

ANALIZA CZASOWO-CZĘSTOTLIWOŚCIOWA AKUSTYCZNYCH OBRAZÓW FALOWYCH ZA POMOCĄ TRANSFORMATY FALKOWEJ

**Time-frequency analysis of acoustic full waveforms
using wavelet transform**

Kamila WAWRZYNIAK

*Akademia Górniczo-Hutnicza;
Wydział Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska, Zakład Geofizyki,
al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków;
e-mail: wawrzyniak@geol.agh.edu.pl*

Treść: Interpretacja akustycznych obrazów falowych opiera się na identyfikacji fal sprężystych rejestrowanych w otworze. Problem z określeniem czasów przyścia i trwania pakietów falowych może być rozwiązany dzięki zastosowaniu analiz czasowo-częstotliwościowych, takich jak transformata falkowa. Do rozdzielania pola falowego rejestrowanego na akustycznych obrazach falowych zastosowano dyskretną i ciągłą transformatę falkową. Prowadzone badania dowiodły, że z uwagi na nieduże zróżnicowanie częstotliwości w pakietach fal P i S dyskretna transformata falkowa nie nadaje się do rozwiązania postawionego zadania. Jest za to bardzo dobrym narzędziem do odfiltrowania szumów z rejestrowanych sygnałów. Wykorzystanie ciągłej transformaty falkowej, która charakteryzuje się większą rozdzielczością, daje szansę na wydzielenie fal z akustycznych obrazów falowych.

Słowa kluczowe: analiza czasowo-częstotliwościowa, transformata falkowa, fale sprężyste, akustyczne obrazy falowe

Abstract: Interpretation of acoustic full waveforms is based on identification of elastic waves recorded in boreholes. Determination of arrival time and duration of wave packets can be solved using time-frequency analyses such as wavelet transform. Discrete and continuous wavelet transform were applied to decomposition of wave field. Research showed that discrete wavelet transform is not a proper tool to solving the problem. However, it allows denoising signals. Research on continuous wavelet transform, which has better resolution, are carried out and gives a chance to decompose wave filed into separate waves.

Key words: time-frequency analysis, wavelet transform, elastic waves, acoustic full waveforms

WSTĘP

Profilowanie akustyczne z pełnym obrazem falowym dostarcza bogatej informacji o ośrodku geologicznym dzięki rejestracji w otworze różnych typów fal sprężystych. Ilość otrzymanywanych informacji z jednej strony daje duże możliwości wykorzystania, z drugiej natomiast wiele problemów interpretacyjnych. Jedną z głównych kwestii analizy akustycznych obrazów falowych jest rozpoznanie i detekcja fal sprężystych powstających w otworze. Pomimo że natura propagacji fal sprężystych w otworze jest dobrze poznana (Paillet & White 1982, Minear & Fletcher 1983, Bała 1988, Jarzyna 1989, Paillet *et al.* 1992), to skomplikowany charakter obrazów falowych często utrudnia przeprowadzenie poprawnej interpretacji.

Złożoność obrazów falowych wynika z interferencji fal. Zjawisko nakładania na siebie fal użytecznych (np. przyjście fali S przed wygaśnięciem fali P) jest dodatkowo skomplikowane poprzez inne fale powstające w otworze. Przykładem jest fala pseudo-Rayleigha, zakłócająca akustyczne obrazy falowe, która interferuje z użyteczną falą poprzeczną. Szansę na rozdzielenie pola falowego stwarzają przekształcenia czasowo-częstotliwościowe. Należą do nich transformacja falkowa, obecnie jedno z najpopularniejszych i najdynamiczniej rozwijanych narzędzi analizy sygnałów niestacjonarnych (Daubechies 1992, Kaiser 1994, Mallat 1998, Białasiewicz 2000, Augustyniak 2003).

Opisane przez autorkę badania były oparte na poniższych stwierdzeniach.

- W otworze podczas profilowania akustycznego powstają różne typy fal sprężystych: podłużne P, poprzeczne S, prowadzone: pseudo-Rayleigha, Stoneleya i *leaky modes* oraz inne fale, takie jak: odbite, wielokrotnie odbite czy dyfrakcyjne. Są one obserwowane na akustycznych obrazach falowych (Minear & Fletcher 1983, Bała 1988, Jarzyna 1989).
- Poszczególne typy fal różnią się od siebie prędkością rozchodzenia się w ośrodku, a tym samym – czasem pierwszego wstąpienia na obrazach falowych oraz pod względem charakterystyki częstotliwościowej (Bała & Jarzyna 1992).

Na ich podstawie sformułowano następującą tezę: różnicowanie czasowo-częstotliwościowe pozwala rozdzielić pole falowe na osobne fale za pomocą transformaty falkowej.

W pierwszym rozdziale artykułu krótko opisano znaczenie i zastosowanie w geofizyce profilowania akustycznego z pełnym obrazem falowym, przedstawiono sondę do wykonywania tego profilowania oraz scharakteryzowano fale obecne na akustycznych obrazach falowych. W dalszej części artykułu zawarto podstawy dyskretnej i ciągłej transformaty falkowej. W kolejnym punkcie przedstawiono metodykę badań i informacje na temat wykorzystanych danych. Kolejne rozdziały są poświęcone wykonanym badaniom: dyskretnej analizie falkowej, analizie częstotliwości pakietów fal P i S oraz ciągłej transformacie falkowej. Na koniec przedstawiono wnioski i zarys planowanych badań.

PROFILOWANIE AKUSTYCZNE Z PEŁNYM OBRAZEM FALOWYM

Profilowanie akustyczne PA (ang. *acoustic log*, *sonic log*) obejmuje szereg pomiarów w otworze, opierających się na zmianach prędkości rozchodzenia się fal sprężystych w ośrodku skalnym. W podstawowych pomiarach PA polega na detekcji pierwszego wstąpienia fali

podłużnej P generowanej w otworze i rejestracji czasów interwałowych DT. W przypadku profilowania akustycznego z pełnym obrazem falowym (ang. *full wavetrain acoustic log*, *full waveform acoustic log*) rejestrowane są różne typy fal sprężystych przychodzących do odbiorników sondy w pewnym przedziale czasowym, np. 4 ms. Taki sposób zapisu umożliwił rozszerzenie zastosowania PA (Minear & Fletcher 1983, Paillet *et al.* 1992, Jarzyna *et al.* 1999) do wyznaczenia własności sprężystych skał *in situ* (prędkości fal podłużnych i poprzecznych, dynamicznych modułów sprężystości), identyfikacji stref spękań i zeszczeniowania oraz tworzenia modelu prędkościowego ośrodka dla fal P i S do wykorzystania w procedurze AVO.

Opis sondy LSS

W Polsce profilowania akustyczne z pełnym obrazem falowym wykonywane są sondą LSS (*Long Spaced Sonic*) firmy Halliburton Energy Services (Fig. 1) (Gądek *et al.* 1999) i ostatnio sondą FWS (*Full Wave Sonic*) tej samej firmy (Baudzis 2002).

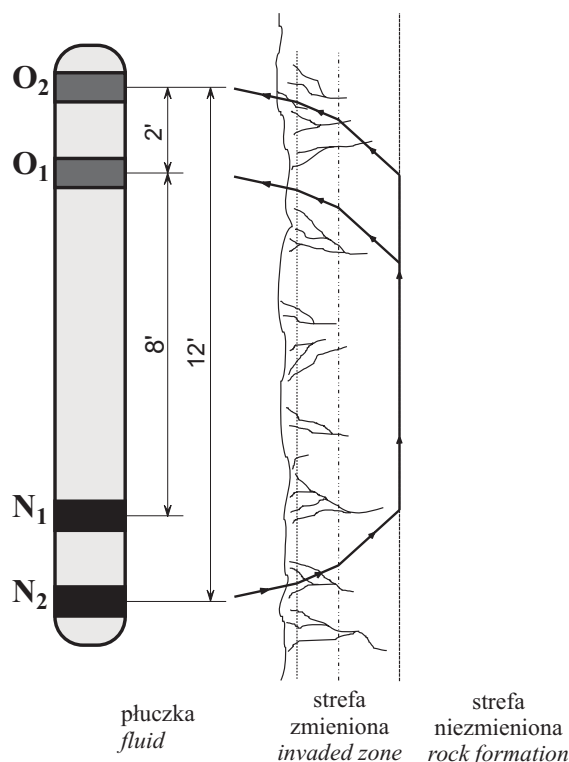


Fig. 1. Schemat sondy LSS. Zaznaczono rozstawy (odległości między nadajnikami i odbiornikami) oraz zasięg radialny penetracji ośrodka

Fig. 1. Diagram of LSS tool. Offsets (the distances between the transmitters and receivers) and the depth of penetration are shown

Sondy te pracują w otworach niezarurowanych. Sonda LSS posiada dwa magnetystrycyjne, wąskopasmowe nadajniki i dwa piezoelektryczne odbiorniki. Częstotliwość pracy nadajników wynosi 20 kHz. Sygnały są emitowane co 66 ms, czas pomiaru sygnału akustycznego wynosi 1100 próbek z krokiem 4 μ s. Krok przesuwania sondy w otworze jest równy 0.5 stopy (0.1524 m). Na każdej głębokości wykonuje się cyfrowy zapis czterech pełnych przebiegów falowych: wf1, wf2, wf3 i wf4, każdy pochodzący od innej pary nadajnik – odbiornik. Sonda ta ma większą odległość nadajnik – odbiornik niż w standardowych urządzeniach wykorzystywanych do profilowań akustycznych. Dzięki temu jej zasięg radialny jest większy i może obejmować, oprócz strefy przemytej, również mniej zmienioną strefę filtracji. Ocenia się, że zasięg radialny klasycznych sond akustycznych typu BHC (*Borehole Compensated Sonic*) przy rozstawie 3 i 5 stóp (0.91 m i 1.52 m) wynosi 2–5 cm. Według dokumentacji technicznej maksymalny radialny zasięg penetracji ośrodka sondą LSS wynosi 27 cali (0.686 m).

Charakterystyka fal obserwowanych na akustycznych obrazach falowych

W czasie rejestracji pełnego obrazu falowego przy PA zapisują się fale podłużne P, poprzeczne S oraz fale prowadzone związane z granicą otwór – skała: pseudo-Rayleigha i Stoneleya. Na obrazach falowych obecne są również inne fale, np. *leaky modes*, powstające na skutek wewnętrznych odbić w otworze, fala biegnąca w płuczce oraz fale dyfrakcyjne, odbite i wielokrotnie odbite (Fig. 2).

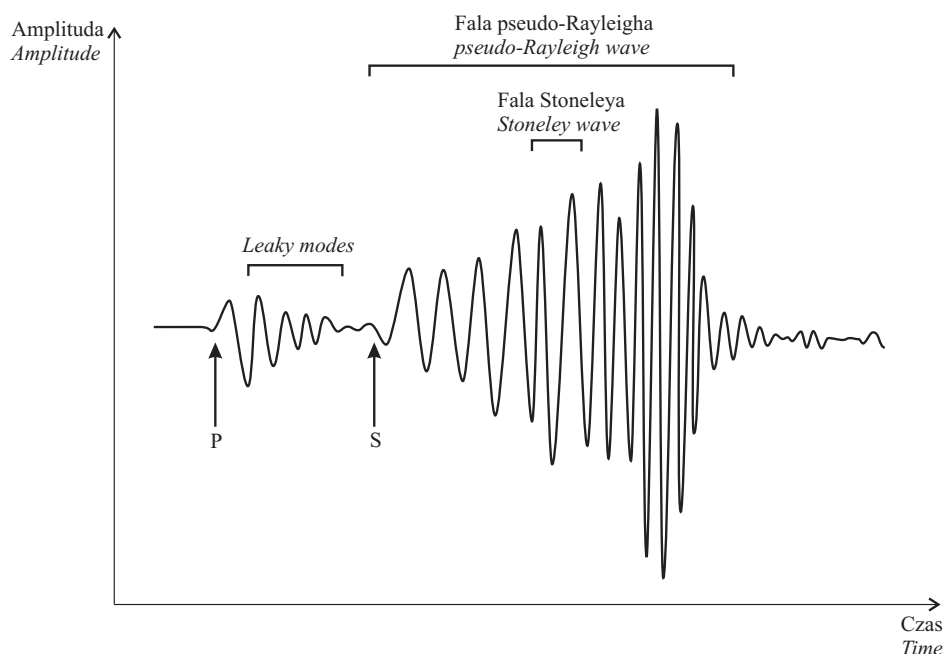


Fig. 2. Akustyczny obraz falowy

Fig. 2. Acoustic full wavetrain

Poniżej przedstawiono krótki opis cech fal obecnych na obrazach falowych istotnych z punktu widzenia analizy czasowo-częstotliwościowej.

Zwrócono uwagę przede wszystkim na dwa aspekty:

- 1) prędkość rozchodzenia się fali, która przekłada się na czas przyścia fali do odbiornika, a tym samym miejsce (czas) pojawienia się danej fali na obrazie falowym;
- 2) zakres częstotliwości.

Jako pierwsza na obrazie falowym pojawia się fala podłużna P. Następna, zwykle o większych amplitudach, rejestrowana jest fala poprzeczna S. Fale te propagują w ośrodku ze stałą prędkością (dyspersja prędkości fal P i S jest zaniedbywalna). Prędkości fal P i S, odpowiednio V_P i V_S , określone są przez stałe Lamego i gęstość.

Warunkiem powstania fali S jako fali przemiennej jest, aby prędkość fali poprzecznej w ośrodku była większa od prędkości fali podłużnej biegnącej w płuczce. Dlatego w ośrodkach o obniżonej prędkości, na przykład silnie skawernowanych, spękanych, zailonych lub nasyconych gazem, fala S może nie być obserwowana. Częstotliwości fal P i S oraz długość trwania pakietów zależą od własności ośrodka (tj. litologii, struktury i tekstury skały, porowatości, nasycenia i innych), czasu emisji sygnału w źródle oraz odległości między źródłem drgań a punktem rejestracji (długością drogi propagacji). Częstotliwość fali P zbliżona jest do częstotliwości emitowanego przez nadajnik sygnału. Częstotliwość fali S jest 1.2–1.5 raza mniejsza niż fali P (Bała & Jarzyna 1992).

W dalszej części obrazów falowych pojawia się fala pseudo-Rayleigha, zwana także falą prowadzoną lub modami normalnymi. Jej powstanie jest związane z istnieniem granicy rozdziału płuczka – ośrodek skalny, wzdłuż której propaguje. Fala pseudo-Rayleigha szybko zanika w głąb ośrodka, a w płuczce ma charakter oscylujący. Prędkość rozchodzenia się tej fali w ośrodku zależy od częstotliwości. Fala pseudo-Rayleigha charakteryzuje się dyspersją normalną, tzn. niższe mody (o niższych częstotliwościach) rozchodzą się szybciej. Prędkości fazowe mod fali pseudo-Rayleigha zawierają się między prędkością fali biegnącej w płuczce i prędkością fali poprzecznej: $V_{pl} < V_{p-R} < V_S$. Charakter dyspersji fali pseudo-Rayleigha sprawia, że niskoczęstotliwościowe mody rozchodzą się z prędkością zbliżoną do V_S i dominują na obrazie falowym w obszarze występowania fali S. Nakładanie się mod fali pseudo-Rayleigha na pakiet fali S utrudnia jego rozpoznanie. Dodatkowo amplitudy fali pseudo-Rayleigha są większe od amplitud fali poprzecznej, niosą dużą energię i nie maleją ze wzrostem odległości nadajnik – odbiornik. W wyniku interferencji tych dwóch fal również skład częstotliwościowy części akustycznego obrazu falowego, który odpowiada fali poprzecznej, może być zdominowany przez widmo częstotliwościowe fal pseudo-Rayleigha (Scarascia *et al.* 1976). Fale pseudo-Rayleigha posiadają tzw. częstotliwość ucięcia, która wzrasta z numerem mody. Jeżeli częstotliwość sygnału emitowanego przez sondę jest poniżej częstotliwości ucięcia dla pierwszej mody, to nie zostaną wygenerowane żadne mody fali pseudo-Rayleigha. Podobnie jak fale poprzeczne, fale pseudo-Rayleigha nie są również generowane, gdy $V_S < V_{pl}$. Kształt fali pseudo-Rayleigha, jej prędkość fazowa i grupowa oraz liczba mod jest przede wszystkim funkcją częstotliwości sygnału emitowanego przez nadajnik i różnicy promieni otworu i sondy. Zależy także w skomplikowany sposób od własności ośrodka i płuczki.

Drugą falą prowadzoną powstającą na ścianie otworu jest fala Stoneleya, charakteryzująca się niewielką dyspersją normalną i odwróconą. Prędkość rozchodzenia się tej fali jest zawsze niższa niż prędkość fali w płuczce $V_{St} < V_{pl}$, w szczególności, gdy $V_S > V_{pl}$, to $V_{St} \approx 0.9 V_{pl}$. W rezultacie często fala w płuczce jest mylnie identyfikowana z falą Stoneleya. Fala Stoneleya nie ma częstotliwości ucięcia. Wszystkie mody rozchodzą się z podobnymi prędkościami, stąd krzywe dyspersji są płaskie. W konsekwencji fala Stoneleya pojawia się jako impuls na obrazach falowych, ale tylko wtedy, gdy sygnał źródła zawiera szerokie pasmo częstotliwości. W przeciwnym wypadku (jak ma to miejsce w sondzie LSS emitującej sygnały skupione wokół częstotliwości 20 kHz) fala Stoneleya będzie oscylowała z częstotliwością źródła (Paillet & White 1982, Minear & Fletcher 1983). Amplitudy fali Stoneleya zanikają wykładniczo w płuczce i w ośrodku (fala Stoneleya rozchodzi się wzdłuż granicy rozdziału płuczka – ośrodek skalny). Fala ta jest silnie tłumiona wtedy, gdy rozchodzi się z niższą prędkością od fali poprzecznej S.

Trzecim rodzajem fal prowadzonych są fale zwane *leaky modes* powstające w podobny sposób do fali pseudo-Rayleigha. *Leaky modes* powstają w wyniku oddziaływania formacji z całkowicie odbitymi falami P w płuczce. Podążają za czołową falą P i powodują jej oscylujący „ogon”. Amplitudy *leaky modes* rosną wraz z rosnącym współczynnikiem Poissona.

W końcowej części obrazu falowego występują fale odbite, wielokrotnie odbite oraz inne, biegnące po skomplikowanej drodze. W ośrodkach niejednorodnych mogą występować fale dyfrakcyjne.

Podsumowując można stwierdzić, że duża ilość fal w otworze interferujących ze sobą utrudnia identyfikację fal użytecznych P, S i Stoneleya. W szczególności fale *leaky modes* interferują z falą P. Początek fali S pokrywa się z końcem trwania fali P. Fala S często jest zdominowana przez wysokoamplitudową falę pseudo-Rayleigha. Mody dyspersyjnej fali pseudo-Rayleigha komplikują charakterystykę częstotliwościową fali poprzecznej. Na obrazach falowych rejestrowanych sondą LSS trudno jest zidentyfikować falę Stoneleya. W niektórych przypadkach ciężko też wskazać falę biegnącą w płuczce, która jest przydatnym wskaźnikiem na osi czasu dla fali Stoneleya.

PODSTAWY TRANSFORMATY FALKOWEJ

Transformata falkowa jest obecnie jednym z najpopularniejszych i najbardziej dynamicznie rozwijanych narzędzi analizy sygnałów niestacjonarnych (Daubechies 1992, Kaiser 1994, Mallat 1998, Białasiewicz 2000, Augustyniak 2003). Przedstawia sygnały w reprezentacji czas – skala. Analizy widmowe, np. najbardziej powszechna transformata Fouriera, podają informację jedynie o składzie częstotliwościowym sygnału. Transformata falkowa pozwala dodatkowo na zlokalizowanie w czasie częstotliwości występujących w sygnale, z uwagi na związek skali z częstotliwością. Dzięki temu znalazła bardzo szerokie zastosowanie, m.in. w filtracji czasowo-częstotliwościowej, dyskryminacji szumu oraz kompresji sygnału i obrazu.

Podobnie jak w analizach częstotliwościowych, transformata falkowa przedstawia sygnał jako sumę pewnych funkcji bazowych – falek. Istotną cechą tego zbioru funkcji jest wzajemnie powiązanie, realizowane przez proste operacje skalowania i translacji pewnej funkcji prototypowej, zwanej falką podstawową (ang. *mother wavelet*). Operacja skalowania polega na rozciąganiu falki podstawowej, a tym samym zmianie jej pasma częstotliwości. Przyjęto, że im wyższy numer skali s , tym szersza falka i niższe pasmo częstotliwości (Fig. 3). Przez translację τ rozumie się przesuwanie falki wzdłuż sygnału w domenie czasu, przy ustalonym poziomie skali.

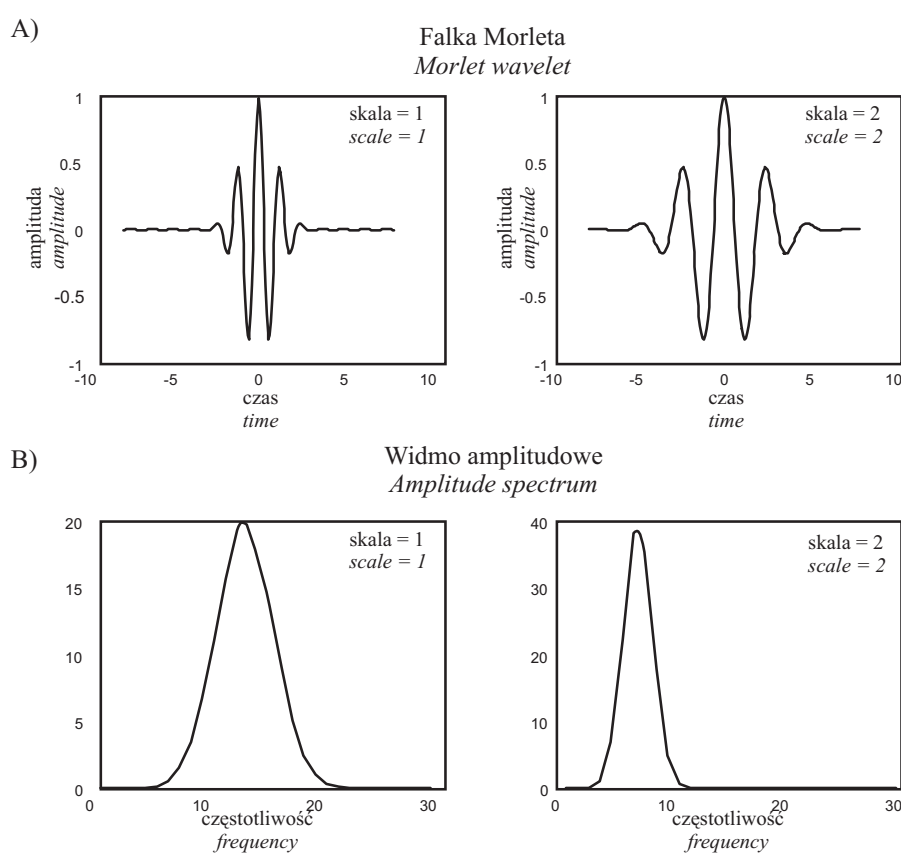


Fig. 3. Przykładowa falka stosowana w transformacie falkowej. Przedstawiono falkę Morleta i jej przeskalowaną wersję (A) oraz ich widma amplitudowe (B). Rozciągnięta falka ($s = 2$) charakteryzuje się niższą częstotliwością i węższym widmem amplitudowym, dzięki czemu ma lepszą rozdzielczość w domenie częstotliwości. Węższa falka ($s = 1$) zapewnia lepszą lokalizację w czasie badanych częstotliwości

Fig. 3. Example of wavelet that can be used in wavelet transform. Morlet wavelet and its scaled version (A) and their amplitude spectra (B) are shown. Stretched wavelet ($s = 2$) is characterized by lower frequency and narrower amplitude spectrum. It provides better resolution in frequency domain whereas narrower wavelet ($s = 1$) provides better localization in time domain

Reprezentacja falkowa sygnału $x(t)$ jest funkcją dwóch zmiennych, stanowiącą kombinację liniową skalowanej (parametr s) i przesuwalnej (parametr τ) funkcji zwanej falką podstawową $\psi_{s,\tau}(t)$

$$x(t) = \int \int_{s \tau} W(s, \tau) \cdot \psi_{s,\tau}(t) ds d\tau \quad (1)$$

gdzie $W(s, \tau)$ – współczynniki transformaty falkowej.

Transformata falkowa jest przykładem analizy wielorozdzielczej MRA (*Multiresolution Analysis*), tzn. analizuje różne częstotliwości sygnału z różną rozdzielczością (Polikar 1995, Augustyniak 2003). Dla wysokich częstotliwości charakteryzuje się wysoką rozdzielczością w czasie, natomiast niską w domenie częstotliwości. Niskie częstotliwości sygnału są badane z wysoką rozdzielczością w domenie częstotliwości, lecz z niską w domenie czasu.

Pojęcie „falka” określa funkcję o skończonej energii i o zwartym nośniku, oscylującą i charakteryzującą się ograniczonym pasmem częstotliwości (Fig. 3). Te cechy pozwalają na zbadanie częstotliwości sygnału przy jednoczesnym umiejscowieniu ich w czasie. Dzięki temu możliwe jest analizowanie sygnałów niestacjonarnych i przejściowych, których odpowiedź częstotliwościowa zmienia się w trakcie trwania sygnału.

Ciągła transformata falkowa CWT (*Continuous Wavelet Transform*)

W ciągłej transformacie falkowej zarówno skala s , jak i przesunięcie falki wzdłuż sygnału τ zmieniane są w sposób ciągły. Rodzina falek tworzona jest z falki podstawowej według następującej relacji

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (2)$$

Ciągła transformata falkowa sygnału $x(t)$ zdefiniowana jest następująco

$$\text{CWT}_x^\psi(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \bar{\psi}_{s,\tau}(t) dt = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \bar{\psi}\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \quad (3)$$

Czynnik $\frac{1}{\sqrt{|s|}}$ służy normalizacji energii i współczynniki CWT ciągłej transformaty fal-

kowej mogą być wtedy rozpatrywane jako miara korelacji falki z analizowanym sygnałem przy ustalonym poziomie skali. Wysokie wartości współczynników CWT świadczą o wysokim podobieństwie falki i sygnału pod względem kształtu. Współczynnik skali s , oprócz relacji z częstotliwościami badanymi przez daną falkę, mówi o poziomie rozdzielczości analizy falkowej. Wysokie wartości skali (niskie częstotliwości falki) odpowiadają globalnemu spojrzeniu na sygnał. Natomiast niskie wartości s (wysokie częstotliwości) pozwalają na podanie detalicznej informacji o sygnale, w szczególności na wykrycie krótkotrwałych, wysokoczęstotliwych składowych. Schemat realizacji CWT przedstawia figura 4.

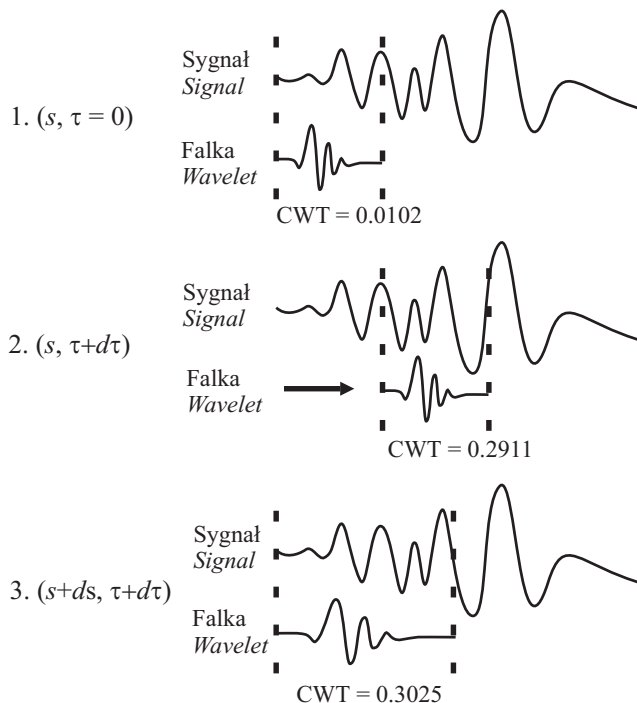


Fig. 4. Schemat realizacji ciągłej transformaty falkowej CWT. Falka jest przesuwana wzdłuż sygnału z krokiem $d\tau$ przy ustalonym poziomie skali s . Dla każdej skali s i każdego położenia τ obliczane są współczynniki CWT, będące miarą podobieństwa między falką a sygnałem

Fig. 4. Realization of continuous wavelet transform. The wavelet is shifted towards by $d\tau$ for given scale s . Coefficients CWT are calculated for every scale s and position τ . They can be considered as a correlation between the wavelet and the signal

Dyskretna transformata falkowa DWT (*Discrete Wavelet Transform*)

Ciągła czasowo-częstotliwościowa reprezentacja falkowa zawiera nadmiarową informację. W wyniku próbkowania jej parametrów, tzn. czasu τ i współczynnika skali s , otrzymuje się współczynniki DWT szeregu falkowego. Po podstawieniu:

$$\begin{aligned} s &= 2^{-m} \\ \tau &= n 2^{-m} \end{aligned} \tag{4}$$

uzyskuje się diadyczny szereg falkowy, który nosi nazwę dyskretnej transformaty falkowej DWT. Funkcje bazowe dyskretnej transformaty falkowej (falki) mają wtedy postać

$$\Psi_{m,n}(t) = 2^{-\frac{m}{2}} \psi(2^{-m}t - n) \tag{5}$$

a współczynniki $DWT_{m,n}$ są obliczane ze wzoru

$$DWT_{m,n} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \bar{\psi}_{m,n}(t) dt \quad (6)$$

Cechą charakterystyczną dyskretnej transformaty falkowej jest stałość podstawowej komórki czasowo-częstotliwościowej, tzw. „atomu” TF. Kiedy parametr skali m zwiększa się o 1, falki stają się dwa razy krótsze, ich widmo częstotliwościowe jest dwa razy szersze (por. Fig. 3), czyli pole „atomu” TF pozostaje niezmiennie. Ponadto, częstotliwość środkowa (ang. *central frequency*) falki zmieni się zgodnie z relacją

$$f_m = f_0 \cdot 2^m \quad (7)$$

W praktycznej realizacji numerycznej diadycznej transformaty falkowej w ogóle nie wykorzystuje się falek, tylko związane z nimi filtry. Zależność między falkami a filtrami jest wzajemnie jednoznaczna. Wyjaśnia ją teoria wielorozdzielczej aproksymacji sygnału związana z transformatą falkową (Kaiser 1994, Mallat 1998, Białasiewicz 2000, Zieliński 2002, Augustyniak 2003). DWT realizowana jest za pomocą filtracji cyfrowej rozwiniętej przez Mallata, wywodzącej się z algorytmu *two-channel subband coding* (Kaiser 1994, Mallat 1998, Zieliński 2002, Augustyniak 2003). Algorytm dokonuje analizy częstotliwościowej sygnału przez iterację dwukanałowego (dolno- i górnoprzepustowego) zespołu kwadraturowych filtrów lustrzanych QMF (*Quadrature Mirror Filters*). Sygnał uzyskany w wyniku filtracji dolnoprzepustowej w poprzednim kroku iteracji poddawany jest ponownej filtracji dolno- i górnoprzepustowej (Fig. 5).

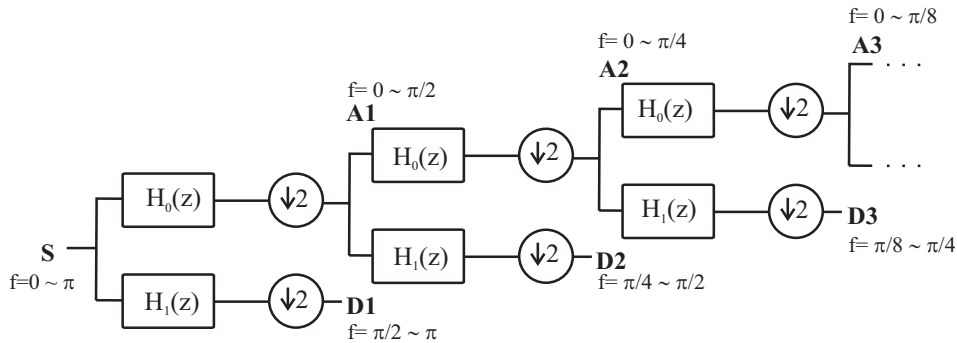


Fig. 5. Schemat obliczania dyskretnej transformaty falkowej DWT. Sygnał S poddawany jest iteracyjnej filtracji dolnoprzepustowej $H_0(z)$ i górnoprzepustowej $H_1(z)$, a następnie operacji zmniejszania częstotliwości próbkowania sygnału (ang. *downsampling*), polegającej na usuwaniu co drugiej próbki sygnału. W wyniku otrzymuje się odpowiednio aproksymacje A i detale D . Na figurze zaznaczono również przedziały częstotliwości f [rad/s] dla każdego poziomu dekompozycji

Fig. 5. Computing discrete wavelet transform. The DWT of signal S can be obtain by iteratively applying lowpass $H_0(z)$ and highpass $H_1(z)$ filters, and subsequently down sampling them by two (downsampling). As a result, approximation A and details D are obtained. Also in the figure frequency bands f [rad/s] for each level are shown

Po każdej filtracji sygnał poddawany jest operacji zmniejszenia częstotliwości próbkowania (ang. *downsampling*), polegającej na usuwaniu co drugiej próbki. Dzięki temu algorytm nie wprowadza zmian długości analizowanego sygnału, a jednocześnie nie powoduje zniekształceń przenoszonej informacji (umożliwia pełną rekonstrukcję sygnału). W wyniku każdej iteracji j , odpowiadającej jednemu poziomowi dekompozycji, otrzymuje się składową wieloczęstotliwościową zwaną detalem (D_j), nie poddawaną dalszej filtracji, oraz składową małowycięstotliwościową (A_j), zwaną aproksymacją analizowanego sygnału. Aproksymacje, będące zgrubnym przybliżeniem sygnału, oraz detale, odpowiadające elementom sygnału o wysokich częstotliwościach, pozwalają na rekonstrukcję sygnału S na dowolnym poziomie dekompozycji

$$S = A_j + \sum_j D_j \quad (8)$$

METODYKA BADAŃ

Akustyczne obrazy falowe wykorzystane w pracy, zostały zarejestrowane sondą LSS w otworze Kościan 6 zlokalizowanym w złożu gazu na monoklinie przedsudeckiej. Profil litostratygraficzny tego otworu charakteryzuje się dużą różnorodnością, istotną dla metodycznego podejścia w przeprowadzonych badaniach. Dane te umożliwiły analizę czasowo-częstotliwościową sygnałów pochodzących z ośrodków o różnych własnościach sprężystych: cechsztyńskich utworów ewaporatowych i węglanowych (częściowo nasyconych gazem) oraz z piaskowca czerwonego spągowca. Szczegółowy podział litostratygraficzny przedstawiono w tabeli 1 (Jarzyna *et al.* 2001). Dysponowano czterema przebiegami falowymi wf1–wf4, zarejestrowanymi z krokiem pomiarowym 0.5 stopy w interwale głębokościowym ponad 360 m, w sumie około 9600 pojedynczymi obrazami falowymi.

Analiza pola falowego pod kątem określenia charakterystyki czasowo-częstotliwościowej wykonywana jest etapami. Głównym celem jest sprawdzenie możliwości zastosowania transformaty falkowej do rozdzielania akustycznego pola falowego. Pierwsze prace wykonano za pomocą dyskretnej transformaty falkowej. W teorii DWT jest wystarczającym narzędziem pozwalającym na skuteczną analizę czasowo-częstotliwościową sygnałów i ograniczającym zbyteczną redundancję informacji. DWT jest szczególnie zalecana wtedy, gdy nie jest konieczna rekonstrukcja sygnału (Misiti *et al.* 2002).

Trudności w interpretacji detali i aproksymacji pod kątem identyfikacji pakietów fali P i S skłoniły autorkę do przeprowadzenia szczegółowej analizy częstotliwościowej tych fragmentów akustycznych obrazów falowych, dla których spodziewano się występowania pakietów fali P i S. Wyniki tej części badań ukazały skomplikowany i w niewielkim stopniu zróżnicowany skład częstotliwościowy pakietów falowych. Rozdzielczość DWT okazała się niewystarczająca do wykonania postawionego zadania. Badania nad wykorzystaniem CWT dającej możliwość zmiany współczynnika skali z dowolną dokładnością, a tym samym badanie częstotliwości z większą rozdzielczością, są bardziej obiecujące.

Tabela (Table) 1

Tabela litostratygraficzna utworów w otworze Kościan 6

Lithostratigraphic table of complexes in Kościan 6

Głębokość [m] <i>Depth [m]</i>		Stratygrafia <i>Stratigraphy</i>		Litologia <i>Lithology</i>
strop <i>top</i>	spąg <i>bottom</i>			
2013.5	2059	Na3 – sól młodsza	Na3_1	sole <i>salt</i>
2067	2078	<i>Na3 – Leine Salt</i>	Na3_2	
2078	2141.5	A3d – anhydryt główny <i>A3d – Main Anhydrite</i>		anhydryty <i>anhydrite</i>
2146	2175.5	Na2 – sól starsza <i>Na2 – Stassfurt Salt</i>		sole z domieszką łu i anhydrytu <i>salt with shale and anhydrite</i>
2175.5	2191	A2d – anhydryt podstawowy <i>A2d – Basal Anhydrite</i>		anhydryty lekko zailone z domieszką dolomitu <i>anhydrite with shale and dolomite</i>
2191	2224.5	Ca2 – dolomit główny <i>Ca2 – Main Dolomite</i>		dolomity lekko zailone z domieszką soli i anhydrytu <i>dolomite with shale, salt and anhydrite</i>
2224.5	2262	A1g – anhydryt górny <i>A1g – Upper Anhydrite</i>		anhydryt, w spągu wkładki soli, wapieni i dolomitów <i>anhydrite with salt, limestone and dolomite</i>
2262	2268	Ca1 – wapień cechsztyński <i>Ca1 – Zechstein Limestone</i>	a	sól, wapień, anhydryt <i>salt, limestone, anhydrite</i>
2268	2288		b	cienkie wkładki wapienia, anhydrytu i łu, gaz <i>limestone, anhydrite, shale, gas</i>
2288	2296		c	dolomit, anhydryt, gaz <i>dolomite, anhydrite, gas</i>
2296	2305.5		d	dolomit wodonośny <i>water-bearing dolomite</i>
2305.5	2380	P1 – piaskowce czerwonego spągowca <i>P1 – Rotliegend Sandstones</i>		zailone piaskowce z domieszką anhydrytu i węglanów; piaskowce „chlorytowe” <i>shaly sandstones with anhydrite and carbonates; chlorite sandstones</i>

Dekompozycja akustycznych obrazów falowych za pomocą dyskretnej transformaty falkowej

Rozdzielenie pola falowego przy wykorzystaniu dyskretnej transformaty falkowej przeprowadzono w programie Matlab® 6.5. Wykonano analizę na pięciu poziomach dekompozycji za pomocą falek z rodzin: Daubechies (db3–db10), Symlet (sym4–sym7) i Coiflets (coif2–coif5). Do obliczeń wybrano kilka obrazów falowych pochodzących z różnych litologii, na których testowano efektywność DWT. W wyniku otrzymano detale i aproksymacje, które interpretowano pod kątem identyfikacji i wydzielenia pakietów falowych. Na detalach i aproksymacjach nie można było wskazać w sposób jednoznaczny czasów przyścia oraz długości trwania poszczególnych fal. Przetestowano szereg falek o różnych własnościach (o różnej długości nośnika i różnej częstotliwości środkowej) w celu wybrania falki pozwalającej na wydzielenie pakietów. Jednak żadna z falek nie umożliwiła rozdzielenia pola falowego na poszczególne fale.

Przyczyną niepowodzenia była niedostateczna rozdzielczość analizy. Sposób realizacji DWT (iteracyjna filtracja zespołem filtrów dolno- i górnoprzepustowych) narzuca zakres badanych częstotliwości na danym poziomie dekompozycji. Jest on zależny od częstotliwości próbkowania sygnału (por. Fig. 5) (Polikar 1995). W omawianym przykładzie częstotliwość próbkowania wynosiła 250 kHz (krok próbkowania równy 4 μ s), czyli DWT badało pasmo 0–125 kHz. Taki zakres był stanowczo za szeroki, ponieważ częstotliwości fal użytecznych generowanych w otworze nie powinny przekraczać częstotliwości źródła – 20 kHz. W konsekwencji częstotliwości fal sprężystych, rzędu od kilku do 20 kHz, były reprezentowane na trzecim i czwartym poziomie dekompozycji. Natomiast poziomy: pierwszy i drugi, charakteryzujące się najlepszą rozdzielczością w lokalizacji wysokich częstotliwości w domenie czasu, były zarezerwowane dla nieobecnych w oryginalnym sygnale częstotliwości rzędu od kilkudziesięciu do 125 kHz.

Metodą na zawężenie badanego przez DWT pasma częstotliwości było zmniejszenie częstotliwości próbkowania Δt . Za pomocą funkcji *resample* zmieniono krok próbkowania sygnału na 12 μ s. Częstotliwość próbkowania wyniosła 83.3 kHz, a pasmo częstotliwości analizowane przez DWT ograniczone zostało do 41.66 kHz. Jednocześnie, zwiększenie kroku próbkowania spowodowało utratę części informacji zawartej w sygnale i przez to zmniejszenie rozdzielczości analizy. Z drugiej strony, dzięki tej operacji informacja o częstotliwościach fal sprężystych została przeniesiona na drugi i trzeci poziom dekompozycji. Tabela 2 zawiera szczegółowe informacje o zakresie badanych częstotliwości na poszczególnych poziomach dekompozycji (Polikar 1995). Poziomy drugi i trzeci charakteryzują się dużym podobieństwem detali D_j do sygnału oryginalnego (Fig. 6). Ponadto, analizując podział energii sygnału na detale, można zaobserwować duży udział energii na poziomach D_2 i D_3 dla $\Delta t = 12 \mu$ s oraz na D_3 i D_4 dla $\Delta t = 4 \mu$ s (por. Tab. 2). Odzwierciedla się to w wartościach amplitud współczynników DWT na tych detalach, zbliżonych do wielkości amplitud sygnału oryginalnego (porównaj skale pionowe na figurze 6).

Tabela (Table) 2

Zakres badanych częstotliwości na kolejnych poziomach dekompozycji DWT w [rad/s] (Polikar 1995) oraz [kHz] dla sygnałów próbkowanych z krokiem 4 μ s oraz 12 μ s. W tabeli podano również orientacyjny procentowy udział energii sygnału przypadającej na dany detal. Reszta energii (dopełnienie do 100%) należy do aproksymacji na najwyższym poziomie. *The range of frequency in [rad/s] (Polikar 1995) and [kHz] investigated by levels of DWT for signals sampled with 4 μ s and 12 μ s. In table there is also information on percentage of energy present in the details. The rest of percentage of energy belongs to approximation on the highest level*

Poziom detalu DWT <i>Level of detail DWT</i>	Częstotliwość Frequency [rad/s]	$\Delta t = 4 \mu s$		$\Delta t = 12 \mu s$	
		$f_s = 250 \text{ kHz} \Rightarrow f_{\max} = 125 \text{ kHz}$ $f_s = 2\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f_{\max} = \pi \text{ rad/s}$		$f_s = 83.3 \text{ kHz} \Rightarrow f_{\max} = 41.65 \text{ kHz}$ $f_s = 2\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f_{\max} = \pi \text{ rad/s}$	
		Zakres częstotliwości Frequency band [kHz]	E [%]	Zakres częstotliwości Frequency band [kHz]	E [%]
1.	$\pi/2 - \pi$	62.5–125	~0.5	21–42	~10
2.	$\pi/4 - \pi/2$	31.25–62.5	~2	10.5–21	~80
3.	$\pi/8 - \pi/4$	15.625–31.25	~30	5.25–10.5	~8
4.	$\pi/16 - \pi/8$	7.8125–15.625	~50	2.625–5.25	~1
5.	$\pi/32 - \pi/16$	3.90625–7.8125	~5	1.3125–2.625	~0.1

Przeniesienie informacji o częstotliwościach fal sprężystych do poziomów bardziej rozdzielczych w domenie czasu skłoniło autorkę do próby obliczenia czasów interwałowych DTP, DTS w oparciu o zidentyfikowane na detalach fale P, S (Fig. 6). Wybrano odpowiednie pary obrazów falowych według schematu umożliwiającego obliczenie czasów interwałowych (Jarzyna *et al.* 2001), na których przeprowadzono DWT. Na określonych detalach wyznaczano czasy pierwszego wstąpienia odpowiednich pakietów falowych, kierując się cechami dynamicznymi fal, a następnie wyliczano czasy interwałowe. Fala P zwykle najlepiej widoczna była na D_2 , fala S występowała jednocześnie na detalach D_2 oraz D_3 . Na detailu D_4 wyraźnie zaznaczała się fala w płucce. Wyniki porównano z czasami interwałowymi otrzymanymi z innych metod: DT8 – będącym czasem interwałowym fali P uzyskiwanym z sondy w wyniku aparaturowej detekcji przyjścia sygnału do odbiornika, DT obliczanym w oparciu o funkcję *semblance* oraz ręczne pikowanie pierwszych wstąpień (oba obliczenia wykonano w aplikacji FalaWin w systemie GeoWin® (Jarzyna *et al.* 2001)). Przykłady wyników przedstawiono w tabeli 3. Czasy interwałowe uzyskane z wyniku dekompozycji DWT charakteryzują się dużą zmiennością i różnią się od tych, które uzyskano innymi metodami. Tabela odzwierciedla trudności w identyfikacji poszczególnych pakietów falowych. Dodatkowo, zwiększenie kroku próbkowania do 12 μ s zwiększyło błąd wyznaczenia czasu interwałowego z 6.5 μ s/m (dla oryginalnych obrazów falowych) do 19.67 μ s/m (dla obrazów poddanych operacji *resample*).

Wykonane dekompozycje pozwalają natomiast na wydzielenie i odfiltrowanie niskoczęstotliwościowego szumu (wywołanego np. kołysaniem się sondy w otworze) widocznego na aproksymacji A_5 (Fig. 6).

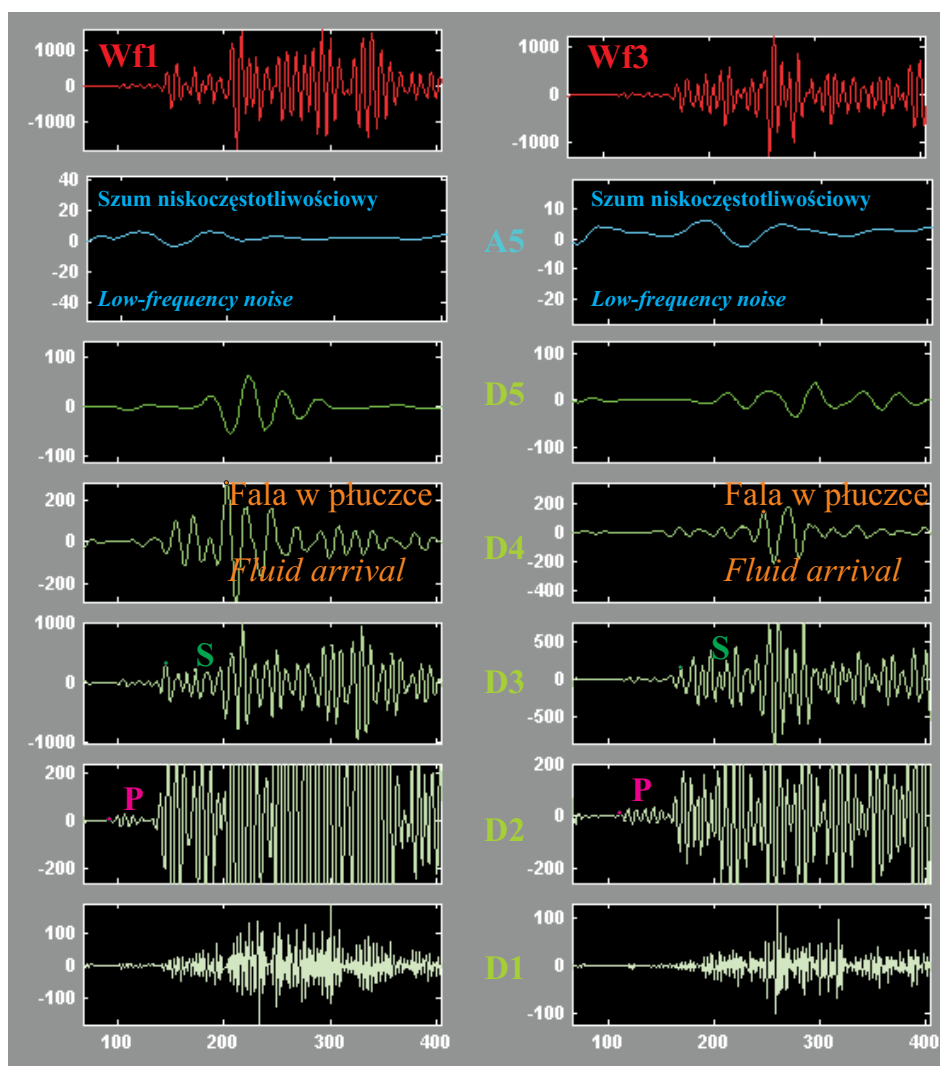


Fig. 6. Przykład dekompozycji DWT obrazów falowych (para wf1–wf3, $\Delta t = 12 \mu s$, falka db5). Na detalach zaznaczono zidentyfikowane pakiety falowe. Na ich podstawie obliczono czasy interwałów DTP i DTS (por. Tab. 3). Aproksymacja A_5 zawiera szum niskoczęstotliwościowy

Fig. 6. Example of decomposition of acoustic full wavetrains by DWT (pair wf1–wf3, $\Delta t = 12 \mu s$, wavelet db5). Wave packets were identified on the details and then the transit interval times DTP and DTS were calculated (see Tab. 3). Approximation A_5 contains low-frequency noise

Tabela (Table) 3

Przykłady czasów interwałowych dla fali P i S uzyskane różnymi metodami (para wf1–wf3, anhydryt główny A3d). W wielu przypadkach falę S identyfikowano na drugim i trzecim poziomie dekompozycji

Examples of computed slowness of P and S wave packages obtained from different methods (pair: wf1–wf3, the Main Anhydrite A3d). In many cases S wave was detected on 2nd and 3rd level of decomposition

Metoda Method	DTP [$\mu\text{s}/\text{m}$]	DTS [$\mu\text{s}/\text{m}$]	
DT8	163.49	0150	
<i>Semblance</i>	170.56	314.88	
Pikowanie pierwszych wstąpień <i>Picking of arrivals</i>	177.16	295.18	
DWT – db3	177.10	D2 D3	197.78 314.86
DWT – db4	177.10	295.18	
DWT – db5	157.43	413.25	
DWT – db10	177.10	D2 D3	177.10 314.86
DWT – sym4	78.71	D2 D3	295.18 344.54
DWT – sym7	78.71	D2 D3	590.36 511.64
DWT – coef3	98.39	D2 D3	275.50 137.75

Zmiana częstotliwości próbkowania sygnału nie przyniosła oczekiwanego rozdzielania pola falowego – fale P i S obserwowane były w dalszym ciągu na tym jednym poziomie dekompozycji. Mało satysfakcjonujące wyniki dyskretnej transformaty falkowej skłoniły autorkę do bliższego określenia składu częstotliwościowego pakietów falowych, w szczególności fali P i S. Informacja o zróżnicowaniu fal pod kątem częstotliwości ułatwiłaby zarówno dobór optymalnych parametrów transformaty falkowej, jak i interpretację samej dekompozycji.

Analiza składu częstotliwościowego akustycznych obrazów falowych

Analizę składu częstotliwościowego wykonano w celu stwierdzenia, czy zróżnicowanie częstotliwości pakietów falowych daje podstawy do wykonania dekompozycji pola falowego za pomocą transformaty falkowej.

Celem tej części badań było rozpoznanie składu częstotliwościowego tych obszarów obrazów falowych, które odpowiadają czasom trwania pakietów fali podłużnej i poprzecznej.

Analizę wykonano pod kątem określenia częstotliwości dominującej oraz przedziałów częstotliwości dla różnych litologii: soli, anhydrytu, dolomitu, wapienia nasyconego wodą i gazem oraz piaskowca. W wyniku uzyskano rozkłady częstotliwościowe, charakterystyczne dla każdego badanego typu skał, które wykorzystano do interpretacji w ciągłej transformacie falkowej.

Analizę częstotliwości przeprowadzono w obszarach występowania fal P i S na obrazach falowych. Kolejne kroki analizy obejmowały:

1. Podział wykresów głębokościowo-czasowo-amplitudowych obrazów falowych na strefy odpowiadające różnym typom skał (Fig. 7). Podział wykonano w oparciu o dane litostratygraficzne oraz charakterystyczne cechy obrazów falowych.
2. Określenie w przybliżony sposób czasów przyjścia i długości trwania fal P i S dla każdej wydzielonej strefy (Fig. 7), osobno dla każdego obrazu falowego wf1, wf2, wf3, wf4.
3. Wycięcie z akustycznych obrazów falowych obszarów trwania pakietów falowych wg warunków określonych w punkcie 2). Tak spreparowane obrazy falowe poddano normalizacji do zakresu $[-1, 1]$ (Fig. 8A).
4. Obliczenie widma mocy dla znormalizowanych pakietów P i S w każdym punkcie głębokościowym dla obrazów wf1, wf2, wf3 i wf4, a następnie znormalizowanie ich do wartości z zakresu $[0, 1]$ (Fig. 8B).
5. Wyznaczenie maksimum lokalnych na widmach mocy powyżej założonego progu i określenie częstotliwości, dla jakiej występują.
6. Wykonanie histogramów składu częstotliwościowego pakietów fal P i S i sporządzenie charakterystycznych rozkładów częstotliwości dla różnych typów skał (Fig. 9).

Cały interwał głębokościowy został podzielony na dziewięć stref odpowiadających różnym kompleksom skalnym. Podział został wykonany w oparciu o szczegółowe dane litostratygraficzne (Tab. 1) (Jarzyna *et al.* 2001) oraz cechy obrazów falowych widocznych na wykresach głębokościowo-czasowo-amplitudowych. Wapień cechsztyński Ca1, częściowo nasycony gazem (ósma strefa), został szczegółowo podzielony na następne dziewięć stref (oznaczonych jako strefy 1–9). Granice podziału na strefy postawiono na tych samych głębokościach dla obrazów wf1, wf2, wf3 i wf4. Figura 7 przedstawia wyznaczone strefy wraz z nazwami kompleksów oraz podziałem litostratygraficznym na przykładzie obrazu wf1.

W obrębie każdej wydzielonej strefy określono obszary obrazów falowych, które odpowiadają czasom trwania pakietów fali podłużnej i poprzecznej. Wyznaczono czasy przyjścia i długość trwania pakietów, przyjmując jednakowe wartości dla obrazów wf1, wf2, wf3, wf4 i dla każdej strefy. Kierowano się cechami dynamicznymi obrazów falowych (wielkością amplitud, energią fali, tłumieniem). Dodatkowo wykorzystano atrybuty chwilowe policzone na obrazach falowych (Knize 1989). Szczególnie pomocne przy wyznaczaniu czasów trwania pakietów falowych były amplituda chwilowa i faza chwilowa. Założono, że pakiet fali S zaczyna się w miejscu, gdzie wyznaczono koniec fali P, natomiast kończy się w miejscu przyjścia fali biegnącej w płuczce. Jedynie w strefie nr 5, w obrębie wapienia cechsztyńskiego Ca1, nie było możliwe podzielenie pola falowego i pakiety P i S były tutaj przetwarzane razem. Wyznaczone czasy przyjścia i długość trwania pakietów na przykładzie obrazu wf1 przedstawia figura 7.

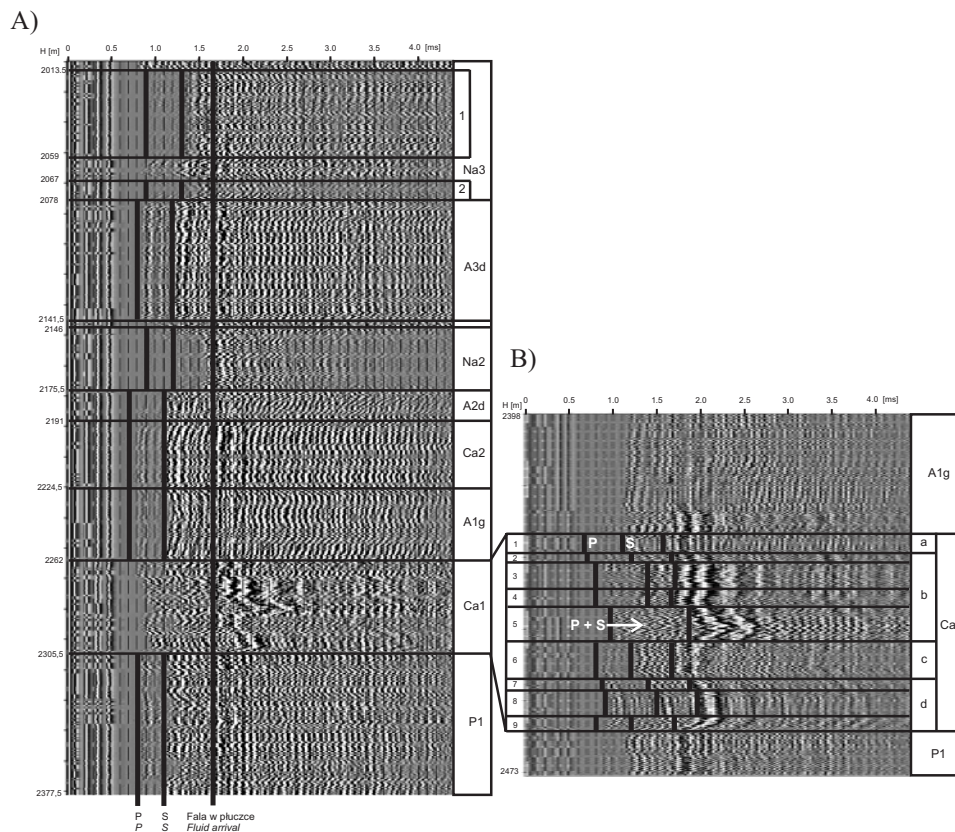


Fig. 7. Przykład wykresu głębokościowo-czasowo-amplitudowego obrazu falowego wfl z wydzielonymi strefami litologicznymi. Podział wykresu na dziewięć stref odpowiadających podziałowi stratygraficznemu i różnym typom skał (por. Tab. 1) (A). Wapień cechsztyński Ca1 został szczegółowo podzielony na dziewięć kolejnych stref (B). Zaznaczono czasy przyjścia i długość trwania pakietów P i S oraz czas przyjścia fali w płucze. W obrębie strefy 5 w wapieniu cechsztyńskim fale P i S były przetwarzane razem

Fig. 7. Example of amplitude-time-depth plot of wfl waveform with selected zones. Nine zones of similar kind of wavetrains that correspond to different stratigraphic division and rock types are shown see Table 1 (A). The Zechstein Limestone Ca1 is divided into next nine zones (B). Arrivals and durations of P and S-wave packages and fluid arrival are displayed. Within the zone number 5 in the Zechstein Limestone Ca1, P and S-waves were processed together

Czasy przyjścia i długość trwania fal zostały wykorzystane do wydzielenia pakietów P i S z każdego pojedynczego obrazu falowego. Następnie każdy pakiet falowy został przeskalowany do wartości z przedziału $[-1, 1]$. Przykład tak przygotowanych pakietów falowych przedstawia figura 8A. Kolejnym krokiem było obliczenie widma mocy za pomocą szybkiej transformaty Fouriera. Ponieważ analiza prowadzona była tylko w kierunku rozpoznania składu częstotliwościowego obszarów obrazów falowych odpowiadających pakietom fal P i S, uzasadnione było znormalizowanie każdego widma mocy do wartości $[0, 1]$ (Fig. 8B).

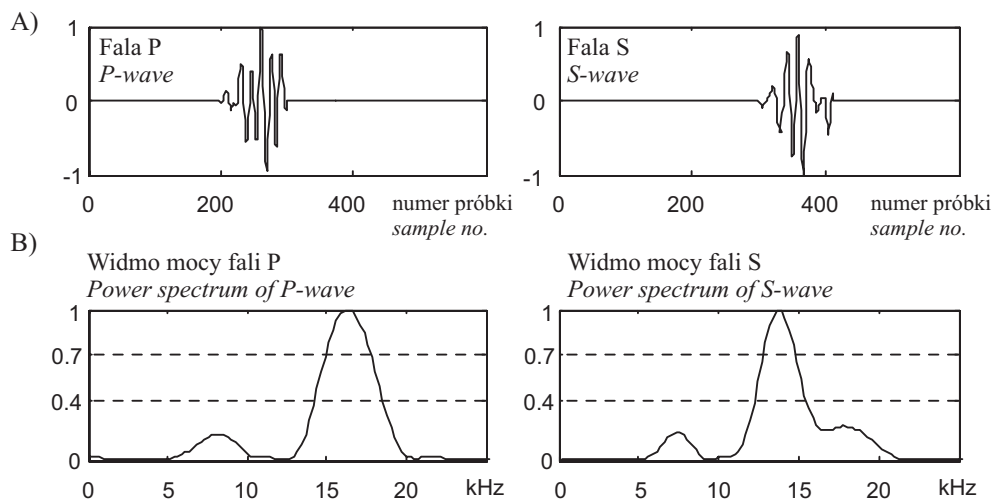


Fig. 8. Pakiety falowe P i S wydzielone z akustycznych obrazów falowych i znormalizowane do wartości z przedziału $[-1, 1]$ (A). Widma mocy pakietów P i S wyliczone i znormalizowane do wartości z przedziału $[0, 1]$. Zaznaczono progi równe 0.4 i 0.7, powyżej których zliczane były maksima lokalne widm (B)

Fig. 8. P and S-wave packages from the whole acoustic wavetrains that were separated and normalized to the range $[-1, 1]$ (A). Amplitude spectra of the respective P and S-wave packages that were computed and normalized to the range $[0, 1]$. The thresholds equal 0.4 and 0.7 are shown (B)

W wielu przypadkach widmo mocy było wielomodalne i nie można było określić jednej, dominującej częstotliwości. Stąd wyznaczono maksima lokalne widma mocy powyżej pewnego progu i określono, dla jakiej częstotliwości się pojawiły. Próg równy 0.4 zastosowano do określenia szerokości pasma częstotliwości charakterystycznego dla pakietów P i S, natomiast próg 0.7 – do wyznaczenia częstotliwości dominującej. Następnie zliczono maksima lokalne w klasach o szerokości 2 kHz. W wyniku otrzymano histogramy rozkładu częstotliwości fal P i S dla różnych typów skał. Figura 9 przedstawia histogramy wyznaczone dla progu równego 0.4.

Analiza wykazała, że obrazy falowe są bardzo skomplikowane pod względem rozkładu częstotliwości i nie można się spodziewać występowania pojedynczych, charakterystycznych częstotliwości dla fali P i S. Jednak pomimo małego zróżnicowania częstotliwości w obszarach występowania na obrazach falowych fal P i S, histogramy układają się w charakterystyczne „wzory częstotliwości” dla każdego typu skał. Dla obu pakietów falowych pojawiają się częstotliwości z zakresu 8–20 kHz, ale maksima histogramów wyznaczonych dla fali S są wyraźnie przesunięte w stronę niższych częstotliwości. Obecność gazu jest widoczna i zaznacza się rozszerzeniem przedziału częstotliwości do 6 kHz. Na podstawie histogramów wyznaczono szerokość pasma częstotliwości i częstotliwość dominującą dla każdej z rozważanych litologii (Wawrzyniak 2005). Wyniki przedstawiono w tabeli 4.

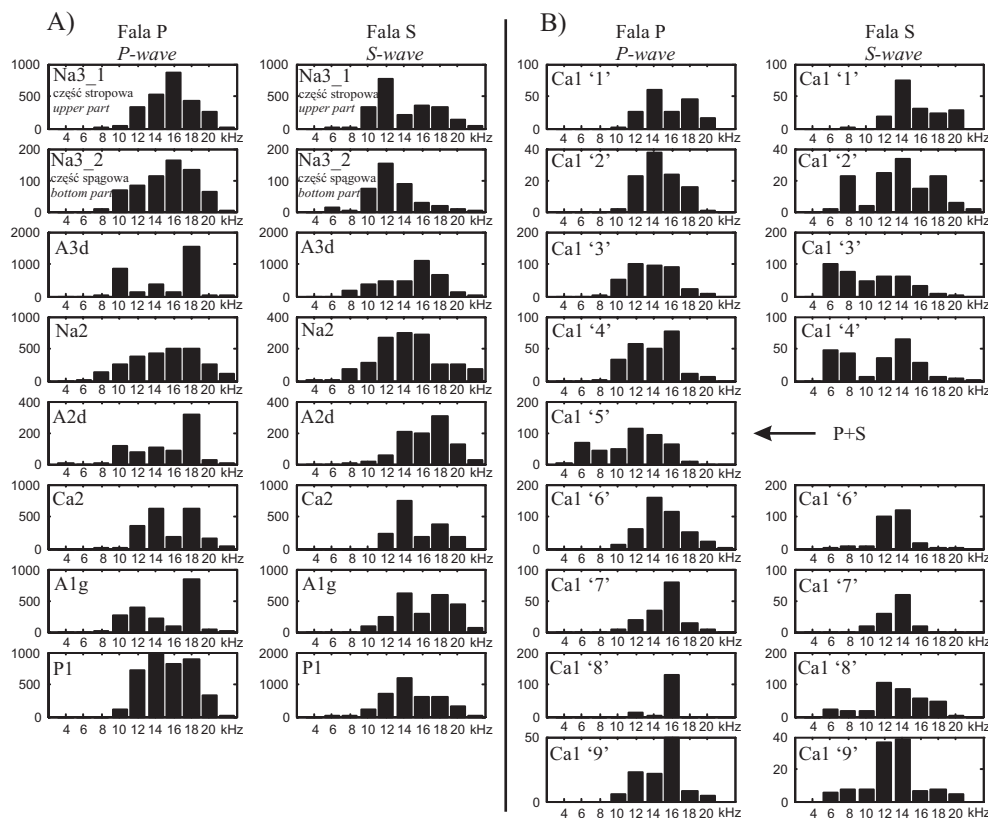


Fig. 9. Histogramy składu częstotliwościowego pakietów fal P i S. Skala pionowa przedstawia częstość występowania danej częstotliwości na obrazach falowych. Szerokość klas histogramów wynosi 2 kHz. A) Histogramy uzyskane dla różnych litologii: soli (Na3, Na2), anhydrytów (A3d, A2d, A1g), dolomitu (Ca2) i piaskowca (P1). B) Histogramy uzyskane dla szczegółowych wydzieliń w obrębie wapienia chechczyńskiego Ca1. Strefy numer 3, 4, 5 są nasycone gazem. Strefy numer 2 i 6 są strefami przejściowymi, nasycone mieszaniną gazu i wody. Strefy numer 7, 8 i 9 są nasycone wodą. W obrębie strefy 6 nie było możliwe rozdzielenie pola falowego na osobne obszary fali P i S i strefa ta była analizowana razem

Fig. 9. Histograms of frequency content of P and S-waves. Vertical scale describes intensity of presence of given frequency in the wavetrains. Histogram classes are in 2kHz steps. A) Histograms obtained for different lithologies: salt (Na3, Na2), anhydrite (A3d, A2d, A1g), dolomite (Ca2) and sandstones (P1). B) Histograms obtained for different parts of the Zechstein Limestone Ca1. Zones number 3, 4, 5 are saturated with gas. Zones number 2 and 6 are transition zones. They are partially saturated with gas. Zones number 7, 8, 9 are saturated with water. Within the zone number 6 it was impossible to distinguish P and S-waves and they were processed together

Uzyskane z powyższych badań wyniki w istotny sposób pomogły w doborze odpowiednich parametrów ciągłej transformaty falkowej oraz w interpretacji współczynników CWT będących wynikiem tej transformaty.

Tabela (Table) 4

Zakresy częstotliwości i częstotliwość dominująca fali P i S dla różnych typów litologicznych skał

Frequency band and dominant frequency of P and S waves for different types of lithology

Litologia <i>Lithology</i>	Sól <i>Salt</i>		Anhydryt <i>Anhydrite</i>		Dolomit <i>Dolomite</i>		Piaskowiec <i>Sandstone</i>		Wapień (Gaz) <i>Limestone (Gas)</i>		Wapień (Woda) <i>Limestone (Water)</i>	
	P	S	P	S	P	S	P	S	P	S	P	S
Zakres częstotliw. <i>Frequency band [kHz]</i>	10–20	10–18	10–18	10–20	12–20	12–20	10–20	10–20	10–18	6–16	12–18	6–18
Częstotliwość dominująca <i>Dominant frequency [kHz]</i>	16	12	18	14–16	18	14	14	14	–	–	16	12–14

Dekompozycja akustycznych obrazów falowych za pomocą ciągłej transformaty falkowej

Z powodu skomplikowanego składu częstotliwościowego fal P i S oraz dzięki wyraźnemu zróżnicowaniu pakietów w domenie czasu zdecydowano się zastosować ciągłą transformatę falkową, dla której skala zmienia się w sposób ciągły i z dowolnym krokiem. W wyniku uzyskano rozkłady współczynników CWT na płaszczyźnie czas – skala (częstotliwość), a nie pojedyncze detale i aproksymacje.

Istotnym zagadnieniem dla tej części badań było powiązanie skali z częstotliwością. Charakterystyczną cechą transformaty falkowej jest przedstawianie sygnałów w domenie czas – skala. Istnieje zależność między skalą a częstotliwością, ale w przypadku falek należy mówić raczej o „pseudoczęstotliwości” odpowiadającej danej skali. Jest ona dana następującą relacją (Misiti *et al.* 2002)

$$F_a = \frac{F_c}{s \cdot \Delta t} \quad (9)$$

gdzie:

F_a – „pseudoczęstotliwość” [Hz],

F_c – częstotliwość środkowa falki [Hz],

s – skala [1/s],

Δt – krok próbkowania sygnału w czasie [s].

Częstotliwość środkowa falki odpowiada częstotliwości dominującej falki i odzwierciedla jej główne oscylacje (Fig. 10). F_c wyznaczana jest jako częstotliwość maksimum widma amplitudowego falki. „Pseudoczęstotliwość” należy rozumieć jako częstotliwość sygnału okresowego, o okresie równym $1/F_c$. Kiedy falka jest skalowana (rozciągana lub ściskana), częstotliwość środkowa zmienia się i wynosi F_c/s . Dodatkowo uwzględnia się krok próbkowania sygnału Δt , dzięki czemu uzyskujemy powiązanie skali s z częstotliwością dla konkretnego sygnału.

Falka Morleta (pogrubiona linia) i sygnał okresowy o częstotliwości środkowej falki
Morlet wavelet (bold line) and periodic signal with frequency equal to wavelet center frequency

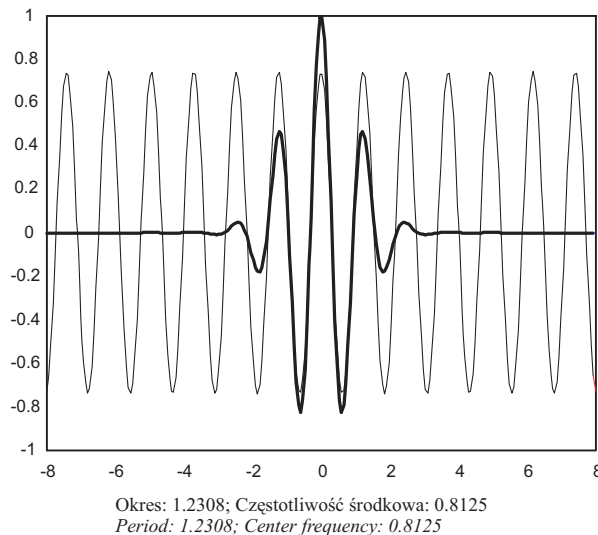


Fig. 10. Częstotliwość środkowa falki F_c przedstawiona za pomocą stowarzyszonego z falką w pełni okresowego sygnału sinusoidalnego o częstotliwości równej F_c

Fig. 10. Central frequency F_c presented as an associated with a given wavelet a purely periodic signal of frequency F_c

W prowadzonych badaniach przeliczono skale na pseudoczęstotliwość dla obrazów falowych próbkowanych z krokiem $4 \mu\text{s}$ i dla różnych falek: Meyera, Morleta, Mexh (druga pochodna funkcji Gaussa), Gaus3 (trzecia pochodna funkcji Gaussa) oraz dla falek z rodziny Daubechies (db2–db10), Symlet (sym1–sym7) i Coiflets (coif1–coif 5). Z uwagi na to, że w dziedzinie częstotliwości widma falek nakładają się, wykonano także analizę widm amplitudowych falek wykorzystanych w transformacie CWT (Fig. 11). Analizując związek częstotliwości ze skalą i szerokość widm amplitudowych falek oraz biorąc pod uwagę niewielkie zróżnicowanie częstotliwości pakietów P i S, przyjęto skalę w przedziale $[1, 32]$. W obszarach nasyconych gazem powstają fale o niższych częstotliwościach, stąd tam zakres zmienności skali został rozszerzony do przedziału $[1, 64]$. Takie granice obejmują interesujące częstotliwości z punktu widzenia analizy fal sprężystych generowanych w otwarte sondą LSS.

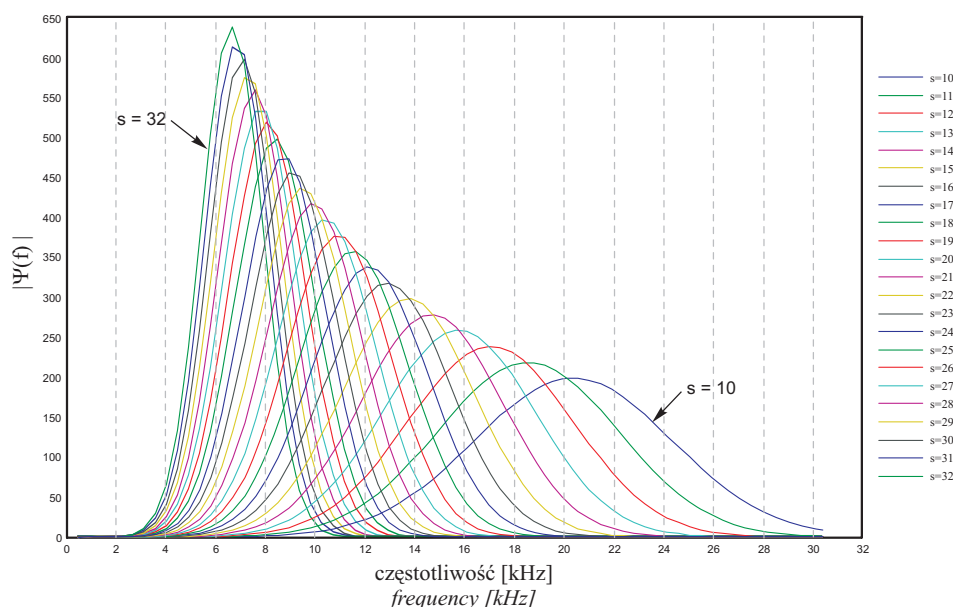


Fig. 11. Analiza widma amplitudowego falek Morleta. Badano maksymalną częstotliwość widma (pseudoczęstotliwość F_c) oraz szerokość widm. Na rysunku przedstawiono skale z zakresu [10, 32] obejmujące częstotliwości fal sprężystych generowanych w otworze

Fig. 11. Analysis of amplitude spectra of Morlet wavelet. Maximum frequency (i.e. pseudofrequency) and the width of spectra were investigated. In the figure scales from the range [10, 32] are displayed that cover frequency of waves generated in boreholes

Kolejnym krokiem badań było zastosowanie ciągłej transformaty falkowej w granicach zmiany skali określonych powyżej. Analizę wykonano za pomocą falki Morleta, według autorki najlepiej odpowiadającej charakterowi akustycznych obrazów falowych. W wyniku transformaty CWT uzyskano współczynniki, które można traktować jako miarę korelacji falki z sygnałem. Tam gdzie współczynniki mają duże wartości, podobieństwo falki i sygnału w dziedzinie czasu jest duże. W kolejnym kroku obliczono obwiednię współczynników CWT i wykonano wykresy trójwymiarowe oraz mapy konturowe wartości bezwzględnych współczynników CWT. Ich analiza ma na celu zidentyfikowanie poszczególnych pakietów falowych na płaszczyźnie czas – skala (częstotliwość). Rozpoznanie i lokalizacja fal prowadzona jest w oparciu o ich cechy kinematyczne i dynamiczne. Granice częstotliwości przyjęto na podstawie rozkładów częstotliwościowych uzyskanych z przeprowadzonej analizy (Tab. 4). Podstawą do wyznaczenia granic występowania fal na osi czasu są prędkości propagacji fal (Jarzyna *et al.* 1999). Przykład dekompozycji CWT sygnału pochodzącego z wapienia cechsztyńskiego Ca1 przedstawia figura 12.

Opracowywany algorytm, analizujący współczynniki CWT, pozwala na automatyczne powiązanie maksimów współczynników z określonymi falami oraz określanie obszarów trwania pakietów falowych na płaszczyźnie czas – skala (częstotliwość).

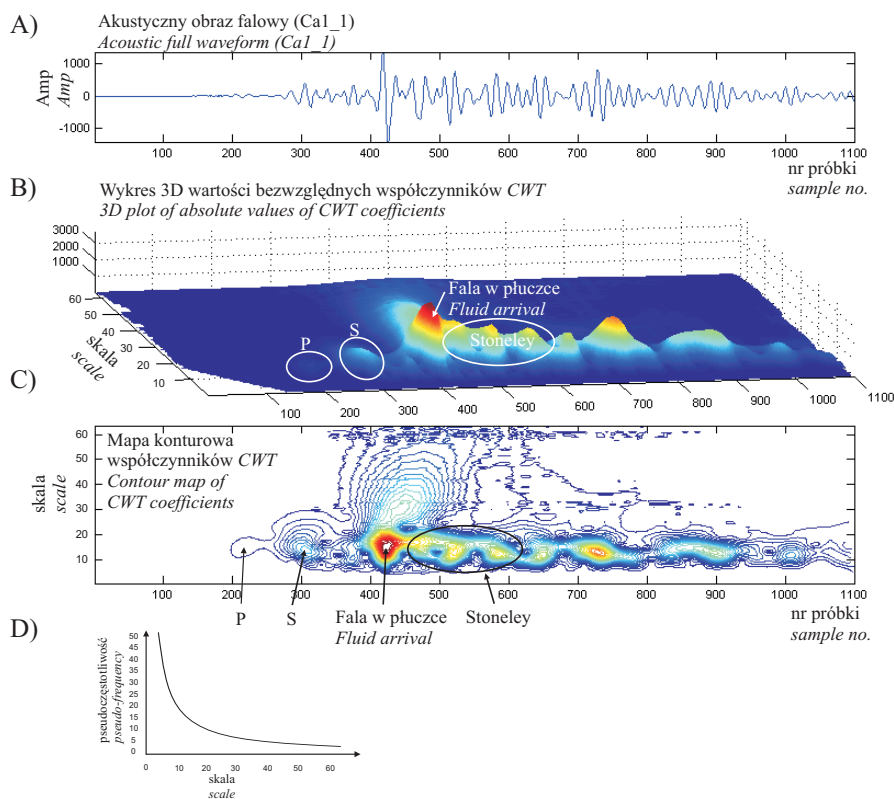


Fig. 12. Wynik ciągłej transformaty falowej akustycznego obrazu falowego (A) pochodzącego z pierwszej strefy wapienia cechsztyńskiego Ca1_1. Współczynniki transformaty przedstawiono w formie wykresu 3D (B) oraz mapy konturowej (C) wykreślonych po obliczeniu obwiedni. Na figurze zamieszczono również wykres wiążący skalę z pseudoczęstotliwością (D) dla falki Morleta

Fig. 12. Result of CWT transform of acoustic full waveform (A) from the Zechstein Limestone, zone number 1. CWT coefficients are presented as 3D plot (B) and contour map (C) after calculation of envelope of coefficients. In the figure a plot of scale vs. pseudo-frequency (D) for Morlet wavelet is displayed

PODSUMOWANIE

Rozdzielenie pola falowego za pomocą transformaty falkowej wymaga oryginalnego podejścia do problemu. Prowadzone badania pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

1. Skład częstotliwościowy fal P i S jest skomplikowany i mało zróżnicowany. Brak jest wyraźnego podziału między częstotliwościami pakietów, pasma częstotliwości nachodzą na siebie i pokrywają się w dużym przedziale.
2. Dyskretna transformata falkowa charakteryzuje się zbyt małą czułością na tak subtelne różnice w częstotliwościach fal P i S. Ograniczenie pasma badanych częstotliwości za pomocą zmiany kroku próbkowania sygnału okazuje się niewystarczające, a dodatkowo prowadzi do utraty części informacji o ośrodku geologicznym.

3. Dyskretną transformatę falkową można zastosować do wydzielenia i odfiltrowania nisko-częstotliwościowego szumu.
4. Zastosowanie ciągłej transformaty falkowej i interpretacja map czas – skala (częstotliwość) współczynników CWT daje szansę na zidentyfikowanie fal oraz na określenie czasu trwania oraz pasma częstotliwości dla poszczególnych pakietów falowych.

Badania, prowadzone w kierunku identyfikacji fal na mapach czasowo-częstotliwościowych współczynników CWT i zastosowania ciągłej transformaty falkowej do automatycznego przetwarzania obrazów falowych w określonym interwale głębokościowym dają wyniki na zadowalającym poziomie rozdzielczości.

Artykuł przygotowano w ramach prac własnych ZG WGGiOŚ AGH finansowanych przez MNiI, nr umowy 10.10.140.191.

LITERATURA

- Augustyniak P., 2003. *Transformacje falkowe w zastosowaniach elektrodiagnostycznych*. Uczelniane Wydawnictwa Naukowo- Dydaktyczne AGH, Kraków.
- Bała M. & Jarzyna J., 1992. Wyznaczenie parametrów sprężystych ośrodka na podstawie otworowych pomiarów akustycznych obrazów falowych i pomiarów gęstości. *Zeszyty Naukowe AGH, Geofizyka Stosowana*, z. 12, 69–90, Wydawnictwa AGH, Kraków.
- Bała M., 1988. Analiza obrazu falowego zarejestrowanego przy profilowaniu akustycznym w odwiercie pod kątem oceny parametrów sprężystych i zbiornikowych skał. *Zeszyty Naukowe AGH, Geofizyka Stosowana*, z. 3, Wydawnictwa AGH, Kraków.
- Baudzis S., 2002. Full Wave Sonic – dane techniczne oraz standardowe konfiguracje zestawów akustycznych. *Materiały VIII Krajowej Konferencji Naukowo-Technicznej*, t. 2, 5–12, Szymbark.
- Białasiewicz J.T., 2000. *Falki i aproksymacje*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Daubechies I., 1992. *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, Philadelphia.
- Gądek W., Kubik B. & Stadtmüller M., 1999. *Przygotowanie danych wejściowych do opracowania programu automatycznej interpretacji akustycznych obrazów falowych sondą LSS (etap I)*. ZGF WGGiOŚ AGH, Kraków.
- Jarzyna J., 1989. Analiza pola fal sprężystych w otworze wiertniczym i naturalnym ośrodku skalnym w metodzie profilowań akustycznych. *Zeszyty Naukowe AGH, Geofizyka Stosowana*, z. 2, Wydawnictwa AGH, Kraków.
- Jarzyna J., Bała M. & Cichy A., 2001. *Interpretacja akustycznych obrazów falowych – programy FALAwin*. Arbor, Kraków.
- Jarzyna J., Bała M. & Zorski T., 1999. *Metody geofizyki otworowej. Pomiary i interpretacja*. Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków.
- Kaiser G., 1994. *A friendly guide to wavelets*. Birkhäuser, Boston.

- Knize S., 1989. Evaluation of full wave sonic data by analysis of instantaneous characteristics and holograms. *12th International Logging Symposium of SAID*, SAID-004, Paris.
- Mallat S., 1998. *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press, San Diego.
- Minear J.W. & Fletcher C.R., 1983. Full-wave acoustic logging. *Twenty-Four Annual Logging Symposium Transaction*, vol. II, June 27–30, EE, SPWLA – CWLS, Calgary.
- Misiti M., Misiti Y., Oppenheim G. & Joggi J-M., 2002. *Wavelet toolbox for use with Matlab*. The Mathworks Inc. User's Guide Online.
- Paillet F.L. & White J.E., 1982. Acoustic modes of propagation in the borehole and their relationship to rock properties. *Geophysics*, 8, 1215–1228.
- Paillet F.L., Cheng C.H. & Pennington W.D., 1992. Acoustic-Waveform Logging – Advances in Theory and Application. *The Log Analyst*, May – June, 239–257.
- Polikar R., 1995. *The Wavelet Tutorial*. Part IV. Multiresolution analysis: The Discrete Wavelet transforms. <http://users.rowan.edu/~polikar/research/publications/>
- Scarascia S., Colombi B. & Cassinis R., 1976. Some experiments on transverse waves. *Geophysical Prospecting*, 24, 549–568.
- Wawrzyniak K., 2005. Wavelet analysis – a new approach to processing of acoustic full waveforms. *Near Surface*, 2005, P063, Palermo.
- Zieliński T.P., 2002. *Od teorii do cyfrowego przetwarzania sygnałów*. Wydział EAIiE AGH, Kraków.

Summary

Acoustic full wavetrain is a very important log in borehole geophysics with wide application in petrophysics, petroleum geology and seismics. However, there are some difficulties with interpretation caused by interference of elastic waves recorded during acoustic log. This is why the author decided to decompose acoustic wave filed into separate waves with using time-frequency analysis, wavelet transform.

Elaborated data were delivered by Long Spaced Sonic tool of Halliburton Energy Services (LSS) (Fig. 1). Example of full wave acoustic signal with indicated elastic waves generated in a borehole is shown in Figure 2. A separation of wave field was carried out with the use of wavelet transform and a time-frequency representation of non-stationary signals was provided. A significant element of this transform, so called “mother wavelet” $\psi_{s,\tau}(t)$, is a prototype for generating the whole family of basis functions, i.e. wavelets at different width. Wavelets are well localized in time and have limited frequency band (Fig. 3). There are two types of wavelet analysis: continuous wavelet transform (CWT) and discrete wavelet transform (DWT). CWT is defined as the sum over the whole time range of the signal multiplied by scaled, shifted versions of the wavelet function $\psi_{s,\tau}(t)$ (eq. 4). Scaling a wavelet means stretching or compressing it. Thus, the scale is related to the frequency of the signal. Shifting a wavelet means moving it along the time axis. CWT produces wavelet coefficients that can be interpreted as correlation coefficients between wavelet and signal. Figure 4 depicts the way obtaining CWT coefficients. Calculating wavelet coefficients at every possible scale generates a lot of data. Much more efficient and just as accurate is dis-

crete wavelet transform DWT where the scale and position are based on power of two (eq. 5). DWT is iteratively calculated applying low-pass and high-pass filters, and subsequently down sampling them by two. Figure 5 shows this procedure and also the frequency bands (in terms of discrete frequencies) for each level.

Acoustic full waveforms recorded with Long Spaced Sonic tool (Halliburton Energy Services) in various rocks on the Fore-Sudetic Monocline, Poland, were the subject of investigation. Table 1 shows lithostratigraphic division.

As first, DWT was applied to decompose acoustic full wavetrains into separate waves. Though different wavelets (db3–db10, sym4–sym7, coif2–coif5) were tested it was impossible to distinguish separate waves on details and approximations. The reason was the low resolution of DWT applied to acoustic full wavetrains sampled with 250 kHz rate ($\Delta t = 4 \mu\text{s}$) (compare Fig. 5). Thus, the sampling rate was changed to 83.3 kHz ($\Delta t = 12 \mu\text{s}$) in order to improve frequency resolution of DWT (Tab. 2). The frequency band investigated by DWT was narrowed down from 125 kHz to 41 kHz. Information about frequencies of elastic waves was shifted from 4th and 5th level of decomposition to 2nd and 3rd. Then, some pairs of wavetrains were chosen to calculate transit interval times of P, S and Stoneley waves. Approximations and details were analyzed in terms of detecting and separating individual waves as well as low- and high-frequency noise (Fig. 6). DTP, DTS and DTSt were calculated and compared with slowness obtained from other methods (Tab. 3). Ambiguous results of DWT were the reason of detailed analysis of frequency content of P and S waves in different lithologies. Acoustic amplitude-time-depth plots were divided into zones that correspond to different rock types and various stratigraphic divisions (Fig. 7, Tab. 1). Arrivals and durations of P and S waves were defined within every zone. Then, P and S waves were extracted from acoustic full wavetrains and normalized to the range $[-1, 1]$ (Fig. 8A). Next step was to calculate the power spectra for every wave packets and normalized them to the range $[0, 1]$ (Fig. 8B). On the basis of counted local maxima above the two thresholds (equal 0.4 and 0.7) (Fig. 8B) histograms of frequency content of P and S waves were constructed (Fig. 9). The histograms were used to determine the dominant frequency as well as frequency band of P and S waves in different lithologies (Tab. 4). The histograms reveal complicated and low diversity of frequency content of compressional and shear waves. This is why continuous wavelet transform was applied to decompose the acoustic full waveforms. Firstly, the relation between the scale of wavelet and pseudo-frequency (Fig. 10) were determined for different wavelets as well as frequency bands of wavelet family were investigated (Fig. 11). Next, continuous wavelet transform was calculated and maps of coefficients CWT for acoustic full wavetrain were obtained (Fig. 12). Special algorithm that enables automatic determination of elastic waves on the basis of CWT coefficients is worked out.

To sum up: DWT is not a proper tool for decomposing wave field because of poor frequency resolution in terms of low diversity of frequency content of elastic waves observed in the acoustic full wavetrains. However, it is convenient analysis for de-noising signals from low- and high-frequency noise. CWT is more promising tool for decomposing wave field into separate wave packets thanks its better resolution.