

Czesław Rybicki*, Jacek Blicharski*

RUCH WODY W ZŁOŻACH WĘGLOWODORÓW I PODZIEMNYCH MAGAZYNACH GAZU

1. WPROWADZENIE

Odwierty gazowe udostępniają strefę gazową złoża przylegającą często do strefy zawodnionej, która może mieć charakter wody podścielającej lub wody okalającej.

Z chwilą, gdy odwiert rozpoczyna eksploatację złoża lub podziemnego magazynu gazu, wokół niego wytwarza się strefa obniżonego ciśnienia, dzięki czemu następuje dopływ płynu złożowego. Zaburzenie ciśnienia po pewnym czasie osiąga również i strefę wodonośną powodując ruch wody jako płynu ściśliwego w kierunku odwiertu. W czasie tego ruchu wody dochodzi do powstawania języków lub stożków wodnych. W inżynierii złożowej znane są różne metody określania wydatku dopuszczalnego ze względu na powstawania stożków wodnych.

Tworzenie się nieregularnych form przemieszczania się wody ma poważne znaczenie dla procesu eksploatacji gazu ze złoża lub pracy podziemnego magazynu gazu. Silny ruch wody w kierunku odwiertu jest często głównym powodem wzrostu spadku ciśnienia w odwiercie koniecznego do wyniesienia mieszaniny gazowo-wodnej. W granicznym przypadku woda dopływająca do odwiertu może nie być wydobywana wraz z gazem. Wówczas akumuluje się ona na dnie odwiertu, zatrzymując dopływ gazu a co za tym idzie, prowadzi do stopniowego wyłączenia odwiertu z eksploatacji. Zatem ruch wody złożowej i jego śledzenie jest ważne w czasie eksploatacji złoża gazu a szczególnie podziemnego magazynu gazu gdzie dochodzi do cyklicznego przemieszczania się wody w złożu. Jeżeli w danym złożu ruch wody będzie minimalny to i zagrożenie powstaniem stożków czy języków wodnych będzie zjawiskiem o marginalnym znaczeniu.

Prowadzone w artykule analizy ruchu wody złożowej, są dokonane przy założeniu, że jest ostra granica między gazem a wodą. Oznacza to, że siły kapilarne są zanedbywalnie małe i że wypieranie gazu przez wodę ma charakter tłokowy. Tłokowe wypieranie gazu przez wodę jest rozsądnym założeniem ze względu na znacznie większą gęstość i lepkość wody w stosunku do gazu.

* Wydział Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH, Kraków

2. METODY OBLICZANIA DOPŁYWU WODY DO ZŁOŻA

W inżynierii złożowej znanych jest szereg metod określania dopływu wody do złoża z których najbardziej znanymi są trzy metody: metoda van Everdingena–Hursta, metoda Fetkovičta i metoda Cartera – Tracy’ego [1, 2, 3]. Autorzy wykonali obliczenia każdą metodą dokonali globalnego porównania wyników obliczeń dopływu wody każdą z nich. Podstawą do obliczeń są dane z jednego z horyzontów polskiego podziemnych magazynu gazu.

2.1. Metoda van Everdingena i Hursta

Metoda Van Everdingena–Hursta obliczania dopływu wody do złoża ze strefy wodonośnej, opiera się na równaniu dopływu płynu do odwiertu przy założeniu stałego spadku ciśnienia.

W równaniu opisującym dopływ płynu przy założeniu stałego spadku ciśnienia definiowana jest funkcja bezwymiarowego wydatku $q_D(t_D)$ opisana zależnością:

$$q_D(t_D) = \frac{q \cdot \mu}{2\pi \cdot k \cdot h \cdot \Delta p} \quad (1)$$

gdzie:

q – wydajność dopływu wody,

μ – współczynnik lepkości wody,

k – współczynnik przepuszczalności,

h – miąższość,

Δp – różnica ciśnienia między ciśnieniem w aquiferze a ciśnieniem w złożu.

Powyższe równanie można scałkować obustronnie w funkcji czasu, otrzymując:

$$\frac{\mu}{2\pi \cdot k \cdot h \cdot \Delta p} \cdot \int_0^t q \cdot dt = \int_0^{t_D} q_D(t_D) \cdot \frac{dt}{dt_D} \cdot dt_D \quad (2)$$

przy uwzględnieniu zależności na bezwymiarowy czas t_D w postaci:

$$t_D = \frac{k \cdot t}{\phi \cdot \mu \cdot c_i \cdot t_o^2} \quad (3)$$

gdzie:

ϕ – współczynnik porowatości,

c_i – całkowity współczynnik ściśliwości układu woda-skała,

r_o – promień strefy złoża.

Po wykonaniu całkowania otrzymuje się:

$$\frac{W_e \cdot \mu}{2\pi \cdot k \cdot h \cdot \Delta p} = W_D(t_D) \cdot \frac{\phi \cdot \mu \cdot c \cdot r_o^2}{k} \quad (4)$$

Równanie (4) po przekształceniach, ostatecznie przyjmuje postać:

$$W_e = 2\pi \cdot \phi \cdot h \cdot c_i \cdot r_o^2 \cdot f \cdot \Delta p \cdot W_D(t_D) \quad (5)$$

gdzie:

f – współczynnik niepełnej geometrii radialnej,
 $W_D(t_D)$ – bezwymiarowa funkcja dopływu wody.

Równanie (5) można zapisać także w postaci:

$$W_e = U \cdot \Delta p \cdot W_D(t_D) \quad (6)$$

gdzie U jest stałą wyrażoną zależnością:

$$U = 2\pi \cdot f \cdot \phi \cdot h \cdot c_i \cdot r_o^2 \quad (7)$$

Bezwymiarowa funkcja dopływu wody do złoża W_D jest funkcją bezwymiarowego czasu t_D oraz stosunku średniego promienia złoża i strefy wodonośnej r_{eD} . W zależności od wartości bezwymiarowego czasu t_D oraz wartości bezwymiarowego promienia r_{eD} , strefa wodonośna może zachowywać się jak nieograniczona (aquifer nieograniczony) bądź też ograniczona, gdzie ujawniają się efekty oddziaływania granic strefy wodonośnej (aquifer ograniczony). Dla stref ograniczonych w zależności od wielkości bezwymiarowego promienia r_{eD} istnieje pewna wartość czasu t_D , dla której bezwymiarowa funkcja dopływu wody osiąga stałą maksymalną wartość. Dla aquiferów nieograniczonych nie istnieje maksymalna wartość bezwymiarowej funkcji dopływu wody, gdyż pracują one w stanie nieustalonym.

Wartości bezwymiarowej funkcji dopływu wody można odczytać z odpowiednich tabel lub wykresów (Dake 1978), jednakże w obliczeniach numerycznych łatwiej jest korzystać z analitycznych formuł. W przypadku strefy wodonośnej o ograniczonym zasięgu istnieje graniczna wartość bezwymiarowego czasu t_D^* definiowanego jako:

$$t_D^* = 0,4 \cdot (r_{eD} - 1)^2 \quad (8)$$

poniżej tej wartości bezwymiarowej funkcji dopływu wody mogą być wyznaczone tak jak dla nieograniczonych stref wodonośnych. Powyżej wartości granicznej t_D^* wartość funkcji W_D może być aproksymowana wg zależności:

$$W_D = 0,5 \cdot (r_{eD}^2 - 1) \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-2 \cdot t_D}{J}\right) \right] \quad (9)$$

gdzie:

$$J = r_{eD}^4 \cdot \frac{\ln(r_{eD})}{r_{eD}^2} + 0,25 \cdot (1 - 3 \cdot r_{eD}^2) \quad (10)$$

W przypadku nieograniczonej strefy wodonośnej wartość funkcji W_D jest jedynie funkcją czasu t_D . W zależności od wartości tego czasu istnieją następujące korelacje pozwalające wyznaczyć wartość bezwymiarowej funkcji dopływu wody:

I tak dla:
 $t_D < 0,01$

$$W_D = 2 \cdot \left(\frac{t_D}{\pi} \right) \quad (11)$$

$0,01 < t_D < 200$

$$W_D = \frac{1,2838 \cdot \sqrt{t_D} + 1,19328 \cdot t_D + 0,269872 \cdot (t_D)^{3/2} + 0,00855294 \cdot (t_D)}{1 + 0,616599 \cdot \sqrt{t_D} + 0,0413008 \cdot t_D} \quad (12)$$

$t_D > 200$

$$W_D = \frac{-4,29881 + 2,02566 \cdot t_D}{\ln(t_D)} \quad (13)$$

Metoda van Everdingena–Hursta obliczania ilości wody dopływającej do złoża może być użyta zarówno w przypadku złoża nieograniczonego jak też ograniczonego.

2.2. Metoda Fetkovitcha

Metoda van Everdingena i Hursta jest metodą złożoną i wymagającą obliczeń komputerowych, które wynikają z konieczności stosowania metody superpozycji, co powoduje pewne trudności.

Metodą upraszczającą obliczenia stosowaną szeroko w inżynierii złożowej jest metoda Fetkovitcha, w której przepływ wody do złoża został zapisany formułą

$$q_w = \frac{dW_e}{dt} = J \cdot (p_a - p) \quad (14)$$

przy założeniu ograniczonej strefy dopływu:
 gdzie:

- J – indeks wydajności strefy wodonośnej,
- p_a – średnie ciśnienie w strefie wodonośnej (aquiferze),
- p – ciśnienie w strefie złoża.

Skumulowaną ilość dopływającej wody do złoża w wyniku ekspansji wody w aquiferze można wyznaczyć z definicji współczynnika ściśliwości wody jako płynu słabościśliwego:

$$W_e = c_w \cdot V_i \cdot (p_i - p_a) \quad (15)$$

gdzie:

- c_w – współczynnik ściśliwości wody,
- V_i – początkowa objętość wody w aquiferze,
- p_i – ciśnienie początkowe w aquiferze.

Równanie (9) można przekształcić w celu określenia ciśnienia w aquiferze:

$$p_a = p_i \cdot \left(1 - \frac{W_e}{c_w \cdot V_i \cdot p_i} \right) \quad (16)$$

lub

$$p_a = p_i \cdot \left(1 - \frac{W_e}{W_{ei}}\right) \quad (17)$$

gdzie W_e – maksymalna ilość wody, jaka jest możliwa do uzyskania ze strefy wodonośnej wyrażona zależnością:

$$W_{ei} = c_w \cdot V_i \cdot p_i \quad (18)$$

Różniczkując równanie (18) po czasie t uzyskuje się zależność:

$$\frac{dW_e}{dt} = -\frac{W_{ei}}{p_i} \cdot \frac{d\bar{p}_a}{dt} \quad (19)$$

Wstawiając równanie (19) do równania (14), a następnie całkując go i dokonując przekształceń otrzymuje się zależność na skumulowany wydatek dopływu wody do złoża w postaci:

$$W = \frac{W_{ei}}{p_i} \cdot (p_i - p) \cdot (1 - e^{-J \cdot p_i \cdot t / W_{ei}}) \quad (20)$$

Jeżeli czas t w równaniu (20) zmierza do ∞ to można zapisać w postaci:

$$W = \frac{W_{ei}}{p_i} \cdot (p_i - p) = c_w \cdot V_i \cdot (p_i - p) \quad (21)$$

co wyraża maksymalny dopływ wody spowodowany spadkiem ciśnienia między $p_i - p$.

Uzyskane rozwiązanie przy stałej różnicy ciśnień jest mało użyteczne. W praktyce ciśnienie na konturze gaz-woda zmienia się w czasie, co powoduje konieczność użycia superpozycji. Fetkovitch natomiast pokazał, że można uniknąć konieczności stosowania metody superpozycji stosując następującą procedurę:

Dla pierwszego kroku czasowego Δt

$$\Delta W_{ei} = \frac{W_{ei}}{p_i} \cdot (p_i - \bar{p}_1) \cdot (1 - e^{-J \cdot p_i \cdot \Delta t_1 / W_{ei}}) \quad (22)$$

dla drugiego przedziału czasu Δt_2 i \bar{p}_{a1} – średniego ciśnienia w strefie wodonośnej pod koniec pierwszego interwału czasu dopływ wody wynosi:

$$\Delta W_{e2} = \frac{W_{ei}}{p_i} \cdot (\bar{p}_{a1} - \bar{p}_2) \cdot (1 - e^{-J \cdot p_i \cdot \Delta t_2 / W_{ei}}) \quad (23)$$

ogólnie dla n -tego przedziału czasu:

$$\Delta W_{en} = \frac{W_{ei}}{p_i} \cdot (\bar{p}_{an-1} - \bar{p}_n) \cdot (1 - e^{-J \cdot p_i \cdot \Delta t_n / W_{ei}}) \quad (24)$$

Wartość indeksu J jest uwarunkowana geometrią strefy wodonośnej oraz warunkami danego stanu przepływu.

Generalnie wskaźnik wydajności J w geometrii radialnej można wyrazić zależnością:

$$J = \frac{2\pi \cdot f \cdot k \cdot h}{\frac{\mu}{2} \cdot \ln \cdot \frac{4A}{\gamma \cdot C_A \cdot r_0^2}} \quad (25)$$

gdzie:

- γ – stała Eulera,
- C_A – współczynnik kształtu złoża Dietza,
- A – powierzchnia złoża.

2.3. Metoda Cartera–Tracy’ego

Jak wspomniano wcześniej metodyka van Everdingena i Hursta obliczania dopływu wody wymaga stosowania superpozycji Carter i Tracy zaproponowali metodykę obliczeń niewymagającą stosowania metody superpozycji a jednocześnie pozwalającą na bezpośrednie obliczenie wody dopływającej do złoża. W metodyce Cartera – Tracy’ego zakłada się, że w każdym przedziale czasowym dopływa taka sama ilość wody. Używając metodyki Cartera–Tracy’ego wydatek kumulacyjny dopływu wody w pewnym czasie t_n można obliczyć prosto z wartości obliczonej dla poprzedniego okresu t_{n-1} .

Wydatek kumulacyjny wody w metodzie Cartera–Tracy’ego można obliczyć z zależności:

$$(W_e)_n = (W_e)_{n-1} + [(t_D)_n - (t_D)_{n-1}] \cdot \frac{U \cdot \Delta p_n - (W_e)_{n-1} \cdot (p_D')_n}{(p_D)_n - (t_D)_{n-1} \cdot (p_D')_n} \quad (26)$$

gdzie:

- n – krok czasowy,
- $n-1$ – poprzedni krok czasowy,
- Δp_n – całkowity spadek ciśnienia $p_i - p_n$,
- p_D – bezwymiarowa funkcja ciśnienia,
- p_D' – pochodna bezwymiarowej funkcji ciśnienia.

Dla nieograniczonego aquifera w przypadku gdy $t_D < 100$ bezwymiarową funkcję ciśnienia p_D Carter i Tracy proponują liczyć z zależności empirycznej zaproponowanej przez Edwardsona w postaci:

$$p_D = \frac{370,529 \cdot \sqrt{t_D} + 137,582 \cdot t_D + 5,6954 \cdot (t_D)^{1,5}}{328,834 + 265,488 \cdot \sqrt{t_D} + 45,2157 \cdot t_D + t_D^{1,5}} \quad (27)$$

zaś pochodną ciśnienia proponują obliczać z zależności:

$$p_D' = \frac{E}{F} \quad (28)$$

gdzie:

$$E = 716,441 + 46,7984 \cdot t_D^{0,5} + 270,038 \cdot t_D + 71,0098 \cdot t_D^{1,5} \quad (29)$$

$$F = 1296,86 \cdot t_D^{0,5} + 1204,73 \cdot t_D + 618,618 \cdot t_D^{0,5} + 538,072 \cdot t_D^2 + 142,41 \cdot t^{1,5}$$

dla aquifera nieograniczonego w przypadku gdy $t_D > 100$

$$p_D(t_d) = 0,5 \cdot (\ln t_D + 0,809) \quad (30)$$

wówczas pochodną ciśnienia p_D' można obliczyć z zależności:

$$p_D' = \frac{1}{2 \cdot t_D} \quad (31)$$

3. ANALIZA PRZEBIEGU EKSPLOATACJI WYBRANEGO HORYZONTU ZŁOŻA GAZU ZIEMNEGO S

Do wykonania obliczeń porównawczych dopływu wody do złoża autorzy przyjęli dane horyzontu I złoża gazu ziemnego S. Główne parametry petrofizyczne tego horyzontu oraz główne własności gazu i wody zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1
Podstawowe parametry horyzontu I złoża S i płynów złożowych

Ciśnienie początkowe [bar]	Temperatura złożowa [K]	Miąszość [m]	Współczynnik porowatości [-]	Współczynnik przepuszczalności [mD]	Gęstość względna gazu	Lepkość wody [cP]
101,5	308	40	0,12	13	0,6	1

Dane z przebiegu zmian ciśnienia w czasie eksploatacji złoża, która trwała od roku 1928 oraz ilości wydobytego gazu zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2
Przebieg eksploatacji horyzontu I złoża S

Czas [lata]	Ciśnienie złożowe [Pa]	Wydobycie skumulowane [m_n^3]
0	1,01E+07	0
17,462	9,41E+06	1,63E+08
18,382	8,73E+06	2,01E+08
19,365	8,67E+06	2,86E+08
20,198	8,73E+06	3,38E+08
21,649	8,44E+06	4,37E+08

Tabela 2 cd.

Czas [lata]	Ciśnienie złożowe [Pa]	Wydobycie skumulowane [m _n ³]
22,467	8,32E+06	5,24E+08
23,467	7,98E+06	6,29E+08
24,658	7,29E+06	8,58E+08
25,504	6,93E+06	9,84E+08
26,388	6,60E+06	1,06E+09
27,401	6,16E+06	1,29E+09
28,513	5,92E+06	1,38E+09
29,531	5,60E+06	1,47E+09
30,509	5,39E+06	1,54E+09
31,305	4,98E+06	1,61E+09
32,326	4,60E+06	1,71E+09
33,378	4,25E+06	1,78E+09
34,342	3,81E+06	1,87E+09
35,439	3,39E+06	1,97E+09
36,351	3,02E+06	2,06E+09
37,359	2,66E+06	2,13E+09
38,939	2,30E+06	2,21E+09
39,524	2,11E+06	2,27E+09
40,453	1,89E+06	2,32E+09
41,696	1,69E+06	2,38E+09
42,533	1,61E+06	2,42E+09
43,453	1,51E+06	2,46E+09
44,403	1,39E+06	2,49E+09
45,389	1,30E+06	2,51E+09
46,523	1,25E+06	2,53E+09
47,47	1,18E+06	2,55E+09
48,357	1,12E+06	2,57E+09
49,417	1,13E+06	2,59E+09
51,489	1,06E+06	2,61E+09
52,554	1,02E+06	2,63E+09

Algorytm dokonanych obliczeń:

1. Sprawdzenie aktywności aquifera na wybranym horyzoncie I złoża gazu S metodą Havlena–Odeha obliczając kolejno:

– Ilość wydobytych płynów F z zależności:

$$F = G_p \cdot B_g + W_p \cdot B_w \quad (32)$$

gdzie:

G_p – ilość wydobytego gazu,

W_p – ilość wydobytej wody,

B_g, B_w – współczynniki objętościowe odpowiednio dla gazu i dla wody przy ciśnieniu bieżącym.

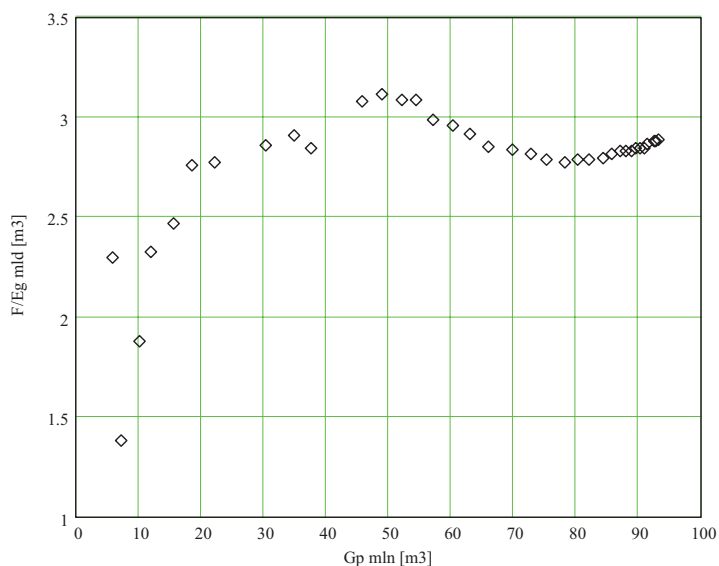
– Współczynnik ekspansji płynów złożowych E_g

$$E_g = B_g - B_{gi} \quad (33)$$

gdzie: B_{gi} – współczynnik objętościowy dla gazu odniesiony do ciśnienia początkowego,

2. Określenie zależności między F/E_g vs G_p . Zależność taka została przedstawiona graficznie na rysunku 1.

Z przebiegu krzywej punktowej na rysunku 1 wynika, że w złożu panują warunki aktywnej wody złożowej.

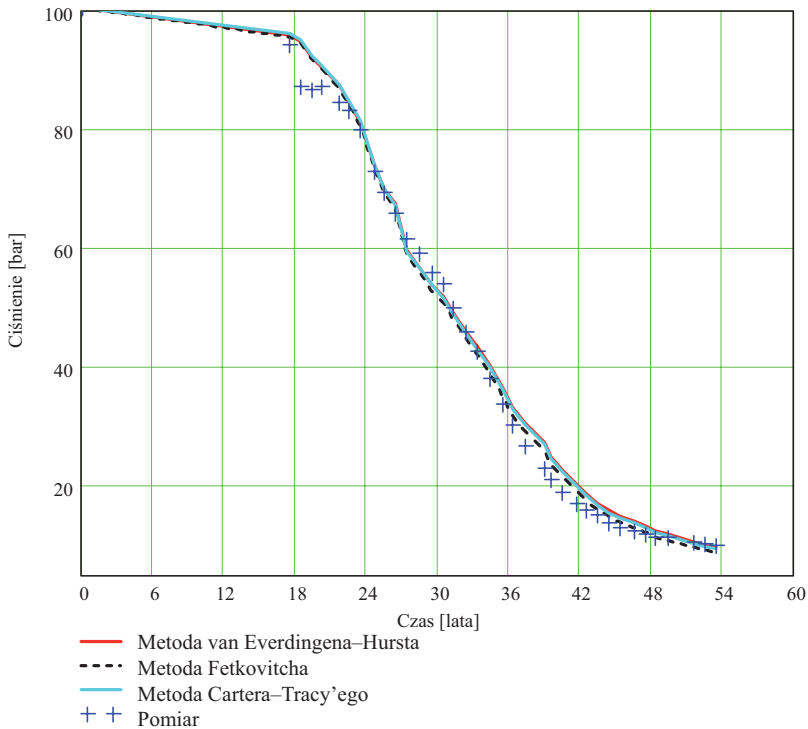


Rys. 1. Zależność Havlena–Odeha F/E_g vs G_p dla horyzontu I złoża gazu S

3. Po sprawdzeniu warunków energetycznych złoża dokonanie obliczeń przebiegu ciśnienia w czasie poprzez dopasowanie ilości dopływającej wody do strefy złoża.

Wyniki porównania obliczonych wartości ciśnień trzema metodami: van Everdingena–Hursta, Fetkovitcha i Cartera–Tracy’ego z wartościami zmierzonymi w trakcie eksploatacji przedstawiono na rysunku 2. Procedura ta jest znana w inżynierii złożowej jako tzw. „history match”.

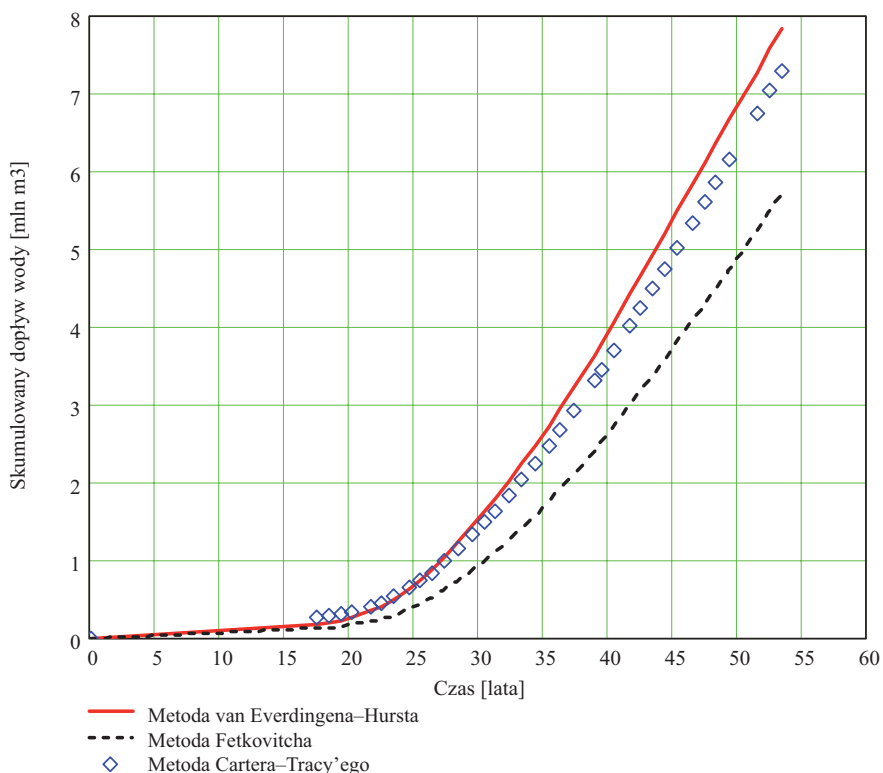
Z dopasowania pokazanego na rysunku 2 wynika, że osiągnięto zadowalającą zgodność wszystkich metod co pozwala wnioskować, że obliczone ilości dopływającej wody do strefy złoża są w zadowalającym stopniu wiarygodne.



Rys. 2. Porównanie obliczonych wartości ciśnienia złożowego w czasie przy użyciu trzech metod: van Everdingena–Hursta, Fetkovitcha i Cartera–Tracy’ego z wartościami zmierzonymi

Na rysunku 3 przedstawiono obliczone ilości skumulowanego wydatku wody przy użyciu przedstawionych wcześniej metod. Z rysunku 3 wynika, że metody van Everdingena i Hursta oraz Cartera–Tracy’ego określają zbliżone do siebie wartości skumulowanego wydatku wody, zaś metoda Fetkovitcha daje wartości niższe. Różnica ta zdaniem autorów

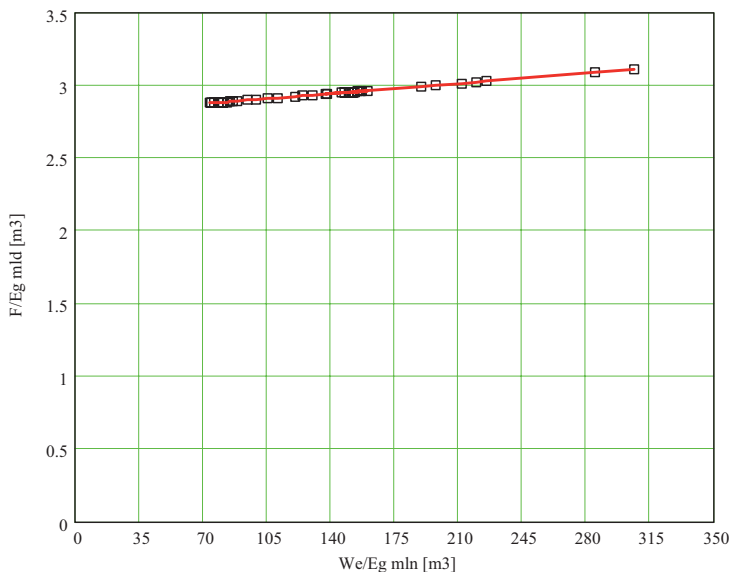
wynika z faktu, że metody: van Everdingena i Hursta oraz Cartera–Tracy’ego traktują złożę jako system nieograniczony pracujący ciągle w stanie nieustalonym, zaś metoda Fetkowitcha, jak wspomniano wcześniej jest metodą typowo inżynierską traktującą złożę wraz ze strefą wodonośną jako system ograniczony. Dlatego też zanim fala zaburzonego ciśnienia dotrze do granicy strefy wodonośnej musi upłynąć pewien czas przez co obliczone ilości dopływającej wody są nieco zaniżone.



Rys. 3. Porównanie obliczonych ilości dopływającej wody W_e do złoża S (horyzont I) przy użyciu trzech metod: van Everdingena–Hursta, Fetkowitch’a i Cartera–Tracy’ego

Po obliczeniu ilości dopływającej wody do złoża autorzy dokonali ostatniego skalibrowania metod obliczając zasoby początkowe w złożu.

Metodyka polega na graficznym przedstawieniu zależności pomiędzy F/E_g vs W_e/E_g . W dobrze skalibrowanym modelu zależność ta powinna być zależnością liniową. Dla wybranego horyzontu wyniki obliczeń pokazano na rysunku 4. Jak widać z rysunku 4 otrzymano bardzo dobre skalibrowanie a obliczone zasoby początkowe horyzontu I złoża gazu ziemnego S z wykresu na rysunku 4 wynoszą $2,8 \cdot 10^9 \text{ m}_n^3$.



Rys. 4. Krzywa dopasowania zasobów początkowych horyzontu I złoża gazu ziemnego S

4. POSUMOWANIE I WNIOSKI KOŃCOWE

Większość eksploatowanych odwiertów na złożach gazu ziemnego jest w większym lub mniejszym stopniu zagrożona możliwością przebicia się w ich kierunku wody złożowej ze strefy wodonośnej. Zjawisku temu sprzyja wiele czynników między innymi aktywność strefy wodonośnej. Aktywność ta zależy od wielkości tej strefy jak też parametrów petrofizycznych skały złożowej. Istotnym problemem jest zatem posiadanie skalibrowanych modeli obliczania ilości dopływającej wody do strefy gazonośnej [4].

Autorzy przygotowali autorskie programy komputerowe dla obliczania skumulowanego wydatku dopływającej wody. Przedstawione wyniki testów pozwalają mieć nadzieję, że metodyka prowadzenia obliczeń przedstawionymi metodami, tj. van Everdingena–Hursta, Fetkovitcha i Cartera–Tracy’ego będzie przydatna dla wielu polskich złóż gazu ziemnego oraz podziemnych magazynów gazu.

LITERATURA

- [1] Ahmed T.: *Reservoir Engineering Handbook*. GPP, 2000
- [2] Dake L.P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Elsevier Science Publishers, 1978
- [3] *Standard Handbook of Petroleum and Natural Gas Engineering*. Vol 1, Gulf Publishing Company, 1996
- [4] Hagoort J.: *Fundamentals of Gas Reservoir Engineering Elsevier*. Amsterdam, 1988