miedzi. *Inżynieria Mineralna*, 3 (zeszyt specjalny), 2003
- [3] *Saramak D.*: Analiza efektywności wybranych grup operacji wzbogacania z uwzględnieniem ich kosztowności na przykładzie technologii wzbogacania rud miedzi. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, 22, 1, 2006, 23–33
- [4] *Saramak D.*: Modeling of energy consumption costs for Polish copper ore processing plants, *Proceedings of XII Balkan Mineral Processing Congress (BMPC 2007)*, Delphi, Grece, 2007, 439–444
- [5] *Stępiński W.*: *Ekonomika procesów wzbogacania rud i węgla*. Katowice, Wydawnictwo Górnictwo-Hutnicze 1961
- [6] *Tumidajski T., Saramak D., Skorupska B.*: Chosen indexes of technological assessment of mineral resources enrichment processes as a function of the concentrate’s quality, *Proceedings of XII Balkan Mineral Processing Congress (BMPC 2007)*, Delphi, Grece, 2007, 127–131
- [7] *Tumidajski T., Saramak D.*: Wielowymiarowa analiza wskaźników oceny przebiegu procesów inżynierii mineralnej opartych na prawie zachowania masy. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, 18, 2, 2002, 77–90