

Rafał Wiśniowski*, Stanisław Stryczek*, Krzysztof Skrzypaszek*

**METODYKA WYZNACZANIA
UOGÓLNIONEJ LICZBY REYNOLDSA CIECZY WIERTNICZYCH
OPISYWANYCH MODELEM REOLOGICZNYM
HERSCHELA–BULKLEYA****

1. MODELE REOLOGICZNE CIECZY WIERTNICZYCH

W nowoczesnych technologiach wiertniczych wykorzystuje się różnego rodzaju cieczy. Właściwości chemiczne, fizyczne oraz parametry reologiczne i technologiczne cieczy wiertniczych zależą od celu ich stosowania oraz są pochodną czynników geologiczno-wiertniczych.

Rozważając cel stosowania, wśród cieczy wiertniczych wyróżnia się:

- płuczki wiertnicze;
- zaczyny uszczelniające;
- zaczyny wzmacniające;
- zaczyny stabilizujące;
- zaczyny do tworzenia mostów technologicznych;
- cieczy przemywające;
- cieczy wyprzedzające;
- cieczy przybitkowe;
- cieczy kwasujące;
- cieczy szczelinujące i cieczy podpierające szczeliny;
- cieczy nadpakerowe.

Zmienne warunki geologiczno-wiertnicze wpływają na dobór między innymi odpowiednich właściwości reologicznych przetłaczanych płynów. Przy opisie właściwości reologicznych cieczy wiertniczych wykorzystuje się liczne modele reologiczne.

* Wydział Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH, Kraków

** Praca zrealizowana w ramach grantu uczelnianego zamawianego NT GUZ 21.10.190.228

Do najczęściej stosowanych w praktyce przemysłowej zaliczyć można modele cieczy reostabilnych:

- uogólnionych cieczy newtonowskich,
- cieczy nienewtonowskich.

Uogólnione ciecze newtonowskie to ciecze, dla których zależność pomiędzy naprężeniem a szybkością ścinania ma postać $\tau = h(-dv/dr)^n$. Ciecze te dla parametru $n < 1$ noszą nazwę cieczy Ostwalda de Waelle (rozrzedzanych ścinaniem lub pseudoplastycznych), a dla parametru $n > 1$ – cieczy zagęszczanych ścinaniem. Szczególnym przypadkiem tego typu cieczy jest klasyczna ciecz newtonowska ($n = 1$), dla której krzywa płynięcia jest linią prostą przechodzącą przez początek układu współrzędnych.

Ciecze nienewtonowskie to takie, dla których krzywa płynięcia ma przebieg prosto- lub krzywoliniowy nie przechodzący przez początek układu współrzędnych.

Spośród nich wyróżnia się ciecze [2, 4, 5]:

- Bingham, a,
- Cassona,
- Herschela–Bulkleya.

W światowej praktyce wiertniczej przy opisie cieczy wiertniczych stosuje się modele cieczy reologicznie stabilnych. Najczęściej wykorzystuje się modele cieczy newtonowskie, liniowe plastycznolepkie (binghamowskie) i pseudoplastyczne (Ostwalda de Waelle) [3, 5].

Stosowanie środków chemicznych, umożliwiających modyfikację właściwości fizycznych i parametrów reologicznych cieczy wiertniczych powoduje, że ciecze te mogą wykazywać zarówno cechy liniowych cieczy plastycznolepkich, jak i cieczy pseudoplastycznych. Jednym z możliwych do zastosowania jest model Herschela–Bulkleya w postaci

$$\tau_0 + k \left(\frac{dv}{dr} \right)^n \quad (1)$$

2. WPLYW LICZBY REYNOLDSA NA WIELKOŚĆ OPORÓW PRZEPLYWU CIECZY WIERTNICZYCH

Opory przepływu cieczy wiertniczych w dowolnym elemencie systemu cyrkulacyjnego wyznacza się, wykorzystując wzór Fanninga [1]

$$\frac{dp}{dl} = \frac{2f}{D_e} \bar{v}^2 \quad (2)$$

Wartość współczynnika Fanninga strat na tarcie zależy od:

- rodzaju przepływającej cieczy;
- geometrii i właściwości fizycznych elementu, w którym przepływ się odbywa;
- charakteru przepływu.

Niezbędne wzory obliczeniowe pozwalające wyznaczyć wartość współczynnika strat na tarcie cieczy wiertniczych opisywanych różnymi modelami reologicznymi przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Zestawienie zależności pozwalających wyznaczyć wartość współczynnika Fanninga strat na tarcie

Rodzaj cieczy	Newtonowska	Binghama	Ostwalda de Waele
Model reologiczny	$-\frac{dv}{dr}$	$\tau_0 - \frac{dv}{dr}$	$k \frac{dv}{dr}^n$
Wartość współczynnika f dla przepływu laminarnego	$f = \frac{16}{Re}$		
Wartość współczynnika f dla przepływu turbulentnego	$f = a \bar{Re}^{-b}$ $a = 0,0791$ $b = 0,25$	$f = a Re^{-b}$ $a = 0,047$ dla wnętrza rur $b = 0,21$ $a = 0,036$ dla orurowanej przestrzeni pierścieniowej $b = 0,17$ $a = 0,030$ dla nieorurowanej przestrzeni pierścieniowej $b = 0,14$	$f = a \bar{R} e^{-b}$ $a = \frac{3,93 \ln n}{50}$ $b = \frac{1,75 - \ln n}{7}$
Wartość uogólnionej liczby Reynoldsa dla wnętrza rur	$\bar{Re} = Re \frac{\bar{v}D}{\nu}$	$\bar{Re} = \frac{\bar{v}D}{\frac{D_0}{6\bar{v}}}$	$\bar{Re} = \frac{8 \bar{v}^{2-n} D^n}{k \frac{2(3n-1)}{n}}$

Dla danego modelu reologicznego cieczy wiertniczej wielkość współczynnika Fanninga strat na tarcie zależy od liczby Reynoldsa lub uogólnionej liczby Reynoldsa.

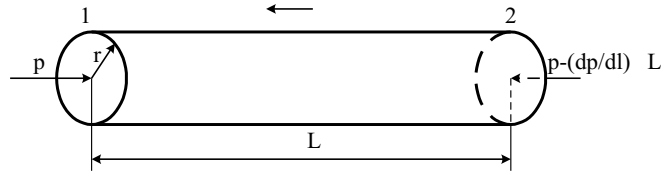
3. WPŁYW PARAMETRÓW REOLOGICZNYCH CIECZY OPISYWANEJ MODELEM HERSCHELA–BULKLEYA NA WARTOŚĆ LICZBY REYNOLDSA

Rozważając model reologiczny Herschela–Bulkleya można również wyprowadzić związek pomiędzy liczbą Reynoldsa a współczynnikiem Fanninga strat na tarcie.

Uogólniona liczba Reynoldsa określana jest wzorem [1]

$$\bar{Re} = \frac{\nu D_e}{e} \quad (3)$$

Lepkość ekwiwalentną cieczy nienewtonowskiej wyznacza się z porównania wzorów umożliwiających obliczanie oporów laminarnego przepływu cieczy newtonowskiej i nienewtonowskiej. Szukane równanie uzyskuje się, rozważając zależności przedstawione na rysunku 1.



Rys. 1. Rozkład naprężeń podczas przepływu laminarnego cieczy przez rurę

Równanie równowagi sił można zapisać w postaci

$$p r^2 - 2 r l - - \frac{dp}{dl} L r^2 = 0 \quad (4)$$

Po przekształceniu otrzymuje się

$$\frac{dp}{dl} = \frac{2}{r} \quad (5)$$

Wstawiając do równania (5) zależność opisującą związki reologiczne w cieczy Newtonowskiej $-\frac{dv}{dr}$ oraz rozwiązując powstałe równanie różniczkowe, uzyskuje się równanie Hagen-Poiseuille'a [5]

$$\frac{dp}{dl} = \frac{128}{D^4} Q \quad (6)$$

Uwzględniając w równaniu (5) model reologiczny cieczy Herschela-Bulkleya $\tau_0 = k - \frac{dv}{dr}^n$, uzyskuje się [7]

$$Q = \frac{D^{\frac{3n-1}{n}}}{2^{\frac{3n-1}{n}} (n-1)(2n-1)(3n-1)} \frac{dp}{2kdl} \left[1 - \frac{4}{D} \frac{dl}{Ddp} \right]^{\frac{n-1}{n}} \quad (7)$$

$$n(n-1)(2n-1) - 2n^2(n-1) \frac{4}{D} \frac{dl}{Ddp} - 2n^3 \frac{4}{D} \frac{dl}{Ddp}^2$$

Wstawiając do równania (7) zależność (6), otrzymuje się

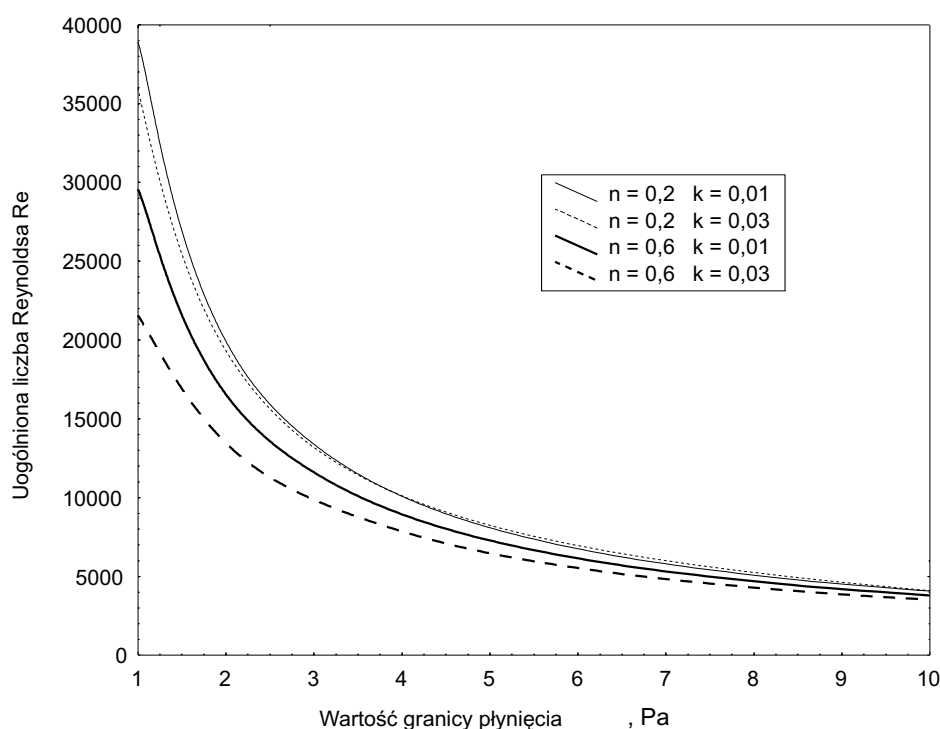
$$Q = \frac{D^{\frac{3n-1}{n}}}{2^{\frac{3n-1}{n}} (n-1)(2n-1)(3n-1)} \frac{64}{kD^4} Q^{\frac{1}{n}} \left[1 - \frac{4}{32} \frac{D^3}{Q} \right]^{\frac{n-1}{n}} \quad (8)$$

$$n(n-1)(2n-1) - 2n^2(n-1) \frac{D^3}{32 Q} - 2n^3 \frac{D^3}{32 Q}^2$$

Rozwiązując równanie algebraiczne (8), można określić wartość lepkości ekwiwalentnej dla cieczy opisywanej modelem reologicznym Herschela–Bulkleya. W celu realizacji tego zagadnienia proponuje się wykorzystać jedną z metod numerycznych, np. metodę połowienia przedziału [6].

Wyznaczając wartość lepkości ekwiwalentnej można, wykorzystując wzór (3), obliczyć uogólnioną liczbę Reynoldsa.

Na rysunku 2 przedstawiono wpływ zmian parametrów reologicznych cieczy Herschela–Bulkleya (n , k , τ_0) na wartość uogólnionej liczby Reynoldsa.



Rys. 2. Wpływ parametrów reologicznych cieczy Herschela–Bulkleya na wartość uogólnionej liczby Reynoldsa

Obliczenia przeprowadzono rozwiązując uprzednio numerycznie równanie (7), przyjmując następujące dane:

- gęstość płuczki $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$,
- strumień objętości przepływu $Q = 0,02 \text{ m}^3/\text{s}$,
- średnica wewnętrzna rury płuczkowej $d = 0,1086 \text{ m}$.

W obliczeniach uwzględniono ciągły zakres zmienności granicy płynięcia cieczy τ_0 [1,10] i dyskretny zakres wartości współczynnika konsystencji: $k = 0,01 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ i $k = 0,03 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ oraz wartości wykładnika potęgowego $n = 0,2$ i $n = 0,6$.

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można stwierdzić, że wartość uogólnionej liczby Reynoldsa maleje wraz ze wzrostem wartości dowolnego parametru reologicznego cieczy opisywanej modelem Herschela–Bulkleya.

Znając wartość liczby Reynoldsa można wyznaczyć współczynnik Fanninga strat na tarcie $f = a \bar{Re}^{-b}$.

Wartości współczynników a oraz b są przedmiotem badań laboratoryjnych i przemysłowych prowadzonych w Zakładzie Wiertnictwa i Geoinżynierii AGH.

4. PODSUMOWANIE

- Model reologiczny Herschela–Bulkleya opisujący ciecze wiertnicze powinien być stosowany w praktyce inżynierskiej. Wiąże on bowiem ze sobą zarówno właściwości plastyczne, jak i lepkie rzeczywistych cieczy stosowanych w różnych aplikacjach wiertniczych.
- Wyprowadzone wzory oraz proponowana metodyka wyznaczania uogólnionej liczby Reynoldsa dla cieczy opisywanych modelem Herschela–Bulkleya powinny być stosowane w działalności przemysłowej.
- Znajomość wpływu parametrów reologicznych cieczy na wartość uogólnionej liczby Reynoldsa może być pomocna przy projektowaniu parametrów hydraulicznych technologii wiercenia otworów naftowych.

SPIS OZNACZEŃ

- D – średnica rury, m,
- D_e – średnica ekwiwalentna przekroju przepływu, m,
- dv/dr – gradient prędkości ścinania, s^{-1} ,
- dp/dl – jednostkowe straty ciśnienia, Pa/m,
- L – długość odcinka rur, m,
 - lepkość plastyczna, Pa·s,
- e – lepkość ekwiwalentna cieczy, Pa·s,
- f – współczynnik Fanninga strat na tarcie, –,
- k – parametr konsystencji $k = n$, Pa·s ^{n} ,
- N – wykładnik potęgowy, 0,
- l – długość elementu, w którym odbywa się przepływ, m,
- p – ciśnienie wywierane na ciecz, Pa,
- Q – strumień objętości przepływu cieczy, m³/s,
- r – promień rury, m,
 - gęstość cieczy, kg/m³,
 - naprężenia styczne, Pa,
- τ_0 – granica płynięcia, Pa,
- \bar{v} – średnia prędkość przepływającej cieczy, m/s.

LITERATURA

- [1] Bourgoyne A.T., Milheim K.K., Chenevert M.E., Young F.S.: *Applied Drilling Engineering*. SPE Textbook, 1986
- [2] Casson N.: *Rheology of Disperse Systems*. New York, C.C. MILL 1959
- [3] Kembłowski Z.: *Reometria płynów nienewtonowskich*. Warszawa, WNT 1973
- [4] Klotz J.A., Brigham W.E.: *To determine Herschel-Bulkley coefficients*. Journal of Petroleum Technology, Nov. 1998
- [5] Raczkowski J.: *Technologia płuczek wiertniczych*. Katowice, Wyd. Śląsk 1981
- [6] Wiśniowski R.: *Zastosowanie metod numerycznych przy rozwiązywaniu problemów technologicznych*. Materiały Studium Podyplomowego „Transport i dystrybucja gazu”, Kraków, Wydział Wiertnictwa, Nafty i Gazu AGH 2003
- [7] Wiśniowski R.: *Zastosowanie modelu Herschela–Bulkleya w hydraulicznej płuczek wiertniczych*. Nowoczesne Techniki i Technologie Bezwykopowe, z. 2, 2000