

Bogusław Kaczmarczyk*

OPTIMALIZACJA METODY NORMOWANIA MODELI STATYSTYCZNYCH
DLA ATRYBUTÓW I CEN SPÓŁEK METODĄ UNITARYZACJI ZEROWANEJ (MUZ)

1. Wprowadzenie

Jedną z metod wyceny spółek jest metoda cenowo-porównawcza. Bazuje ona w sposób analityczny na zdefiniowanych atrybutach cenotwórczych i cenach rynkowych.

Zarówno pod względem merytorycznym, jak i dokładnościowym metoda cenowo-porównawcza należy do najwyższej kategorii metod wyceny. Pokazuje, jakim wartościowym tłem dla dokonanego rynku transakcji jest przedmiot wyceny.

Atrybuty jako zmienne objaśniające, będące głównie stymulantami, i ceny transakcyjne jako zmienne objaśniane stanowią łączny zbiór cech diagnostycznych przedmiotu wyceny.

Ważnym zagadnieniem na wstępie wyceny dla metod cenowo-porównawczych jest to, aby proces doboru, porównania i selekcji atrybutów jako zbioru ogólnego spełniał tzw. zasadę sprawiedliwości formalnej, aby porównywalnym kryteriom atrybutowym zmiennych objaśnianych odpowiadały porównywalne stany faktyczne. Ta zasada jest realizowana wprost w samej konstrukcji macierzy atrybutowej A będącej zbiorem elementów $\{a_{ij}\}$ w zakresie faktu podstawowego.

Atrybuty posiadają z natury rzeczy: różne nazwy, różny jakościowo i merytorycznie sens, różne skale, różne jednostki odniesienia, różne zakresy zmienności w sensie zakresu liczbowego. W prezentowanym poniżej przykładzie są to w zakresie zmiennych ilościowych – tys. ha, punkty procentowe, mln zł, a w wypadku zmiennych jakościowych – tylko dwie wartości [0 lub 1].

Rzeczoznawca przed wykonaniem wyceny na etapie ustalania atrybutów nie jest w stanie stwierdzić, jaki jest stopień skorelowania atrybutów i cen. Dodatkowo atrybuty muszą być dostępne jako kompletne dane wejściowe ze wskazaniem merytorycznym słabego skorelowania wewnętrznego i silnego skorelowania ze zmienną objaśnianą zbioru L jako wektora cen $\{l_{i1}\}$ – priorytet wyceny metody cenowo-porównawczej.

* Rzeczoznawca majątkowy

Elementy macierzy \mathbf{A} i wektora \mathbf{L} stanowią łączny zbiór cech $\{c_{i,j}\}$ macierzy \mathbf{C} i są określone w naturalnych jednostkach, przy czym wartości skrajne \mathbf{C} są uzależnione od jednostek, w których wyrażone są mierzone wartości.

Baza danych obejmuje zbiór cech $\mathbf{C} = \{c_{i,j}\}$ z elementami składowymi w postaci dwóch podzbiorów zmiennych diagnostycznych: $\mathbf{A} = \{a_{i,j}\}$ i $\mathbf{L} = \{l_{i,1}\}$ będących stymulantami \mathbf{S} estymowanej w toku wyceny wartości. Zbiory \mathbf{A} , \mathbf{S} , \mathbf{C} , \mathbf{L} spełniają warunek

$$\mathbf{A} \in \mathbf{S} \quad \text{oraz} \quad \mathbf{C} = (\mathbf{A} \cup \mathbf{L}) \quad (1)$$

W celu wyeliminowania zależności skali cech od jednostek mierzenia i doprowadzenia ich do porównywalności w sensie rzędu wielkości oraz zakresu prezentacji liczbowej w kategorii niemianowanej należy dokonać normowania cech

$$\mathbf{C} \in T \xrightarrow{\text{odpowiada}} \mathbf{C}_{\text{MUZ}} \in [0, 1] \quad (2)$$

oraz

$$\mathbf{C}_{\text{MUZ}} = (\mathbf{A}_{\text{MUZ}} \cup \mathbf{L}_{\text{MUZ}}) \quad (3)$$

Spośród wielu metod normowania cech jako stymulant szczególne znaczenie ma metoda unitaryzacji zerowanej (MUZ) zdefiniowana według wzoru

$$c_{ij\text{MUZ}} = \frac{c_{ij} - c_{ij\text{min}}}{c_{ij\text{max}} - c_{ij\text{min}}} \quad \text{przy warunku} \quad (c_{ij\text{max}} \neq c_{ij\text{min}}) \quad (4)$$

gdzie:

- $c_{ij\text{MUZ}}$ – cecha unormowana (MUZ),
- c_{ij} – cecha nie unormowana,
- $c_{ij\text{min}}$ – minimalna wartość cechy nieunormowanej,
- $c_{ij\text{max}}$ – maksymalna wartość cechy nieunormowanej.

Przy zastosowaniu formuły normowania (4) zawsze uzyskujemy dla macierzy \mathbf{C}_{MUZ} przeskalowanie atrybutów i cen w sensie liczb niemianowanych w stałym przedziale $[0, 1]$ z różnym równym jedności jako stałym punktem odniesienia.

2. Zastosowanie normowania atrybutów i cen metodą (MUZ) – studium przypadku wyceny metodą cenowo-porównawczą

Prezentowane poniżej dane spółek z grupy OPGK (atrybuty cenotwórcze ilościowe i jakościowe oraz wartości rynkowe) są danymi przykładowymi, losowo dobranymi na potrzeby niniejszej publikacji.

Przykład dotyczy wyceny wartości rynkowej spółki oznaczonej jako D na tle spółek z branży geodezyjnej (ogólnie grupa OPGK).

Zbiór atrybutów jest wstępnie zbiorem otwartym, natomiast na moment wyceny zbiór atrybutów i cen jest zbiorem zamkniętym, jednoznacznie zdefiniowanym w sensie faktów podstawowych według (1).

Atrybuty prezentowane są w ujęciu liczbowym, doprowadzone tematycznie i księgowo do porównywalności za dany rok obrotowy i obejmują cztery grupy.

Grupa 1. Atrybut produkcyjny

A_1 – atrybut ilościowy, opracowanie map dla celów miejscowego planu zagospodarowania przestrzennego w wersji analogowej i numerycznej w tys. ha według sprawozdania zarządu spółki za ostatni rok obrotowy w aspekcie zawartych i zrealizowanych ramowych umów spółek OPGK z urzędami miast i gmin. Ogólna nazwa atrybutu A_1 – produkcja map.

Grupa 2. Atrybut efektywnościowy

A_2 – atrybut ilościowy, parametr ROE (stopa zwrotu z kapitału własnego jako iloraz wyniku finansowego do kapitału własnego spółki) według sprawozdawczości finansowej w punktach procentowych za ostatni rok obrotowy.

Grupa 3. Atrybuty finansowo-księgowe

A_3 – atrybut ilościowy, przychody netto ze sprzedaży w mln zł według sprawozdawczości finansowej za ostatni rok obrotowy.

A_4 – atrybut finansowo-księgowy, ilościowy: wartość księgowa w mln zł według sprawozdawczości finansowej za ostatni rok obrotowy.

Grupa 4. Atrybut wypłaty dywidendy

A_5 – atrybut jakościowy przyjmujący wyłącznie dwie wartości: $A_5 = 1$, jeżeli dywidenda występuje, lub $A_5 = 0$, jeżeli dywidenda nie występuje. Źródłem tego atrybutu są dokumenty i sprawozdania zarządów spółek.

Na rynku krajowym spółek grupy OPGK wystąpiły trzy wiarygodne rynkowe transakcje porównawcze. Jedna prywatyzacyjna i dwie konsolidacyjne oznaczone odpowiednio jako spółki A, B, C:

- 1) wartość prywatyzacyjna spółki OPGK A wynosi 10 mln zł,
- 2) wartość konsolidacyjna spółki OPGK B wynosi 20 mln zł,
- 3) wartość konsolidacyjna spółki OPGK C wynosi 30 mln zł.

Spółka OPGK A posiada następujące parametry transakcji: prywatyzacyjna wartość rynkowa wynosi 10 mln zł, przy atrybutach: produkcja map 2 tys. ha, ROE = -1%, przychody netto ze sprzedaży = 5 mln zł, wartość księgowa = 5 mln zł, dywidenda niewypłacona – cecha 0.

Spółka OPGK B posiada następujące parametry transakcji: konsolidacyjna wartość rynkowa wynosi 20 mln zł, przy atrybutach: produkcja map 3 tys. ha, ROE = 1%, przychody netto ze sprzedaży = 12 mln zł, wartość księgowa = 7 mln zł, dywidenda wypłacona – cecha 1.

Spółka OPGK C posiada następujące parametry transakcji: konsolidacyjna wartość rynkowa wynosi 30 mln zł, przy atrybutach: produkcja map 20 tys. ha, ROE = 1,5%, przychody ze sprzedaży = 15 mln zł, wartość księgowa = 8 mln zł, dywidenda wypłacona - cecha 1.

Wyceniana spółka OPGK D posiada następujące atrybuty:

- A_1 — produkcja map 16 tys. ha,
- A_2 — parametr ROE = 2%,
- A_3 — przychody netto ze sprzedaży = 12 mln zł,
- A_4 — wartość księgowa = 9 mln zł,
- A_5 — dywidenda wypłacona - cecha 1.

Problem określenia wartości rynkowej podany w powyższym przykładzie przekłada się w praktyce na układ równań liniowych, poziomy, w postaci macierzowej tzw. trzy razy pięć ($i \times j$):

$$\mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{L} \quad (5)$$

gdzie:

- \mathbf{A} — macierz atrybutów spółek przyjętych do wyceny,
- \mathbf{X} — macierz estymowanych wag (współczynników przy atrybutach),
- \mathbf{L} — wektor cen transakcyjnych spółek przyjętych do wyceny.

Rozwiązanie zostało przeprowadzone dwoma sposobami z uwzględnieniem warunku [$x^{\wedge}_i; x^{\wedge}_i = \min$] dla metod: konwencjonalnej bez normowania (tab. 1) oraz niekonwencjonalnej z wykorzystaniem procedury normowania atrybutów i cen dla metody unitaryzacji zerowanej (MUZ) według (4) (tab. 2). Rozwiązaniem (5) w wersji konwencjonalnej i niekonwencjonalnej jest poszukiwana macierz estymowanych wag oznaczona jako

$$\mathbf{X}^{\wedge} = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{L} \quad (6)$$

ze zbiorem rozwiązań

$$\mathbf{X}^{\wedge} = \{x^{\wedge}_1, x^{\wedge}_2, \dots, x^{\wedge}_5\} \quad (7)$$

oraz dla normowania przy zastosowaniu metody unitaryzacji zerowanej (MUZ)

$$\mathbf{X}^{\wedge}_{\text{MUZ}} = \mathbf{A}^T_{\text{MUZ}} (\mathbf{A}_{\text{MUZ}} \mathbf{A}^T_{\text{MUZ}})^{-1} \mathbf{L}_{\text{MUZ}} \quad (8)$$

ze zbiorem rozwiązań

$$\mathbf{X}^{\wedge}_{\text{MUZ}} = \{x^{\wedge}_{\text{MUZ}1}, x^{\wedge}_{\text{MUZ}2}, \dots, x^{\wedge}_{\text{MUZ}5}\} \quad (9)$$

Uzyskane wyniki określone w równaniach (7) i (9) zostały porównane bezwzględnie i obrazują wpływ normowania atrybutów i cen transakcyjnych według (MUZ) na wycenę modelową (tab. 3).

Obliczenia uwzględniają analizę dokładności ocen parametrów strukturalnych modelu wynikowego wyceny dla poziomu ufności $(1-\alpha) = 95\%$, przy statystyce t -Studenta $(0,975,3) = \pm 3,18$.

Wyniki zestawiono w tabeli 3 pod nazwą Karta Wartości Rynkowej (KWR) wycenianej spółki OPGK oznaczonej jako D.

2.1. Obliczenia

Tabela 1. Dane wejściowe do obliczeń bez stosowania normalizacji atrybutów i cen metodą unitaryzacji zerowanej (MUZ)

Spółka/atribut	A = {a _{ij} }					L _{i,1} = { l ₁ , l ₂ , l ₃ }
	C = {c _{ij} }					
Spółka OPGK oznaczona jako A	2	-1	5	5	0	10
Spółka OPGK oznaczona jako B	3	1	12	7	1	20
Spółka OPGK oznaczona jako C	20	1,5	15	8	1	30
Spółka OPGK wyceniana oznaczona jako D	16	2	12	9	1	poszukiwana w procesie wyceny
Liczba cen transakcyjnych i = 3, liczba atrybutów j = 5						

Tabela 2. Uzyskane wyniki bez stosowania normalizacji atrybutów i cen metodą unitaryzacji zerowanej (MUZ)

A _i Nazwy atrybutów	X _i [^]	Estymowane wartości współczynników [x _i [^] x _i [^]] = 1,97	Odchylenia standardowe	Przedziały oszacowania	Interpretacja rzeczoznawcy w zakresie indywidualnej istotności uzyskanego rozwiązania x _i [^]	Ilorazy przedziału oszacowania do estymowanej wartości x _i [^]
A ₁ Produkcja map	x ₁ [^]	0,34	0,02	0,06	+	0,2
A ₂ Parametr ROE	x ₂ [^]	0,05	0,63	2,01	-	40,2
A ₃ Przychody netto ze sprzedaży	x ₃ [^]	1,14	0,32	1,01	+	0,9
A ₄ Wartość księgową	x ₄ [^]	0,73	0,43	1,36	-	1,9
A ₅ Dywidenda	x ₅ [^]	0,08	0,79	2,52	-	31,0
Znak „+” lub „-” przy atrybucie oznacza, iż dany atrybut i odpowiadający mu estymator x _i [^] wchodzi lub wypada z modelu wyceny. Jako rozstrzygnięcie interpretacyjne w zakresie x _i [^] przyjęto graniczną wartość ilorazu przedziału oszacowania do estymowanej wartości x _i [^] na poziomie 1						

Tabela 3. Karta Wartości Rynkowej (KWR) wyceny spółki wycenianej OPGK D

Parametr	Metoda cenowo-porównawcza wyceny spółki bez normalizacji	Metoda cenowo-porównawcza wyceny spółki z normalizacją atrybutów i cen metodą MUZ	Porównanie bezwzględne metod: z zastosowaniem normalizacji atrybutów oraz cen metodą MUZ i bez stosowania normalizacji	Zmiana [%]
Wartość rynkowa wycenianej spółki OPGK ozn. jako D [mln zł]	25,96	25,79	0,99	-1
Estymacja przedziałowa wartości [mln zł]	5,14	1,13	0,22	-78
Współczynnik przy atrybucie A_1 ozn. x_1^{\wedge}	0,34	0,35	1,03	3
Współczynnik przy atrybucie A_2 ozn. x_2^{\wedge}	0,05	0,26	5,20	420
Współczynnik przy atrybucie A_3 ozn. x_3^{\wedge}	1,14	1,14	1,00	0
Współczynnik przy atrybucie A_4 ozn. x_4^{\wedge}	0,73	0,49	0,67	-33
Współczynnik przy atrybucie A_5 ozn. x_5^{\wedge}	0,08	0,17	2,13	113
Suma kwadratów współczynników przy atrybutach $[x_i^{\wedge}x_i^{\wedge}]$	1,97	1,76	0,89	-11
Wariancja jednostkowa σ_0^2	0,66	0,59	0,89	-11
Odchylenie standardowe σ_0	0,81	0,77	0,95	-5
Semiodchylenie standardowe jako $\frac{\sigma_0}{\sqrt{2}}$	0,57	0,54	0,95	-5
Porównanie bezwzględne uzyskanych wyników w zakresie metodologii wyceny bez i z zastosowaniem normalizacji atrybutów i cen metodą unitaryzacji zerowanej (MUZ)				

2.2. Model wyceny z zastosowaniem normalizacji atrybutów i cen metodą unitaryzacji zerowanej (MUZ)

Wycena modelowa dla rynku spółek geodezyjnych z grupy OPGK z normalizacją atrybutów i cen metodą MUZ = $0,35 A_1 + 0,26 A_2 + 1,14 A_3 + 0,49 A_4 + 0,17 A_5 \pm$ błąd.

Po wstawieniu do modelu atrybutów spółki OPGK D (tab. 4, wiersz 5) oraz po powrocie z normalizacji dla metody MUZ na zmienne rzeczywiste uzyskano wartość rynkową wycenianej spółki = 25,79 mln zł \pm (1,13 mln zł = 4,4%) jako błąd wynikający z estymacji przedziałowej przy ustalonym poziomie ufności 0,95.

Tabela 4. Dane wejściowe z zastosowaniem normalizacji atrybutów i cen metodą unitaryzacji zerowanej (MUZ)

Spółka/atribut	$A_{MUZ} = \{a_{ijMUZ}\}$					$L_{MUZ i,1} = \{l_{MUZ 1}, l_{MUZ 2}, l_{MUZ 3}\}$
	$C_{MUZ} = \{c_{ijMUZ}\}$					
Spółka OPGK oznaczona jako A	0,096774	0,000000	0,193548	0,193548	0,032258	0,354839
Spółka OPGK oznaczona jako B	0,129032	0,064516	0,419355	0,258065	0,064516	0,677419
Spółka OPGK oznaczona jako C	0,677419	0,080645	0,516129	0,290323	0,064516	1,000000
Spółka OPGK wyceniana oznaczona jako D	0,548387	0,096774	0,419355	0,322581	0,064516	poszukiwana w procesie wyceny
Atrybuty i ceny normowano według (4)						

Tabela 5. Uzyskane wyniki z zastosowaniem normalizacji atrybutów i cen metodą unitaryzacji zerowanej (MUZ)

A_i Nazwy atrybutów	x_{MUZ}^{\wedge}	Estymowane wartości współczynników $[x_{MUZ i}^{\wedge}, x_{MUZ i}^{\wedge}] = 1,76$	Odchylenia standardowe	Przedziały oszacowania	Interpretacja rzeczoznawcy w zakresie indywidualnej istotności uzyskanego rozwiązania $x_{MUZ i}^{\wedge}$	Ilorazy przedziału oszacowania do estymowanej wartości $x_{MUZ i}^{\wedge}$
A_1 Produkcja map	$x_{MUZ 1}^{\wedge}$	0,35	0,02	0,07	+	0,2
A_2 Parametr ROE	$x_{MUZ 2}^{\wedge}$	0,26	0,67	2,13	-	8,2
A_3 Przychody netto ze sprzedaży	$x_{MUZ 3}^{\wedge}$	1,14	0,28	0,90	+	0,8
A_4 Wartość księgową	$x_{MUZ 4}^{\wedge}$	0,49	0,26	0,84	-	1,7
A_5 Dywidenda	$x_{MUZ 5}^{\wedge}$	0,17	0,76	2,41	-	14,2
Znak „+” lub „-” przy atrybucie oznacza, iż dany atrybut i odpowiadające mu estymator $x_{MUZ i}^{\wedge}$ wchodzi lub wypadają z modelu wyceny. Jako rozstrzygnięcie interpretacyjne w zakresie $x_{MUZ i}^{\wedge}$ przyjęto graniczną wartość ilorazu przedziału oszacowania do estymowanej wartości $x_{MUZ i}^{\wedge}$ poziomie 1						

3. Wnioski końcowe

Zarówno stosując normalizację atrybutów i cen według MUZ, jak i jej nie stosując, uzyskano identyczne wartości rynkowe dla wycen modelowych (odpowiednio 25,79 mln zł i 25,96 mln zł). Bezwzględne odchylenie wartości rynkowej na poziomie mniej niż 1% należy uznać za dopuszczalne, pozostające bez wpływu na wynik końcowy.

Porównując wprost wyniki, uzyskano inny rozkład parametrów strukturalnych rozwiązań tworzących modele w zakresie sum kwadratów oznaczonych jako $[x_i^{\wedge}x_i^{\wedge}]$. Suma kwadratów współczynników $[x_{\text{MUZ}_i}^{\wedge}, x_{\text{MUZ}_i}^{\wedge}]$ z zastosowaniem normalizacji atrybutów i cen według MUZ jest różna (mniejsza) od sumy kwadratów $[x_i^{\wedge}x_i^{\wedge}]$ dla tzw. metody konwencjonalnej. Różnica na korzyść metody MUZ wynosi 11%. Przedstawiona w tabeli 5 estymacja przedziałowa wielkości wynikowych pokazała jednoznacznie, że większą dokładność w sensie zmniejszenia przedziału oszacowania uzyskano, stosując MUZ. Fakt ten ma podstawowe znaczenie dla stosowania metod modelowych wyceny w warunkach ograniczonego rynku informacji.

W trakcie weryfikacji branżowej wyceny (na modelu wynikowym) pojawia się pytanie: czy atrybut branżowy, w tym przypadku atrybut A_1 – produkcja map analogowych i numerycznych w spółkach geodezyjnych, stymuluje wartość modelową wyceny.

Prezentowany przykład pozwala twierdząco odpowiedzieć na to pytanie ($x_{\text{MUZ}_1}^{\wedge} = 0,35$). Dodatkowo stymulanta w zakresie atrybutu A_3 – przychody ze sprzedaży ($x_{\text{MUZ}_3}^{\wedge} = 1,14$) wzmacnia merytorycznie wynikowy model wyceny.

Literatura

- [1] Czaja J.: *Modele statystyczne w informacji o terenie*. Wyd. 2 poprawione i poszerzone, Kraków, Wyd. AGH 1997
- [2] Gatnar E.: *Symboliczne metody klasyfikacji danych*. Wyd. 1, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN 1998
- [3] Kukuła K.: *Metoda unitaryzacji zerowanej*. Wyd. 1, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN 2000