

Ryszard Snopkowski*

SYMULACJA STOCHASTYCZNA W ZASTOSOWANIU DO IDENTYFIKACJI FUNKCJI GĘSTOŚCI PRAWDOPODOBIENSTWA WYDOBYCIA

1. Wprowadzenie

W monografii autora [1] wyprowadzono wzory dla funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{q_z}(q_z)$ zmiennej losowej Q_z – wydobywanie zmianowe, oraz dla funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{q_d}(q_d)$ zmiennej losowej Q_d – wydobywanie dobowe.

Otrzymana postać wzoru dla funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{q_z}(q_z)$ zmiennej losowej Q_z – **wydobywanie zmianowe**, jest następująca [1]

$$f_{q_z}(q_z) = \begin{cases} \frac{1}{w_c} \int_0^{\infty} f_{t_e}\left(\frac{q_z}{w_c} t_c\right) f_{t_c}(t_c) t_c dt_c & \text{dla } q_z > 0 \\ 0 & \text{dla } q_z \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:

- f_{t_e} — funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej T_e – efektywny czas pracy w przodku ścianowym (w monografii [1] zaproponowano metody wyznaczenia funkcji $f_{t_e}(t_e)$);
- f_{t_c} — funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej T_c – czas trwania cyklu produkcyjnego (w monografii [1] opracowano model, którego wykorzystanie umożliwia uzyskanie gęstości funkcji f_{t_c} zmiennej T_c dla warunków danego przodka ścianowego);

* Katedra Ekonomiki i Zarządzania w Przemśle, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

w_c — wydobyte z cyklu produkcyjnego obliczane jako

$$w_c = l \cdot h \cdot k_c \cdot \gamma \quad (2)$$

gdzie:

- l — długość przodka ścianowego [m],
- h — wysokość przodka ścianowego [m],
- γ — ciężar objętościowy węgla [Mg/m^3],
- k_c — krok cyklu produkcyjnego obliczany wg wzoru

$$k_c = \eta_z \cdot z \quad (3)$$

gdzie:

- η_z — średni współczynnik wykorzystania zabioru [-],
- z — zabiór cyklu produkcyjnego [m/cykl].

Postać funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{q_d}(q_d)$ zmiennej losowej Q_d – wydobyte dobowe (dla dwóch zmian produkcyjnych w czasie doby), jest następująca [1]

$$f_{q_d}(q_d) = \begin{cases} \int_0^{\infty} f_{q_{z1}}(q_{z1}) f_{q_{z2}}(q_d - q_{z1}) dq_{z1} & \text{dla } q_d > 0 \\ 0 & \text{dla } q_d \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

gdzie:

- $f_{q_{z1}}$ — funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej Q_{z1} (wydobyte na zmianie pierwszej),
- $f_{q_{z2}}$ — funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej $Q_{z2} = Q_d - Q_{z1}$ (wydobyte na zmianie drugiej).

Funkcje gęstości prawdopodobieństwa $f_{q_z}(q_z)$ zmiennej losowej Q_z – wydobyte zmianowe (wzór (1)) oraz $f_{q_d}(q_d)$ zmiennej losowej Q_d – wydobyte dobowe (wzór (4)), są ściśle uzależnione od przebiegu i charakterystyk funkcji f_{t_c} oraz f_{t_e} .

W dalszej części zamieszczono metodę symulacji stochastycznej, którą w przypadku złożoności przedstawionych w postaci całkowej wzorów (1) oraz (4) (po podstawieniach funkcji f_{t_c} i f_{t_e}) można wykorzystać jako metodę alternatywną wyznaczania funkcji $f_{t_c}(q_z)$ i $f_{t_e}(q_d)$.

2. Wykorzystanie symulacji stochastycznej do identyfikacji funkcji gęstości prawdopodobieństwa wydobywania

W celu identyfikacji funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{q_z}(q_z)$ zmiennej losowej Q_z – wydobyte zmianowe metodą symulacji stochastycznej, należy zrealizować poniższy schemat obliczeń.

1. Wygenerować wartość t_{e_i} będącą realizacją zmiennej losowej T_e – efektywny czas pracy w przodku ścianowym, według rozkładu prawdopodobieństwa przedstawionego funkcją $f_{t_e}(t_e)$.

2. Wygenerować wartość t_{c_i} będącą realizacją zmiennej losowej T_c – czas trwania cyklu produkcyjnego, według rozkładu prawdopodobieństwa przedstawionego funkcją $f_{t_c}(t_c)$.
3. Obliczyć wyrażenie

$$q_{z_i} = \frac{t_{e_i}}{t_{c_i}} \cdot w_c \quad (5)$$

gdzie w_c – wydobyte z cyklu produkcyjnego (wzór (2)).

Realizacja punktów od 1. do 3. ma miejsce do momentu uzyskania założonej liczebności realizacji zmiennej q_{z_i} równej k .

4. Zidentyfikować funkcję gęstości prawdopodobieństwa $f_{q_z}(q_z)$ zmiennej losowej Q_z – wydobyte zmianowe (stosując m.in. metody estymacji parametrów funkcji) na podstawie zbioru Ω postaci

$$\Omega = \{q_{z_i}\}; \quad i = 1, k \quad (6)$$

gdzie k – liczebność zbioru Ω .

Generowanie realizacji zmiennych losowych według określonych funkcji następuje w ramach procedur (podprogramów, funkcji), będących częścią programu komputerowego, realizującego proces symulacji stochastycznej.

Na rysunku 1 zamieszczono schemat blokowy symulacji stochastycznej w zastosowaniu do identyfikacji funkcji $f_{q_z}(q_z)$.

Wykorzystanie metody symulacji stochastycznej do identyfikacji funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{q_d}(q_d)$ zmiennej losowej Q_d – wydobyte dobowe, polega na realizacji następującego algorytmu:

1. Wygenerowanie wartości q_{z_i} , będącej realizacją zmiennej losowej Q_{z_i} – wydobyte na zmianie i -tej według rozkładu prawdopodobieństwa przedstawionego funkcją $f_{q_{z_i}}(q_{z_i})$.
2. Jeśli wartość i jest równa liczbie zmian z produkcją w ciągu doby, wówczas realizowany jest algorytm według punktu 3. W przeciwnym razie wartość i zwiększana jest o jeden i następuje ponowna realizacja punktu 1.
3. Obliczenie wyrażenia

$$q_{d_j} = \sum_{i=1}^n q_{z_i} \quad (7)$$

gdzie n – liczba zmian z produkcją w ciągu doby.

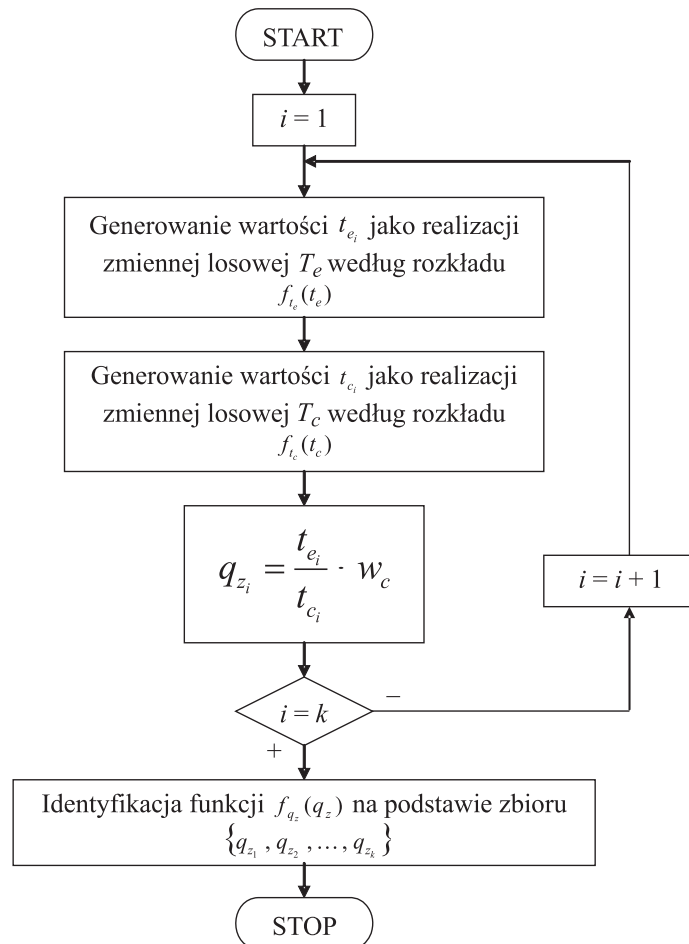
Realizacja punktów od 1. do 3. ma miejsce do momentu uzyskania założonej liczebności realizacji zmiennej q_{d_j} równej k .

4. Identyfikacja funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{q_d}(q_d)$ zmiennej losowej Q_d – wydobyte dobowe, na podstawie zbioru Γ postaci

$$\Gamma = \{q_{d_j}\}; \quad i = 1, k \quad (8)$$

gdzie:

q_{d_j} — realizacja zmiennej losowej Q_d (wydobyte dobowe),
 k — liczebność zbioru Γ .

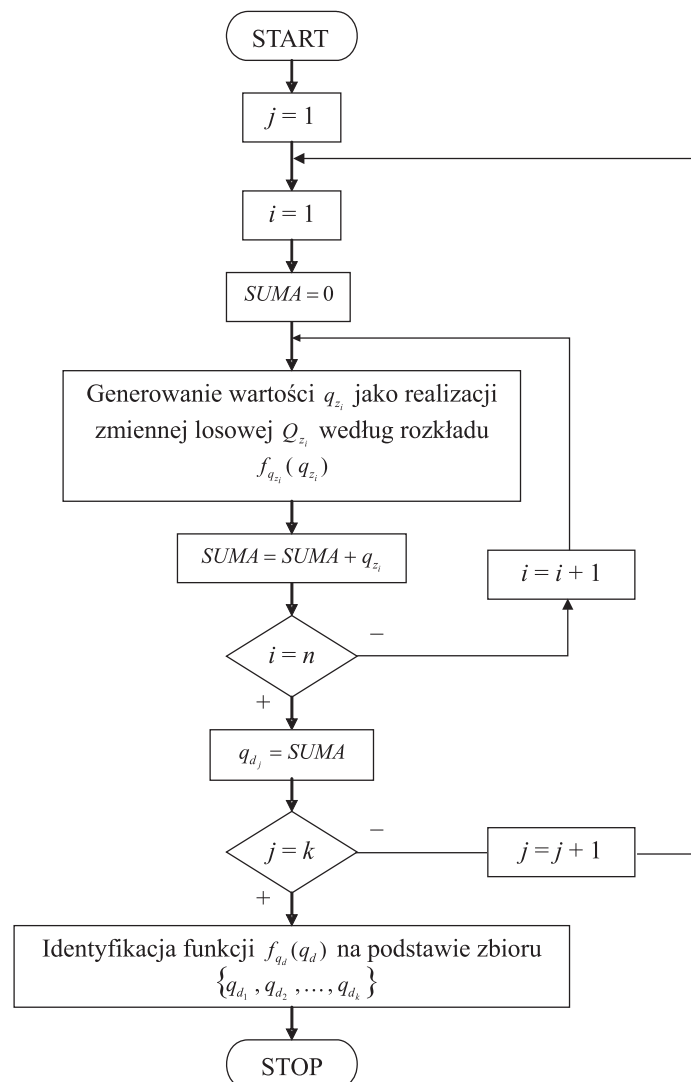


Rys. 1. Identyfikacja funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{q_z}(q_z)$ z wykorzystaniem symulacji stochastycznej
Źródło: opracowanie własne

Na rysunku 2 zamieszczono schemat blokowy symulacji stochastycznej w zastosowaniu do identyfikacji funkcji $f_{q_d}(q_d)$.

Generowanie liczb losowych, występujące w obu powyższych algorytmach, opiera się na gotowych funkcjach lub podprogramach, będących w zasobach języka, w którym pisany jest program symulacji stochastycznej. W przypadku braku gotowej procedury można skorzystać z metody eliminacji, którą zaproponował J. von Neumann¹, zwanej również metodą akceptacji i odrzucania, lub z metody odwracania dystrybuanty.

¹ Neumann J., von: Various technique used in connection with random digits. Nat. Bur. Stand. Appl. Math., Ser. 12, 1951, 36–38



Rys. 2. Identyfikacja funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{q_d}(q_d)$ z wykorzystaniem symulacji stochastycznej
Źródło: opracowanie własne

3. Wnioski końcowe

Skutkiem przyjęcia założenia, iż wydobywanie z przodka ścianowego kopalń węgla kamiennego można traktować jak zmienną losową, było wyprowadzenie wzorów analitycznych funkcji gęstości prawdopodobieństwa wydobywania zmianowego i dobowego. Pełny opis metody umożliwiającej identyfikację przedmiotowych funkcji zawiera monografia [1].

Biorąc pod uwagę złożoność tych funkcji (w szczególności po podstawieniach f_{t_c} i f_{t_e}), opracowano alternatywną metodę, której wykorzystanie umożliwi uzyskanie funkcji $f_{q_z}(q_z)$ zmiennej losowej Q_z – wydobyć zmianowe, oraz $f_{q_d}(q_d)$ zmiennej losowej Q_d – wydobyć dobowe. Funkcje te uzyskuje się na drodze symulacji stochastycznej. Odpowiednie algorytmy symulacji zamieszczono w niniejszej pracy.

Metoda symulacji stochastycznej, wykorzystana do identyfikacji funkcji gęstości prawdopodobieństwa wydobyć – szczególnie w przypadku dużej złożoności wzorów całkowych (1) oraz (4), jest metodą alternatywną, niekiedy łatwiejszą w zastosowaniu i skuteczniejszą niż metoda analityczna.

LITERATURA

- [1] *Snopkowski R.*: Metoda identyfikacji rozkładu prawdopodobieństwa wydobyć uzyskiwanego z przodków ścianowych kopalń węgla kamiennego. Rozprawy i Monografie nr 85, Kraków, UWND AGH 2000