

Andrzej Pokrzywa\*, Józef Beluch\*, Józef Mróz\*, Tadeusz Szczutko\*

BADANIE STAŁOŚCI OSI CELOWEJ LUNET TEODOLITÓW I TACHIMETRÓW  
Z WYKORZYSTANIEM INTERFEROMETRU LASEROWEGO\*\*

---

## 1. Wstęp

Prowadzone od kilku lat badania instrumentów geodezyjnych skłoniły autorów niniejszego artykułu do opracowania projektu, a następnie zbudowania systemu umożliwiającego obliczanie kątów skręceń osi celowej w dwóch prostopadłych płaszczyznach: poziomej i pionowej.

System ten bazuje na precyzyjnych pomiarach liniowych przemieszczeń mierzonych za pomocą interferometru laserowego firmy Hewlett-Packard.

Kąty wzorcowe wyznaczone są na podstawie  $s$  serii precyzyjnych pomiarów liniowych, które umożliwiają nie tylko określenie zmian osi celowej, ale również sformułowanie kryteriów stałości osi celowej lunet badanych instrumentów geodezyjnych. Szczególnie istotne są badania stałości osi celowej w zakresie krótkich celowych, tj. o długościach od  $d_{\min}$  do  $d_{30m}$  dla niwelatorów oraz od  $d_{\min}$  do  $d_{100m}$  dla teodolitów i tachimetrów.

Zaproponowany system stanowi uzupełnienie istniejącego w Laboratorium Metrologicznym Wydziału Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska AGH stanowiska badawczego złożonego z kolumny obserwacyjnej i zespołu kolimatorów o stałej i zmiennej ogniskowej. Stanowisko to bowiem umożliwia badanie instrumentów geodezyjnych tylko w zakresie długości celowych od  $d_{100m}$  do  $d_{\infty}$ .

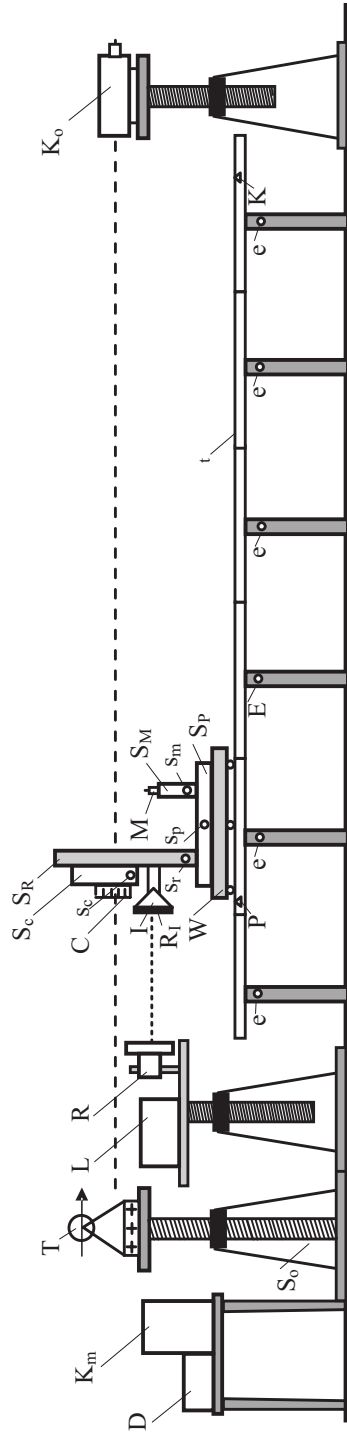
## 2. Interferencyjny system pomiarowy do badania stałości osi celowej instrumentów geodezyjnych

Schemat tego systemu przedstawiono na rysunku 1.

---

\* Akademia Górniczo-Hutnicza, Zakład Geodezji i Kartografii

\*\* Praca wykonana w ramach badań statutowych 11.11.150.478 w 2003 r.



Rys. 1. Schemat interferencyjnego systemu pomiarowego do badania stałości osi celowej teodolitu: *I* – interferometr, *L* – laser, *R<sub>1</sub>* – reflektor interferometru, *K<sub>m</sub>* – komputer, *D* – drukarka, *R* – pryzmat interferometru laserowego, *C* – precyzyjna podziałka pomiarowa, *S<sub>c</sub>* – suport pionowy podziałki pomiarowej, *S<sub>c</sub>* – śruba suportu pionowego podziałki, *S<sub>R</sub>* – suport pionowy pryzmatu, *S<sub>r</sub>* – śruba suportu pionowego pryzmatu, *M* – mikroskop Abbego, *S<sub>M</sub>* – suport pionowy mikroskopu, *S<sub>m</sub>* – śruba suportu pionowego mikroskopu, *S<sub>p</sub>* – suport poziomy układu pomiarowego, *s<sub>p</sub>* – śruba suportu poziomego, *S<sub>0</sub>* – kolumna obserwacyjna, *W* – wózek pomiarowy, *t* – tor wózka pomiarowy, *E* – czujnik do monitorowania środowiska pomiarowego (temperatury, ciśnienia i wilgotności), *e* – czujniki do pomiaru temperatury, *K<sub>0</sub>* – kolimator, *T* – badany teodolit (tachimetr), *P* – punkt początkowy toru, *K* – punkt końcowy toru

System ten tworzą: laser firmy Hewlett-Packard ( $L$ ), interferometr laserowy ( $I$ ), precyzyjny pryzmat ( $R$ ), komputer ( $K_m$ ) z kartą sterującą pomiarami firmy Hewlett-Packard i drukarką ( $D$ ), wózek pomiarowy ( $W$ ) z układem poziomych i pionowych suportów ( $S_P$  oraz  $S_R$  z  $S_C$ ), do których przymocowuje się pryzmat  $RI$  oraz sygnały lub podziałki pomiarowe ( $C$ ), mikroskop Abbego ( $M$ ), zestaw czujników do monitorowania środowiska pomiarowego ( $E, e$ ), kolimator ( $K$ ), kolumna obserwacyjna dla badanych instrumentów ( $S_o$ ), zamocowana poziomo na podporach szyna ( $t$ ), po której porusza się wózek pomiarowy. Szyna  $t$  składa się z 4-metrowych odcinków utwardzonego ceownika duralowego o wymiarach: szerokość = 100 mm, wysokość = 80 mm, grubość ścianek = 12 mm. Podpory szyny rozmieszczone są co dwa metry. Konstrukcja podpór szyny ( $P_i$ ) umożliwia regulację poziomą i pionową każdego odcinka osi toru ( $t$ ), po którym porusza się wózek pomiarowy. Zamontowany na wózku pomiarowym układ suportów poziomych i pionowych służy do regulacji położenia w płaszczyźnie poziomej i pionowej: sygnału  $C$ , pryzmatu  $R_i$  z interferometrem  $I$  i mikroskopu  $M$ .

### 3. Regulacja pozioma i pionowa toru wózka pomiarowego

Badanie przebiegu osi celowej powinno być poprzedzone regulacją położenia odcinków toru ( $t$ ) w planie i w profilu. Ułożenie w planie i w profilu odcinków szyny wykonywane jest w odniesieniu do dwóch płaszczyzn: poziomej i pionowej, metodą kolejnych przybliżeń. Płaszczyzny te wyznaczone są w przestrzeni pomiarowej za pomocą sprawdzonych i zrektyfikowanych instrumentów geodezyjnych: teodolitu i niwelatora.

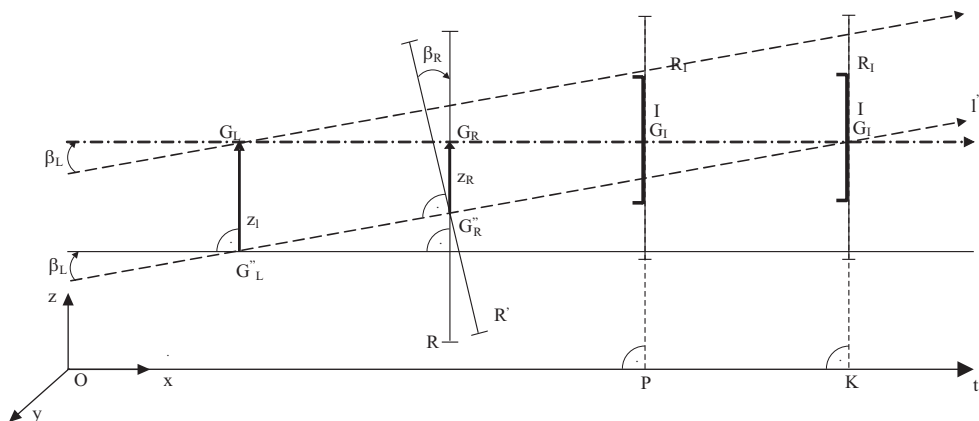
Poziomość linii  $PK$  oraz poszczególnych 4-metrowych odcinków toru  $t$  realizowana jest za pomocą spoziomowanego precyzyjnego niwelatora ustawionego w równych odległościach od punktów  $P$  i  $K$ , na podstawie odczytów wykonanych na precyzyjnych podziałkach niwelacyjnych. Równość średnich odczytów  $o_p = o_k$ , otrzymanych z obu podziałek ustawionych na końcach wszystkich odcinków, potwierdza poziomość toru ( $t$ ). Równość odczytów realizujemy za pomocą śrub ruchu pionowego podpór szyny ( $t$ ). Ułożenie osi poszczególnych odcinków toru ( $t$ ) wzdłuż poziomej prostej wykonywane jest z tolerancją mniejszą niż  $\pm 0,5$  mm, gdyż takie ułożenie osi toru umożliwia zwiększenie zakresu pomiarowego użytego do badań interferometru laserowego. Poziomość linii przechodzącej przez punkty końcowe toru, tj.  $P$  i  $K$ , realizowana jest z dokładnością większą niż  $\pm 0,05$  mm. Równocześnie z ułożeniem toru w profilu regulujemy jego położenie w planie za pomocą zamocowanego na kolumnie  $S_o$  badanego teodolitu zorientowanego na kreskę pionową kolimatora  $K_o$ . Poziome położenie toru ustala się na podstawie wyników pomiaru strzałek  $\delta_i$  przy dwóch położeniach lunety teodolitu. Równość strzałek  $\delta_p = \delta_k$  dla każdego odcinka toru, realizowana jest za pomocą śrub ruchu poziomego podpór ( $P_i$ ) szyny ( $t$ ).

## 4. Procedura badania stałości osi celowej teodolitów i tachimetrów

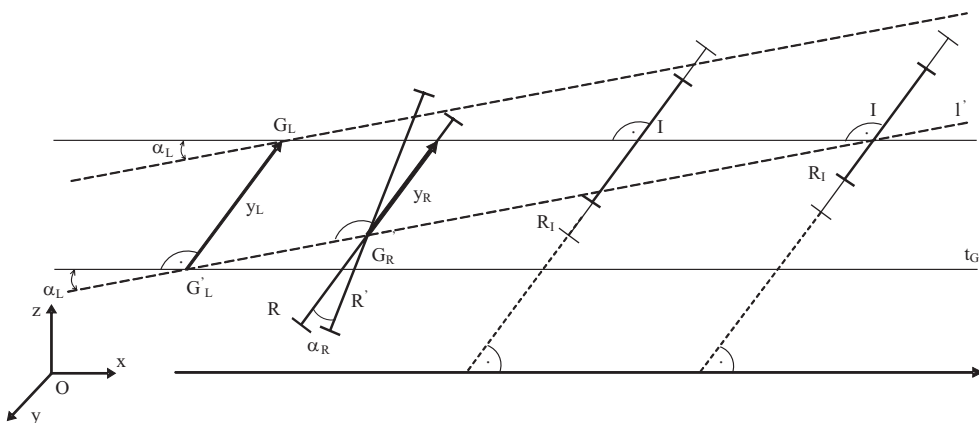
### 4.1. Wprowadzenie

Badanie stałości osi celowej teodolitów i tachimetrów przy obecnym stanie wyposażenia technicznego interferencyjnego systemu pomiarowego, zamontowanego w Geodezyjnym

Laboratorium Metrologicznym AGH, realizowane jest w dwóch etapach. W pierwszym etapie badana jest stałość osi celowej w płaszczyźnie pionowej, a w drugim – stałość osi celowej w płaszczyźnie poziomej.



**Rys. 2.** Geometryczna interpretacja realizacji warunku równoległości promienia laserowego do płaszczyzny poziomej przechodzącej przez oś  $t$ :  $\beta_L$  – skręcenie promienia laserowego w płaszczyźnie pionowej,  $l$  – interferometr,  $z_L$  – przemieszczenie pionowe punktu głównego lasera  $G_L$  do prostej  $l \parallel t$ ,  $P$  – punkt początkowy odcinka toru  $t$ ,  $\beta_R$  – skręcenie płaszczyzny czołowej reflektora  $R$  w płaszczyźnie pionowej,  $K$  – punkt końcowy odcinka toru  $t$ ,  $z_R$  – przemieszczenie pionowe punktu głównego reflektora  $R$ ,  $Oxyz$  – przestrzenny układ odniesienia,  $\beta_R = \beta_L$ ,  $G_L$  – punkt główny lasera,  $G_R$  – punkt główny reflektora,  $t_G$  – prosta równoległa do osi toru  $t$  przechodząca przez punkt główny  $G_L$  lasera  $C$



**Rys. 3.** Geometryczna interpretacja realizacji warunku równoległości promienia laserowego do płaszczyzny pionowej przechodzącej przez oś  $t$ :  $\alpha_L$  – skręcenie promienia laserowego w płaszczyźnie pionowej,  $l$  – interferometr,  $y_L$  – przemieszczenie poziome punktu głównego lasera  $G_L$  do prostej  $l \parallel t$ ,  $P$  – punkt początkowy toru  $t$ ,  $\alpha_R = \alpha_L$ ,  $Oxyz$  – przestrzenny układ odniesienia,  $y_R$  – przemieszczenie poziome punktu głównego reflektora  $R$ ,  $G_L$  – punkt główny lasera,  $G_R$  – punkt główny reflektora,  $R_I$  – reflektor interferometru,  $t_G$  – linia równoległa do osi toru  $t$  przechodząca przez punkt główny  $G_L$  lasera

Każdy z tych etapów badawczych poprzedzany jest przygotowaniem systemu (laser + interferometr + pryzmat) do pomiaru zmian położenia osi celowej badanych instrumentów. Przygotowanie to, zwane strojeniem układu interferencyjnego, polega na doprowadzeniu do równoległości promienia laserowego  $l$  z linią poziomą  $PK$  wyznaczającą oś toru ( $t$ ), po którym porusza się wózek ( $W$ ) z pryzmatem ( $R_I$ ), interferometrem  $I$ , podziałką pomiarową ( $C$ ) i mikroskopem ( $M$ ). Zasadę strojenia układu w dwóch prostopadłych płaszczyznach (pionowej i poziomej) przedstawiono na rysunkach 2 i 3.

#### 4.2. Przygotowanie interferencyjnego systemu pomiarowego i badanego instrumentu do wyznaczania zmian osi celowej w płaszczyźnie pionowej

Po regulacji toru ( $t$ ) w płaszczyźnie pionowej i poziomej oraz doprowadzeniu do równości odczytów  $o_p = o_k$  w płaszczyźnie pionowej i równości strzałek  $\delta_p = \delta_k$  w płaszczyźnie poziomej wykonujemy strojenie w płaszczyźnie pionowej układu interferencyjnego, tj. lasera ( $L$ ), pryzmatu ( $R$ ) oraz zamocowanych na wózku pomiarowym ( $W$ ): pryzmatu ( $R_I$ ) z interferometrem ( $I$ ). Dokładność strojenia wzdłuż całego 30-metrowego odcinka pomiarowego  $PK$  toru  $t$ , po którym porusza się wózek pomiarowy, sygnalizowana jest liczbą podającą w procentach moc sygnału pomiarowego. Liczba ta wyświetlana jest na monitorze komputera sprzężonego z interferometrem laserowym. Punkty  $P$  i  $K$  wyznaczają w przestrzeni punkty przecięcia kresek 0 m i 30 m z krawędzią wstęgi ruletki inwarowej. Ruletka ta, naciągana z siłą 50 N, ułożona jest poziomo na podporach (rolkach) wzdłuż osi toru ( $t$ ). Kreska zerowa tego przymiaru umieszczana jest w odległości  $d_o = (d_{\min} + a)$  od osi głównej ( $TT'$ ) badanego instrumentu. Precyzyjne doprowadzenie do równoległości promienia laserowego ( $l''$ ) z osią toru ( $t$ ) w płaszczyźnie pionowej realizowane jest za pomocą systemu pomiarowego interferometru laserowego drogą kolejnych przybliżeń. W tym celu uruchamiamy program komputerowy firmy Hewlett-Packard do wyznaczania przemieszczeń pryzmatu ( $R_I$ ) w płaszczyźnie pionowej. Nastawiamy oś mikroskopu ( $M$ ) zamocowanego na wózku pomiarowym ( $W$ ) nad punktem  $K$  i zerujemy licznik interferometru laserowego. Za pomocą śruby mikrometrycznej ( $s_p$ ) suportu poziomego ( $S_p$ ) układu pomiarowego wózka ( $W$ ) naprowadzamy dwukrotnie oś mikroskopu na punkt  $K$  i rejestrujemy przemieszczenia pionowe punktu głównego ( $G_I$ ) pryzmatu ( $R_I$ ) i interferometru  $I$ . Następnie przesuwamy wózek pomiarowy do punktu  $P$  i podobnie jak w punkcie  $K$  wyznaczamy przemieszczenia pionowe pryzmatu ( $R_I$ ), a także podziałki ( $C$ ). Jeżeli średnie przemieszczenie pionowe układu pomiarowego pryzmatu ( $R_I$ ) i podziałki ( $C$ ) spełniają zależność  $h_p \neq h_k$ , gdzie  $h_k \cong 0$ , to doprowadzenie do warunku  $h_p = h_k$  realizujemy drogą kolejnych przybliżeń za pomocą śrub do przemieszczania i pochylania w płaszczyźnie pionowej lasera ( $L$ ) i pryzmatu ( $R$ ). Geometryczną interpretację realizacji tego warunku przedstawiono na rysunku 2. Czynność tę powtarzamy kilkakrotnie, przemieszczając wózek pomiarowy na punkty  $K$  i  $P$ , aż do momentu uzyskania zgodności średnich przemieszczeń pryzmatu ( $R_I$ ) z tolerancją  $\pm 5 \mu\text{m}$  (wówczas odchylenie promienia laserowego  $l$  od prostej  $PK$  w płaszczyźnie pionowej nie przekroczy  $0,1''$ ). Warunek ten matematycznie zapisujemy w postaci  $h_p = h_k \pm 5 \mu\text{m}$ .

Poziomość osi celowej lunety badanego instrumentu określamy na podstawie kąta zenitalnego ( $z_s$ ) (mierzonego w dwóch seriach przy dwóch położeniach lunety) do siatki kresek zogniskowanego na nieskończoność kolimatora  $K_o$ . Oś tego kolimatora oraz oś główna badanego teodolitu wyznaczają płaszczyznę pionową przechodzącą przez oś toru ( $t$ ).

Na podstawie zaobserwowanych  $z'_s$  i  $z''_s$  obliczamy średni błąd miejsca zera  $\varepsilon$  badanego instrumentu oraz średnie kąty zenitalne ( $z'_{sr}$  i  $z''_{sr}$ ) wolne od tego błędu dla pierwszego i drugiego położenia lunety, przy których oś celowa lunety jest pozioma:

$$\varepsilon = \sum [(z'_s + z''_s) - s \cdot 200^g] / 2s,$$

$$z'_{sr} = (100^g - \varepsilon),$$

$$z''_{sr} = (300^g - \varepsilon).$$

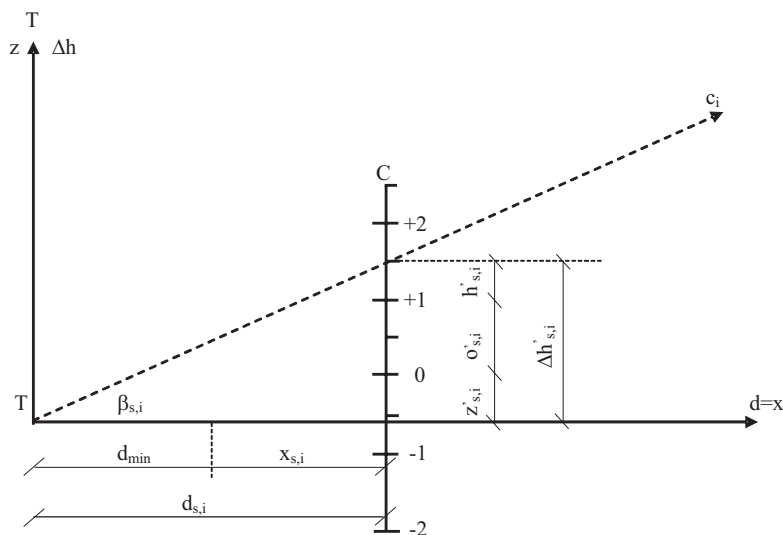
Wyznaczenie średnich kątów zenitalnych  $z'_{sr}$  i  $z''_{sr}$  określających poziome celowe dla pierwszego i drugiego położenia lunety kończy cykl przygotowawczy przed badaniem stałości celowej lunety w płaszczyźnie pionowej.

### 4.3. Badanie stałości osi celowej teodolitów i tachimetrów w płaszczyźnie pionowej

Do obserwacji przemieszczeń osi celowej w tym systemie wykorzystywana jest podziałka pomiarowa (C) o długości 100 mm z precyzyjnym podziałem milimetrycznym, która zastępuje tarczę celowniczą. Długości odcinków zawartych między kreskami tej podziałki zostały wyznaczone z bardzo wysoką dokładnością drogą komparacji za pomocą interferometru laserowego. Linijka ta przymocowana jest do pionowego suportu ( $S_C$ ) sprzęgniętego z suportem reflektora i interferometru ( $S_R$ ) osadzonym na wózku pomiarowym  $W$  (rys. 1). Pierwszy z nich ( $S_C$ ) umożliwia przemieszczanie pionowe podziałki pomiarowej (C) względem pryzmatu ( $R_I$ ), a drugi ( $S_R$ ) umożliwia równoczesne przemieszczanie pionowe pryzmatu ( $R_I$ ) i podziałki (C).

Przemieszczenia osi celowej instrumentu w płaszczyźnie pionowej mierzymy w dwóch seriach różniących się między sobą położeniem lunety. W każdej serii pomiar wykonywany jest w dwóch kierunkach, tj. od punktu  $P$  do punktu  $K$  oraz od punktu  $K$  do punktu  $P$ . Cykl obserwacyjny rozpoczynamy przy drugim położeniu lunety, gdy oś mikroskopu  $M$  pokrywa się z punktem  $P$ , gdyż strojenie instrumentu zakończono w tym położeniu lunety. Nastawiamy na kręgu pionowym odczyt ( $z''_{sr}$ ), przy którym oś celowa lunety jest pozioma. Ogniskujemy lunetę badanego instrumentu na  $d_\infty$  i sprawdzamy, czy kreska pozioma kolimatora pokrywa się z kreską poziomą badanego instrumentu. Jeżeli kreski te nie pokrywają się, to warunek ten realizujemy za pomocą śruby pochyłeń osi kolimatora ( $K_o$ ). Kreska pozioma kolimatora stanowi linię odniesienia dla kontroli stałości położenia lunety instrumentu w czasie prowadzonych badań jego osi celowej w płaszczyźnie pionowej. Następnie

ogniskujemy badaną lunetę na podziałkę pomiarową (C). Za pomocą pokrętła suportu pionowego podziałki pomiarowej (C) naprowadzamy jej kreskę środkową na oś celową lunety. Uruchamiamy interferencyjny system pomiarowy, zerujemy licznik interferometru laserowego (I) i dla każdego punktu pomiarowego  $x_{s,i}$  zaznaczonego na ruletce nastawiamy ostrość podziałki pomiarowej (C) za pomocą soczewki ogniskującej badanej lunety. Następnie mierzymy dwukrotnie przemieszczenie pionowe  $z_{s,i}$  pryzmatu ( $R_i$ ) i interferometru I spowodowane deformacją toru w punkcie  $x_{s,i}$  oraz przemieszczenie pionowe  $h_{s,i}$  suportu pryzmatu ( $R_i$ ) związane z naprowadzeniem najbliższej kreski podziałki pomiarowej (C) na oś celową lunety. Po każdym naprowadzeniu rejestrujemy odczyt  $o_{s,i}$  z podziałki (C) i odczyt interferometru laserowego  $h_{s,i}$  (rys. 4).



**Rys. 4.** Schemat wyznaczenia kątów skręceń osi celowej lunety w płaszczyźnie pionowej: C – podziałka pomiarowa,  $\Delta h'_{s,i}$  – średnie przemieszczenie osi celowej w płaszczyźnie pionowej dla celu w odległości  $d_{s,i}$  od osi głównej instrumentu T w serii s,  $z'_{s,i}$  – deformacja pionowa toru wózka w punkcie i,  $o'_{s,i}$  – odległość kreski identyfikacyjnej od kreski „0” na podziałce C,  $h'_{s,i}$  – średnie przemieszczenie kreski identyfikacyjnej podziałki C od osi celowej  $c_i$  w odległości  $d_{s,i}$ ,  $\beta_{s,i}$  – skręcenie osi celowej w odległości  $d_{s,i}$  od osi głównej instrumentu T, względem osi celowej  $TC_0 = d_{\min}$ ,  $c_0$  – kierunek osi celowej w płaszczyźnie pionowej dla celowej o długości  $d_{\min}$ ,  $c_i$  – kierunek osi celowej w płaszczyźnie pionowej dla celowej o długości  $d_i$

Po każdej serii pomiarowej ogniskujemy lunetę instrumentu na  $d_{\infty}$  i sprawdzamy, czy celowa pokrywa się z kreską poziomą kolimatora, dla stwierdzenia stałości instrumentu w czasie wykonywanych badań.

Zarejestrowane w komputerze odczyty dla 30 punktów pomiarowych rozmieszczonych w interwale co jeden metr, licząc od punktu P, dla dwóch położenia lunety badanego instrumentu z równoczesną rejestracją temperatury, ciśnienia i wilgotności środowiska pomiarowego, umożliwiając obliczenie liniowych, a na ich podstawie kątowych zmian osi celowej lunety w płaszczyźnie pionowej.



#### 4.4. Przygotowanie interferencyjnego systemu pomiarowego i badanego instrumentu do wyznaczania zmian osi celowej w płaszczyźnie poziomej

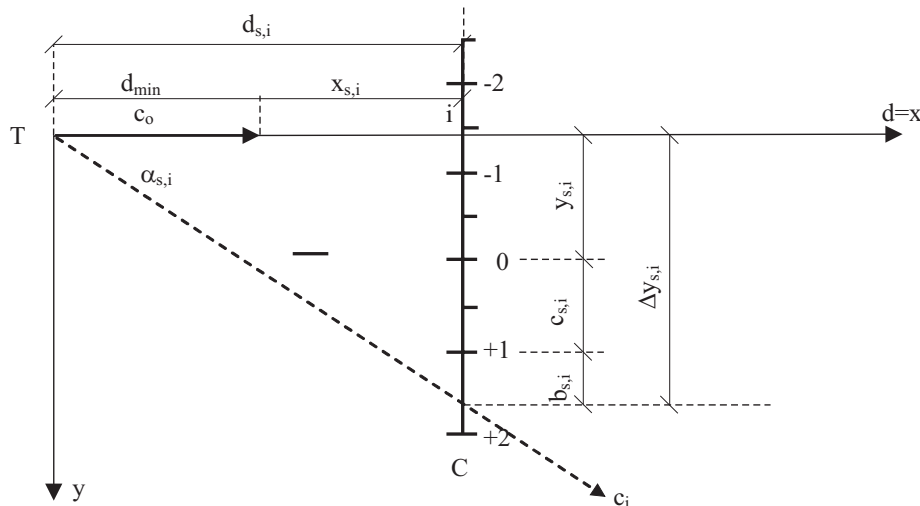
W pierwszej kolejności zmieniamy na wózku pomiarowym położenie pryzmatu ( $R_I$ ), interferometru ( $I$ ) i linijki pomiarowej ( $C$ ) z pozycji pionowych na pozycje poziome, a także zamocowanie stałego w czasie pomiaru pryzmatu ( $R$ ). Następnie stroimy układ interferencyjny, tj. doprowadzamy do równoległości promień lasera  $l$ , z osią toru  $t$  wyznaczoną przez punkty  $P$  i  $K$ . Warunek ten realizujemy w podobny sposób jak przy strojeniu w płaszczyźnie pionowej. Skręcenie poziome ( $\Delta\alpha_L$ ) i przemieszczenie poziome lasera ( $y_L$ ) oraz skręcenie poziome ( $\alpha_R$ ) i przemieszczenie poziome ( $y_R$ ) reflektora  $R$ , przedstawione na rysunku 3, usuwane jest za pomocą odpowiednich śrub i suportów zamocowanych przy laserze i reflektorze ( $R$ ). Strojenie to wykonywane jest metodą kolejnych przybliżeń aż do momentu uzyskania na punktach  $P$  i  $K$  zgodności odczytów z interferometru z tolerancją  $\pm 5 \mu\text{m}$ , co możemy zapisać w postaci warunku:  $y_p = y_k \pm 5 \mu\text{m}$ , (wtedy odchylenie promienia laserowego od prostej  $t$  w płaszczyźnie poziomej nie przekroczy  $0,1''$ ).

#### 4.5. Badanie stałości osi celowej lunety teodolitu w płaszczyźnie poziomej

W celu przeprowadzenia badań ogniskujemy lunetę badanego instrumentu na  $d_\infty$  i celujemy jego kreską pionową na kreskę pionową kolimatora ( $K_0$ ). Kreska pionowa kolimatora wyznacza w przestrzeni pomiarowej linię odniesienia do kontroli stabilności badanego instrumentu podczas procesu badawczego. Przesuwamy wózek pomiarowy do punktu  $P$  i ogniskujemy lunetę badanego instrumentu na podziałkę pomiarową ( $C$ ), której odległość od osi głównej badanego instrumentu wynosi  $d_{\min}$  (rys. 5). W tym momencie oś celowa lunety wyznacza w przestrzeni pomiarowej linię odniesienia dla wyznaczanych przemieszczeń poziomych spowodowanych ogniskowaniem lunety. Za pomocą suportu poziomego tej podziałki przesuwamy jej środek na oś celową lunety. Zerujemy licznik interferometru laserowego i dla każdego punktu pomiarowego  $x_{s,i}$  nastawiamy na ostrość obraz podziałki ( $C$ ), a następnie dwukrotnie naprowadzamy najbliższą kreskę podziałki na oś celową lunety, rejestrując odczyty w analogiczny sposób jak dla pomiarów w płaszczyźnie pionowej. Pomiar ten wykonujemy również w dwóch kierunkach i przy dwóch położeniach lunety z równoczesną rejestracją temperatury, ciśnienia i wilgotności. Po każdej serii pomiarowej ogniskujemy lunetę na  $d_\infty$ . Sprawdzamy, czy oś celowa pokrywa się z kreską pionową kolimatora w celu stwierdzenia stałości instrumentu w czasie badania osi celowej jego lunety.

Otrzymany zbiór obserwacji umożliwia wyznaczenie liniowych i kątowych zmian osi celowej w płaszczyźnie poziomej.





**Rys. 5.** Schemat wyznaczenia kątów skręceń osi celowej lunety w płaszczyźnie poziomej: C – podziałka pomiarowa,  $\Delta y_{s,i}$  – średnie przemieszczenie osi celowej lunety w płaszczyźnie pionowej dla celu w odległości  $d_{s,i}$  od osi głównej instrumentu T w serii s,  $y_{s,i}$  – deformacja pionowa toru t wózka T w punkcie i,  $c_{s,i}$  – odległość kreski identyfikacyjnej od kreski „0” na podziałce C,  $b_{s,i}$  – średnie przemieszczenie kreski identyfikacyjnej podziałki C od osi celowej  $c_i$  w odległości  $d_{s,i}$ ,  $\alpha_{s,i}$  – średnie skręcenie osi celowej lunety w płaszczyźnie poziomej w odległości  $d_{s,i}$  liczone od (określonej dla  $d_{\min}$ ) długości osi celowej  $c_0$ ,  $c_0$  – kierunek osi celowej w płaszczyźnie poziomej dla odległości  $d_{\min}$ ,  $c_i$  – kierunek osi celowej w płaszczyźnie poziomej wyznaczony dla odległości  $d_i$

## 5. Ustalenie kryteriów stałości osi celowej instrumentów do pomiarów kątowych

Na podstawie pomiaru deformacji toru i przemieszczeń osi celowej instrumentu w płaszczyznach: pionowej i poziomej otrzymujemy następujące zbiory obserwacji liniowych:

- $H = \{(d'_{s,i}, z'_{s,i}, h'_{s,i}), (d''_{s,i}, z''_{s,i}, h''_{s,i})\}$  – zbiór długości celowych badanego instrumentu i odpowiadających im deformacji toru i przemieszczeń pionowych osi celowej instrumentu, przy pierwszym i drugim położeniu lunety w dwóch seriach;
- $Y = \{(d'_{s,i}, b'_{s,i}, y'_{s,i}), (d''_{s,i}, b''_{s,i}, y''_{s,i})\}$  – zbiór długości celowych badanego instrumentu i odpowiadających im deformacji i przemieszczeń poziomych osi celowej przy pierwszym i drugim położeniu lunety w dwóch seriach.

Obserwacje zawarte w zbiorach H i Y obarczone są tylko błędami interferencyjnego systemu pomiarowego oraz błędem naprowadzania kreski podziałki (C) na oś celową lunety (błędem celowania). Wyznaczone z tych obserwacji przemieszczenia osi celowej w dwóch płaszczyznach oraz długości celowych umożliwiają wyznaczenie zbioru średnich kątów skręceń osi celowej w płaszczyźnie pionowej  $B = \{\beta_{1,i}, \beta_{2,i}\}$  (rys. 4) oraz zbioru średnich kątów skręceń osi celowej w płaszczyźnie poziomej  $A = \{\alpha_{1,i}, \alpha_{2,i}\}$  (rys. 5).

Kąty te obliczamy z zależności:

$$\operatorname{tg} \beta_{s,i} = \Delta h_{s,i} / d_{s,i} \quad \wedge \quad \operatorname{tg} \alpha_{s,i} = \Delta y_{s,i} / d_{s,i},$$

$$\beta_{s,i} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \Delta h_{s,i} / d_{s,i} \quad \wedge \quad \alpha_{s,i} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \Delta y_{s,i} / d_{s,i},$$

$$\Delta h_{s,i} = 2 (\Delta h'_{s,i} + \Delta h''_{s,i}) \quad \wedge \quad \Delta y_{s,i} = 2 (\Delta y'_{s,i} + \Delta y''_{s,i}),$$

$$\Delta h'_{s,i} = c'_{s,i} + h'_{s,i} + \Delta z'_{s,i} \quad \wedge \quad \Delta y'_{s,i} = c'_{s,i} + y'_{s,i} + b'_{s,i},$$

$$\Delta h''_{s,i} = c''_{s,i} + h''_{s,i} + z''_{s,i} \quad \wedge \quad \Delta y''_{s,i} = c''_{s,i} + y''_{s,i} + b''_{s,i},$$

$$d_{s,i} = x_{s,i} + d_{\min},$$

gdzie:

- $\Delta h_{s,i}$  – średnie przemieszczenie osi celowej w płaszczyźnie pionowej w odległości  $d_{s,i}$  od osi głównej instrumentu z serii  $s$ ,
- $\Delta y_{s,i}$  – średnie przemieszczenie końca osi celowej w płaszczyźnie poziomej w odległości  $d_{s,i}$  od osi głównej instrumentu z serii  $s$ ,
- $c_{s,i}$  – odległość kreski podziałki (C) przesuwanej na oś celową badanej lunety od kreski zerowej tej podziałki,
- $h_{s,i}$  – przemieszczenie pionowe zidentyfikowanej kreski  $c_{s,i}$  względem osi celowej badanej lunety,
- $z_{s,i}$  – wielkość deformacji pionowej toru wózka,
- $b_{s,i}$  – wielkość deformacji pozioma toru wózka,
- $x_{s,i}$  – odległość  $i$ -tego punktu pomiarowego od kreski zerowej ruletki,
- $d_{\min}$  – minimalna długość osi celowej pomierzona ruletką wzorcową,
- $s$  – wskaźnik serii pomiarowej,  $s \in \{1,2\}$ .

Na podstawie wstępnej analizy dokładnościowej podanych wzorów autorzy niniejszego artykułu ustalili, że istotny wpływ na dokładność wyznaczanych kątów skręceń osi celowej ( $\alpha_i, \beta_i$ ) mają błędy mierzonych przemieszczeń pionowych  $\Delta h_i$  i poziomych  $\Delta y_i$  oraz odczytów określających odległość kresek  $b_{s,i}$  i  $c_{s,i}$  od kreski zerowej podziałki (C), natomiast pomiar odległości  $d_i$  może być wykonany z błędem  $m_d \leq 1$  mm, bowiem błąd wyznaczenia długości celowej  $m_d$  równy 1 mm powoduje, że błąd wyznaczanego kąta  $\alpha_i$  lub  $\beta_i$  wzrasta tylko o  $0,01^{\text{cc}}$ . Błędy wyznaczenia przemieszczeń osi celowej są funkcją błędu naprowadzenia kreski podziałki na oś celową lunety  $m_{cr}$  błędu pomiaru przemieszczenia osi celowej w stosunku do najbliższej kreski podziałki  $m_p$  i wyznaczenia wcześniej poprawki komparacyjnej tej kreski za pomocą interferometru laserowego  $m_i$ .

Skręcenia osi celowej przedstawiamy na wykresach. Jako kryterium istotności skręceń osi celowej w płaszczyźnie poziomej przyjmujemy błąd graniczny wyznaczenia kąta poziomego  $\alpha_i$ , a dla skręceń w płaszczyźnie pionowej – błąd graniczny wyznaczenia kąta pionowego  $\beta_i$ . Błędy graniczne wyznaczamy na podstawie zbiorów różnic  $\{\Delta\alpha_i\}$  i  $\{\Delta\beta_i\}$  średnich kątów poziomych i pionowych, obliczonych na podstawie pierwszej i drugiej serii pomiarów liniowych wykonanych interferometrem laserowym. Ponieważ różnice kątów zawarte

w tych zbiorach mogą być obciążone czynnikiem systematycznym, przed obliczaniem błędów, za pomocą kryterium Abbego [1], badamy występowanie tego czynnika. W tym celu dla każdego z tych zbiorów układamy po dwa równania w postaci:

$$U = \sum (\Delta_i)^2,$$

$$W = \sum (\Delta_i - \Delta_{i+1})^2,$$

gdzie przez  $\Delta_i$  i  $\Delta_{i+1}$  oznaczono różnice kątów zawarte w jednym z wymienionych zbiorów.

Na podstawie tego układu równań obliczamy

$$\sum (\Delta_i \times \Delta_{i+1}) = \frac{1}{2}(2U - W).$$

Jeżeli dla obu zbiorów różnic kątów spełniony jest warunek

$$\sum (\Delta_i \times \Delta_{i+1}) = 0,$$

to różnice kątów w tych zbiorach są przypadkowe i wówczas błędy graniczne wyznaczamy z zależności:

$$m_{\alpha,gr} = \pm 3 m_{\alpha} \quad \wedge \quad m_{\beta,gr} = \pm 3 m_{\beta},$$

$$m_{\alpha} = m_{\Delta\alpha} / \sqrt{2} \quad \wedge \quad m_{\beta} = m_{\Delta\beta} / \sqrt{2},$$

$$m_{\Delta\alpha} = \pm \sqrt{\sum (\Delta_{\alpha,i})^2 / n} \quad \wedge \quad m_{\Delta\beta} = \pm \sqrt{\sum (\Delta_{\beta,i})^2 / n},$$

$$\Delta\alpha_i = (\alpha_{2,i} - \alpha_{1,i}) \quad \wedge \quad \Delta\beta_i = (\beta_{2,i} - \beta_{1,i}).$$

Jeżeli dla któregośkolwiek z wymienionych zbiorów różnic kątów spełniony jest warunek

$$\sum (\Delta_i \times \Delta_{i+1}) \neq 0,$$

to wnioskujemy, że występuje w nim czynnik systematyczny  $\eta$ . Czynnik ten obliczamy z zależności

$$\eta = \sum (\Delta_i / n).$$

Błąd różnicy kątów poziomych lub pionowych obliczamy z ogólnej zależności

$$m_{\Delta k} = \pm \sqrt{\sum (\Delta_i - \eta)^2 / (n - 1)}, \quad \text{gdzie } k \in \{\alpha, \beta\}.$$

Po wyznaczeniu błędów uzupełniamy wykresy skreń osi celowej o linie błędów granicznych. Na podstawie graficznej prezentacji otrzymanych wyników możemy wnioskować o stałości osi celowej lunety badanego instrumentu. Jeżeli wszystkie punkty z obu wy-

kresów leżą wewnątrz wstęgi błędów granicznych, to wnioskujemy z prawdopodobieństwem  $P(c) = 99,7\%$ , że oś celowa instrumentu jest stała. Warunek stałości osi celowej lunety możemy zapisać również matematycznie w postaci

$$(\forall_{i \in n} \alpha_i < m_{\alpha, gr} \wedge \forall_{i \in n} \beta_i < m_{\beta, gr}) \Rightarrow c = \text{constans.}$$

Jeżeli chociażby jeden punkt z obu wykresów leży poza wstęgą błędów granicznych, wówczas wnioskujemy o niestałości osi celowej, co matematycznie zapisujemy w postaci

$$(\exists_{i \in n} \alpha_i > m_{\alpha, gr} \vee \exists_{i \in n} \beta_i > m_{\beta, gr}) \Rightarrow c \neq \text{constans.}$$

Jeżeli oś celowa badanego instrumentu nie jest stała, to do pomierzonych w jednym położeniu lunety kątów należy wprowadzić poprawki jako funkcje odległości celu od osi głównej instrumentu. Poprawki te autorzy proponują obliczać z zależności

$$v_{k,i} = k_o - k_i,$$

gdzie:

- $k_o$  – kąt poziomy lub pionowy skręcenia osi celowej lunety, obliczony dla odległości  $d_{\min}$ ,
- $k_i$  – kąt poziomy lub pionowy skręcenia osi celowej lunety, obliczony dla odległości  $d_i$ .

Błędy niestałości osi celowej lunety badanych teodolitów i tachometrów, zarówno klasycznych, jak i elektronicznych, mogą mieć zarówno charakter przypadkowy, systematyczny, jak i systematyczno-przypadkowy, dlatego funkcje opisujące te błędy mogą mieć różną postać:

- liniową:  $f(x) = ax + b$ ,
- paraboliczną:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,
- okresową:  $f(x) = a_0 + a_1 \sin x + a_2 \sin 2x + \dots + b_0 + b_1 \cos x + b_2 \cos 2x + \dots +$ ,
- harmoniczną:  $f(x) = ax + b + c \sin x$ .

Ostateczny charakter funkcji opisującej oś celową lunety zostaje ustalony drogą aproksymacji na podstawie badań empirycznych zrealizowanych dla szerszego zakresu długości celowych. Wyznaczona funkcja umożliwi obliczanie poprawek do kątów mierzonych przy jednym położeniu lunety kątów o różnej długości ramion. Należy zaznaczyć, że funkcje opisujące położenie osi celowej lunety każdego instrumentu mogą się zmieniać wskutek wieloletniej eksploatacji każdego instrumentu.

## 5. Podsumowanie

Zaproponowana metodyka badania stałości osi celowej instrumentów geodezyjnych do pomiarów kątowych bazuje na wielkościach liniowych pomierzonych z wysoką precyzją interferometrem laserowym. W metodzie tej wyeliminowane zostały obserwacje wykonywane

---

za pomocą systemu odczytowego badanych instrumentów, co w istotnym stopniu zwiększyło dokładność wyznaczanych przemieszczeń tej osi. Przedstawiona technologia badań dzięki zastosowaniu zaproponowanej podziałki (C) umożliwia wykorzystanie interferometru laserowego do wyznaczania z wysoką precyzją wielkości przemieszczeń wykraczających poza jego wąski zakres pomiarowy.

### Literatura

- [1] Łoś A.: *Rachunek wyrównawczy*. Warszawa – Kraków, PWN 1973