

**Kazimierz Twardowski\*, Ryszard Drożdżak\*\***

**POŚREDNIE METODY OCENY  
WŁAŚCIWOŚCI FILTRACYJNYCH GRUNTÓW\*\*\***

**1. WSTĘP**

Określanie właściwości filtracyjnych gruntów ma coraz większe znaczenie praktyczne i jest niezwykle ważne w celu wyznaczenia parametrów migracji wód podziemnych w przepuszczalnych ośrodkach gruntowych. Podstawowym parametrem petrofizycznym gruntów, wykorzystywanym do ilościowego opisu przepływu w nich wody, w oparciu o liniowe prawo filtracji Darcy'ego, jest współczynnik filtracji (przewodność hydrauliczna, wodoprzepuszczalność, stała Darcy'ego).

Współczynnik filtracji  $K$  jest wielkością charakterystyczną dla danego gruntu – zależy przede wszystkim od porowatości gruntu, jego uziarnienia i temperatury przepływającej wody; nie zależy natomiast od spadku hydraulicznego.

W praktyce znanych i stosowanych jest wiele sposobów określania współczynnika filtracji gruntów, m.in. [2–6]:

- badania laboratoryjne,
- bezpośrednie pomiary prędkości filtracji,
- próbne pompowania,
- zatłaczanie do studni i dołów chłonnych,
- pośrednie sposoby oparte na wykorzystaniu wzorów empirycznych.

W niniejszej pracy prezentowany jest krótki opis pośrednich metod oceny wodoprzepuszczalności gruntów, opartych na wzorach empirycznych. Metody te mają szczególne znaczenie we wstępnym etapie projektowania i sporządzania dokumentacji hydrogeologicznych. Stosowanie tych metod jest mało kosztowne (analiza granulometryczna, określanie porowatości), a także nie następuje dużych trudności związanych z wykonywaniem bezpośrednich pomiarów, np. próbnymi pompowań [2, 5].

---

\* Wydział Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH, Kraków

\*\* Doktorant Wydziału Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH

\*\*\* Praca wykonana częściowo w ramach badań statutowych Wydziału Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH

## 2. POŚREDNIE METODY OKREŚLANIA WSPÓŁCZYNNIKA FILTRACJI GRUNTÓW

Do pośrednich sposobów określania współczynnika filtracji zalicza się przede wszystkim opracowane przez różnych autorów wzory empiryczne [1–7, 10]. Można je podzielić na trzy zasadnicze grupy, biorąc pod uwagę rodzaj danych wejściowych, niezbędnych do obliczenia współczynnika filtracji:

- grupa I – wzory, które uwzględniają wyłącznie średnice charakterystyczne ziarn,
- grupa II – wzory uwzględniające charakterystyczne średnice ziarn oraz porowatość gruntów,
- grupa III – wzory uwzględniające skład granulometryczny i porowatość gruntów oraz właściwości fizyczne filtrującej wody.

Charakterystyczne średnice  $d_n$  ( $d_x$ ) ziarn, zwane w normie PN-98/B-02481  $n$ -procentową średnicą ziarn, to w kategoriach statystycznych tzw. percentyle (czyli kwantyle rzędu 0,01) średnicy zastępczej ziarn [11].

Jednorodność gruntu ze względu na uziarnienie charakteryzuje wskaźnik jednorodności uziarnienia (różnoziarnistości)  $C_u(U)$  obliczany według wzoru

$$C_u = d_{60} : d_{10} \quad (2.1)$$

gdzie:

- $d_{60}$  – średnica ziarn (cząstek), których wraz z mniejszymi jest w gruncie 60%,
- $d_{10}$  – średnica ziarn (cząstek), których wraz z mniejszymi jest w gruncie 10%.

Średnica  $d_{10}$  jest to tzw. średnica miarodajna lub efektywna – średnica ziarn ośrodka fikcyjnego, zbudowanego z ziarn kulistych o jednakowej średnicy, posiadającego taką samą wodoprzepuszczalność jak ośrodek badany. Średnicę miarodajną określa się na podstawie wykresu uziarnienia, odnosząc ją do określonej, procentowej zawartości ziarn w skale.

We wzorach empirycznych poszczególni autorzy przyjmują do obliczeń współczynnika filtracji średnice odpowiadające różnym procentowym zawartościom ziarn, np.  $d_{17}$ ,  $d_{20}$  itd.

Występująca w niektórych wzorach gęstość wody jest praktycznie stała, gdyż woda jest cieczą bardzo mało ściśliwą. Może się ona nieznacznie zwiększać w przypadku wód o wysokiej mineralizacji, na przykład solanek o wysokim stopniu stężenia. Istotną rolę w przypadku wody może natomiast odgrywać temperatura, która ma wpływ na jej lepkość dynamiczną  $\mu$ .

W praktyce przyjęto oznaczać współczynnik filtracji ośrodka gruntowego dla wody o temperaturze 10°C. Wartość współczynnika filtracji dla wody o innej temperaturze można obliczyć za pomocą wzorów (np. [2]):

$$K_t = K_{10} \frac{\mu_{10}}{\mu_t} \quad (2.2)$$

lub

$$K_t = K_{10} (0,7 + 0,03t) \quad (2.3)$$

gdzie  $t$  oraz dolne indeksy oznaczają temperaturę w °C.

### 3. WZORY EMPIRYCZNE GRUPY I

#### 3.1. Wzór Hazena

Najpowszechniej stosowanym wzorem empirycznym do obliczania współczynnika filtracji  $K$  piasków jest wzór Hazena

$$K_{10} = c d_{10}^2 \quad (3.1)$$

gdzie:

- $K_{10}$  – współczynnik filtracji przy temperaturze wody 10°C [m/d],
- $d_{10}$  – średnica miarodajna [mm],
- $c$  – współczynnik zależny od wskaźnika jednorodności uziarnienia.

Wartość współczynnika  $c$  waha się w granicach 400÷1200 i może być przyjmowana według następującej zasady [5]:

- piaski czyste, równoziarniste przy  $C_u(U)$  bliskim jedności – 1200,
- piaski różnoziarniste przy  $C_u(U)$  w granicach 2÷4 – 800,
- piaski różnoziarniste przy  $C_u(U)$  bliskim 5 – 400.

Inne źródła zalecają obliczać współczynnik  $c$  według wzoru

$$c = 400 + 40(n - 26) \quad (3.2)$$

gdzie  $n$  – porowatość [%].

Stosowanie wzoru Hazena jest ograniczone do piasków i żwirów, których średnica miarodajna lokuje się w granicach 0,1÷3,0 mm, a wskaźnik różnoziarnistości  $U < 5$ . Jest to jeden z najprostszych wzorów; daje zwykle zawyżone oceny [5].

#### 3.2. Wzór Hazena – uproszczony

Jest to wzór zalecany przez starą normę branżową BN-64/8950 dla wody o temperaturze 10°C

$$K_{10} = 0,0116 d_{10}^2 \quad (3.3)$$

gdzie  $K$  – współczynnik filtracji [m/s],

We wzorze tym ustalona wartość współczynnika  $c = 0,0116$  odpowiada wartości  $c = 981$  ze wzoru (3.1), w którym  $K$  jest wyrażane w [m/d]. Wzór ten daje zwykle zawyżone wartości w stosunku do próbnych pompowań i badań laboratoryjnych.

### 3.3. Wzór Hazena–Tkaczukowej

Współczynnik filtracji gruntów gliniasto-piaszczystych, w których zawartość cząstek o średnicy  $d < 0,001$  mm wynosi od 2 do 20%, obliczamy według zmodyfikowanego wzoru Hazena [6, 7]

$$K_{10} = \frac{0,0093}{a^2} d_{10}^2 \quad (3.4)$$

gdzie:

- $K$  – współczynnik filtracji [m/s],
- $a$  – zawartość w gruncie cząstek o średnicy  $d < 0,001$  mm,
- $d_{10}$  – średnica miarodajna [mm].

### 3.4. Wzór Sheparda

W wyniku statystycznego opracowania wielu danych, opierając się na związkach współczynnika filtracji z uziarnieniem, Shepard (1989) wyprowadził następujące równanie [1]

$$K = ad^b \quad (3.5)$$

gdzie:

- $K$  – współczynnik filtracji; aby uzyskać wynik w m/s należy wyliczoną wartość pomnożyć przez  $4,72 \times 10^{-7}$ ,
- $d$  – średnica ziarn, zazwyczaj  $d_{10}$  [mm],
- $a, b$  – współczynniki.

W celu określenia powyższych współczynników Shepard zbudował wykres, na którym przedstawił związek współczynnika filtracji z takimi cechami, jak: średnica ziarn, przepuszczalność, oraz zróżnicował go w zależności od rodzaju ośrodka gruntowego.

Według badań Sheparda wartość współczynnika  $a$  zawiera się w granicach od  $4,79 \times 10^{-2}$  do 9,86 cm/s, natomiast wykładnik  $b$  waha się w granicach od 1,11 do 2,05, średnio wynosi 1,72; powyższy współczynnik jest bezwymiarowy.

### 3.5. Wzór Alyamaniego i Şena

Równania przedstawione uprzednio opierają się na związkach współczynnika filtracji z analizą granulometryczną, ich podstawą są pojedyncze parametry, takie jak np. miarodajna średnica dla równania Hazena. W równaniu Sheparda miarodajna średnica ziarn jest zmienna. Jako alternatywę, Alyamani i Şen (1993) zaproponowali równanie bazujące na wynikach badań 32 próbek, które łączy początkowy kształt krzywej kumulacyjnej i charakter przecięcia się tej krzywej z osią  $x$  [1]

$$K = 1300 [I_0 + 0,025(d_{50} - d_{10})]^2 \quad (3.6)$$

gdzie:

- $K$  – współczynnik filtracji [m/s],
- $d_{10}, d_{50}$  – średnice zastępcze [mm],
- $I_0$  – minimalna średnica materiału gruntowego na sicie [mm].

W rzeczywistości  $I_0$  jest wartością bliską  $d_{10}$ , więc można uważać, że współczynnik filtracji jest proporcjonalny do  $d_{10}$ , podobnie, jak w równaniu Hazena. Można więc stwierdzić, że wzór Hazena jest specjalnym przypadkiem wzoru Alyamaniego i Şena.

### 3.6. Wzór USBSC „amerykański”

Jednym z częściej używanych wzorów jest „wzór amerykański” opracowany przez hydrogeologów jugosłowiańskich i polskich na podstawie amerykańskich badań zależności współczynnika filtracji od średnicy zastępczej  $d_{20}$ . Postać wzoru jest następująca [5]

$$K = 0,0036 d_{20}^{2,3} \quad (3.7)$$

gdzie:

- $K$  – współczynnik filtracji [m/s],
- $d_{20}$  – średnica zastępcza odpowiadająca zawartości 20% ziarn na krzywej uziarnienia [mm].

Wzór ten określa wartość współczynnika filtracji względem wody o temperaturze 10°C i może być stosowany w zakresie  $0,01 < d_{20} < 2,0$  mm. Badania wykazały dużą zgodność wyników w stosunku do uzyskiwanych z próbnych pompowań i badań laboratoryjnych; wzór ten jest szczególnie użyteczny dla piasków drobnoziarnistych i średnioziarnistych [2, 5].

### 3.7. Wzór Seelheima

Wzór Seelheima służy do oznaczania współczynnika filtracji gruntów sypkich w odniesieniu do wody o temperaturze 10°C. Wzór ma postać [5]

$$K = 0,357 d_{50}^2 \quad (3.8)$$

gdzie:

- $K$  – współczynnik filtracji [cm/s],
- $d_{50}$  – średnica zastępcza odpowiadająca zawartości 50% ziarn na krzywej uziarnienia [mm].

Wzór dotyczy temperatury wody 10°C, daje jednak dość odbiegające wartości od wyników próbnych pompowań. Stosowanie wzoru zalecane jest w odniesieniu do gruntów luźnych, o dużej jednorodności, w szczególności bez domieszek frakcji o średnicy poniżej 0,06 mm [2].

## 4. WZORY EMPIRYCZNE GRUPY II

### 4.1. Wzór Zauerbreja

$$K_{10} = \beta \frac{n^3}{(1-n)^2} d_{17}^2 \quad (4.1)$$

gdzie:

- $K_{10}$  – współczynnik filtracji [m/d],
- $\beta$  – współczynnik empiryczny zależny od rozmiarów i jednorodności uziarnienia; zmienia w granicach od 1150 do 3010 (najczęściej przyjmuje się wartości: 2880÷3010) [–],
- $d_{17}$  – średnica zastępcza odpowiadająca zawartości 17% ziarn na krzywej uziarnienia [mm],
- $n$  – porowatość [–].

Wzór Zauerbreja stosuje się do oznaczania współczynnika filtracji piasków drobnoziarnistych i średnioziarnistych [2].

### 4.2. Wzór Krügera

$$K = 322 \frac{n}{(1-n)^2} d_e^2 \quad (4.2)$$

gdzie:

- $K$  – współczynnik filtracji [m/d],
- $n$  – porowatość w ułamku dziesiętnym,
- $d_e$  – średnica miarodajna [mm].

Średnicę miarodajną oblicza się z zależności

$$d_e = \frac{100}{\sum_{i=1}^N \frac{a_i}{d_i}} \quad (4.3)$$

gdzie:

- $N$  – liczba frakcji w analizie granulometrycznej,
- $a_i$  – procentowy udział kolejnych frakcji w składzie granulometrycznym,
- $d_i$  – średnia średnica ziarna w obrębie kolejnych frakcji od 1 do  $N$  [mm].

Średnicę  $d_i$  oblicza się ze wzoru

$$d_i = \frac{d_y + d_x}{2} \quad (4.4)$$

gdzie  $d_y$  i  $d_x$  – dolna i górna średnica ograniczająca każdą kolejną frakcję od 1 do  $N$ .

Wzór Krügera jest ważny dla wody o temperaturze 10°C; nadaje się do oceny współczynnika filtracji piasków średnioziarnistych (o średnicy ziarn 0,25÷2 mm). Natomiast analiza współczynnika filtracji piasków pylastych wykazuje zawyżone wartości w stosunku do badań laboratoryjnych.

#### 4.3. Wzór Zunckera

$$K = c \left( \frac{n}{1-n} \right)^2 \frac{1}{u^2} (1 + 0,034t) \quad (4.5)$$

gdzie:

- $K$  – współczynnik filtracji [m/d],
- $c$  – współczynnik liczbowy zależny od kształtu ziarn i równomierności uziarnienia piasku:
  - piasek równoziarnisty o okrągłych, gładkich ziarnach – 1160,
  - piasek równoziarnisty o ostrokrawędzistych ziarnach – 680,
  - piasek różnoziarnisty o ziarnach okrągłych – 580,
  - piasek różnoziarnisty o ziarnach ostrokrawędzistych – 340,
- $n$  – porowatości w ułamku dziesiętnym [–],
- $t$  – temperatura wody [°C],
- $u$  – współczynnik zależny od składu granulometrycznego.

Współczynnik  $u$  oblicza się za pomocą wzoru

$$u = \sum_1^N \frac{1/d_y - 1/d_x}{\ln d_x - \ln d_y} \quad (4.6)$$

gdzie:

- $N$  – liczba frakcji w analizie granulometrycznej,
- $d_y, d_x$  – dolna i górna średnica ograniczająca każdą kolejną frakcję od 1 do  $N$ .

Wzór Zunckera [2] nadaje się do oceny współczynnika filtracji piasków drobnoziarnistych i średnioziarnistych. Jest on dość wszechstronny, uwzględnia bowiem porowatość, morfologię ziarn i jednorodność uziarnienia.

## 5. WZORY EMPIRYCZNE GRUPY III

### 5.1. Wzór Kozeny–Carmana

Jednym z szeroko używanych równań opisujących współczynnik filtracji ośrodka porowatego jest równanie Kozeny (1927), później zmodyfikowane przez Carmana (1957).

Równanie to ma postać [1]

$$K = \left( \frac{\rho g}{\mu} \right) \left( \frac{n^3}{(1-n)^2} \right)^2 \left( \frac{d_m^2}{180} \right) \quad (5.1)$$

gdzie:

- $K$  – współczynnik filtracji [m/s],
- $\rho$  – gęstość wody [kg/m<sup>3</sup>],
- $g$  – przyspieszenie ziemskie [m/s<sup>2</sup>],
- $\mu$  – lepkość dynamiczna cieczy [Pa·s],
- $n$  – porowatość [-],
- $d_m = d_{10}$  – średnica miarodajna [m].

### 5.2. Wzór Faira i Hatcha

W oparciu o eksperymentalne badania Faira i Hatcha (1933) zostało opracowane następujące równanie, które służy do ilościowej oceny współczynnika filtracji gruntu [1]

$$K = \left( \frac{\rho g}{\mu} \right) \left( \frac{n^3}{(1-n)^2} \right) \left[ \frac{1}{\beta \left( \frac{\alpha}{100} \sum_{m=0}^N \frac{P_m}{d_m} \right)^2} \right] \quad (5.2)$$

gdzie:

- $K$  – współczynnik filtracji [m/s],
- $\rho$  – gęstość wody [kg/m<sup>3</sup>],
- $g$  – przyspieszenie ziemskie [m/s<sup>2</sup>],
- $\mu$  – lepkość dynamiczna cieczy [Pa·s],
- $n$  – porowatość [-],
- $\beta$  – współczynnik związany z wykształceniem przestrzeni porowej, określany eksperymentalnie, około 5,
- $\alpha$  – współczynnik kształtu ziarn, wahający się od 6,0 dla okrągłych ziarn do 7,7 dla ziarn wielokątnych,
- $P_m$  – procentowa różnica zawartości między frakcjami w analizie sitowej,
- $d_m$  – średnia geometryczna średnic pomiędzy przedziałami klasowymi [m],
- $m$  – liczba przedziałów klasowych.

### 5.3. Wzór Slichtera

$$K_t = 8,83 d_{10}^2 \frac{1}{\mu} m \quad (5.3)$$



gdzie:

- $K_t$  – współczynnik filtracji wody w temperaturze  $t$  [m/d],
- $d_{10}$  – średnica miarodajna [mm],
- $m$  – współczynnik liczbowy zależny od porowatości [–],
- $\mu$  – współczynnik lepkości dynamicznej wody [Pa·s].

Wzór Slichtera jest dość wszechstronny, uwzględnia bowiem uziarnienie, porowatość, temperaturę i lepkość. Daje na ogół dobre wyniki w odniesieniu do piasków i żwirów o średnicy miarodajnej w granicach 0,01÷5,00 mm. Wzoru Slichtera nie zaleca się stosować do obliczeń, jeżeli brak jest dokładnych danych o porowatości [4, 8].

#### 5.4. Wzór Terzagiego

$$K_t = \frac{c}{\mu_t} \left( \frac{n - 0,13}{\sqrt[3]{1 - n}} \right)^2 d_{10}^2 \quad (5.4)$$

gdzie:

- $K_t$  – współczynnik filtracji przy temperaturze wody  $t$  °C [cm/s],
- $c$  – współczynnik liczbowy zależny od kształtu ziarn i wynoszący 10,48 przy ziarnach okrągłych oraz 6,02 przy ziarnach ostrokrawędzistych [–],
- $n$  – porowatość w ułamku dziesiętnym [–],
- $d_{10}$  – średnica miarodajna [cm].

Wzór Terzagiego daje zbliżone wartości współczynnika filtracji do oznaczeń laboratoryjnych, zwłaszcza jeżeli grunt pozbawiony jest domieszek frakcji ilastej [2, 5].

## 6. PODSUMOWANIE

Z przeglądu przytoczonych wzorów widać, że w celu oznaczenia współczynnika filtracji metodami pośrednimi konieczne jest wykonanie analizy granulometrycznej, a w niektórych przypadkach oznaczenie porowatości gruntu.

Niski koszt badań i szybkość uzyskiwanych wyników czynią te metody bardzo użyteczne i konkurencyjne w praktyce. Sprawą zasługującą na bliższą analizę jest ocena jakości uzyskiwanych prognoz w zależności od charakterystyki geologicznej gruntów. Zagadnienie analizy porównawczej poprawności i adekwatności wyników prognozowania w nawiązaniu do faktycznych wartości z pomiarów jest niewątpliwie interesujące i warte bliższego wyjaśnienia.

## LITERATURA

- [1] Batu V.: *Aquifer Hydraulics. A Comprehensive Guide to Hydrogeologic Data Analysis*. New York, Chichester, Weinheim, Brisbane, Suva, Toronto, John Wiley & Sons Inc. 1998

- [2] Kozerski B.: *Zasady obliczeń hydrogeologicznych ujęć wód podziemnych. Wytyczne określania współczynnika filtracji metodami pośrednimi i laboratoryjnymi*. Warszawa, Wydawnictwa Geologiczne 1977
- [3] Marciniak M., Przybyłek J., Herzig J., Szczepańska J.: *Laboratoryjne i terenowe oznaczanie współczynnika filtracji utworów półprzepuszczalnych*. Poznań, Wyd. Uniw. im. A. Mickiewicza 1998
- [4] Myślińska E.: *Laboratoryjne badania gruntów*. Warszawa, Wyd. Nauk. PWN 1998
- [5] Pazdro Z., Kozerski B.: *Hydrogeologia ogólna*. Warszawa, Wyd. Geolog. 1990
- [6] Pisarczyk S.: *Gruntoznawstwo inżynierskie*. Warszawa, Wyd. Nauk. PWN 2001
- [7] Pisarczyk S.: *Mechanika gruntów*. Warszawa, Ofic. Wyd. Polit. Warsz. 1999
- [8] Polska Norma PN-98/B-02481: *Geotechnika – Terminologia podstawowa, symbole literowe i jednostki miar*
- [9] Polska Norma PN-98/R-04033: *Gleby i utwory mineralne – Podział na frakcje i grupy granulometryczne*
- [10] Rogoż M.: *Hydrogeologia kopalniana z podstawami hydrogeologii ogólnej*. Katowice, Wyd. Główny Instytut Górnictwa 2004
- [11] Sobczyk M.: *Statystyka*. Warszawa, Wyd. Nauk. PWN 1997