

EXERGETISCHE BETRACHTUNG EINER GASTURBINENSCHALTUNG ALS EINES VERALLGEMEINERTEN ENERGETISCHEN SYSTEMS

ANALIZA EGZERGETYCZNA UKŁADU TURBINY GAZOWEJ JAKO UOGÓLNIONEGO SYSTEMU TECHNICZNEGO

Przedstawiono dokładny sposób modelowania ukierunkowany na analizy i oceny termodynamiczne systemów energetycznych. Jako przykład rozpatrzono podstawowy układ turbiny gazowej z odzyskiem ciepła. Gazem napędowym jest metan oraz wodór traktowane jako gazy doskonałe. Podane zostały obliczenia numeryczne na podstawie odpowiednich wzorów i algorytmów wyprowadzonych we wcześniejszych pracach autora. Opisana metoda może być zastosowana do bardziej rozbudowanych systemów energetycznych, w szczególności systemów z małą emisją dwutlenku węgla w procesach spalania.

Słowa kluczowe: analiza termodynamiczna, egzergia, turbina gazowa, system energetyczny

EXERGY ANALYSIS OF A GAS TURBINE SCHEME AS A GENERAL POWER SYSTEM

Detailed method of modeling has been presented, which is aimed for thermodynamic analyzes and rating of power systems. As an example the gas turbine scheme with heat recovery was discussed. The gas fuel is methane and hydrogen, treated as perfect gases. The numerical calculations based on the derivations and algorithms have been given, which were presented in author's former papers. The described method can be applied to the more complicated power structures, especially to systems with CO₂-poor combustion processes.

Keywords: thermodynamic analysis, exergy, gas turbine, power system

In [8] wurde die verfahrenstechnische Vorgehensweise zur thermodynamischen Modellierung energetischer Systeme bereits vorgestellt, und ein Beispiel einer herkömmlichen Gasturbine durchgerechnet. Damit wurde die chemische Reaktion der Verbrennung von Methan CH₄ und des Wasserstoffs H₂ berücksichtigt, was die bisher übliche Wärmezugabe ersetzt. Das war insoweit möglich, daß eine allgemeine Methodik zur exergetischen Analyse und Beurteilung chemischer Reaktionen ausgearbeitet worden ist. Diese beruht auf dem allgemeinen Vorgehen, das für exergetische Analysen und der Bildung exergetischer Beurteilungsquotienten ausgearbeitet wurde, u.a. [2–4] und [6–7]. Es ginge dabei um eine möglichst universelle Methode, die die Formulierung der Beurteilungsquotienten auf der Basis von Exergiebilanzen ermöglichte, die jedoch in den festen Wertegrenzen zwischen Null und Eins liegen. Der Nachteil der meisten, bisher in der Fachliteratur formulierten exergetischen Wirkungsgrade war, daß sie diesen strengen und einzig logischen Wertebereich stark über- bzw. untergestritten hatten. Der zusätzliche Vorteil der ausgearbeiteten universellen Methodik liegt auch darin, daß der exergetische Beurteilungsquotient des ganzen, zusammengesetzten Systems, eine eindeutige Funktion der auf der gleichen Art und Weise definierten exergetischen Beurteilungsquotienten für einzelne Prozesse ist.

1. DIE THERMODYNAMISCHE EFFEKTIVITÄT

Die exergetische Bilanz des jeden Prozesses eines zusammengesetzten energetischen Systems wird in die jeweiligen entstehenden und verschwindenden Exergien

unterteilt, wobei zuerst die thermischen, mechanischen und eventuell chemischen (stofflichen und konzentrations-abhängigen) Terme ausgesondert werden. Zum Beispiel wird während der Kompression eines Gases die technische Arbeit zugeführt, und das Gas wird erwärmt und sein Druck wird erhöht. Die zugeführte Arbeitsmenge L_t wird offensichtlich der zugeführten reinen Exergie entsprechen (d.h. ihre Anergie wird gleich Null), und die Exergiezunahme des Gases setzt sich aus dem thermischen (durch die Temperaturänderung determinierten) und dem mechanischen (durch die Druckerhöhung bestimmten) Teil zusammen. Die zugeführte Arbeit wird zu den im Prozeß verschwindenden Exergien zugerechnet, und die thermische sowie mechanische Exergieerhöhung zu den entstehenden. Die letzten stellen den Zähler und die ersten den Nenner des exergetischen Beurteilungsquotienten, der thermodynamischen Effektivität, dar. Werde die Wärmeableitung den Kompressionsprozeß zutreffen, wird die Exergie der abgeleiteten Wärme zu den entstehenden Exergien angerechnet was bedeutet, daß die Kühlung in dem analysierten Prozeß nur die thermodynamische Effektivität des Prozesses erhöhe. Damit ist der Quotient der thermodynamischen Effektivität ein sehr objektives Kriterium für die Güte der entsprechenden Energiewandlung im Prozeß. Der Unterschied zwischen den im Prozeß verschwindenden und den entstehenden Exergien entspricht den Exergieverlusten, die durch die Nichtumkehrbarkeit verursacht sind (das Gesetz von Guy–Stodola).

Aufgrund des so definierten Quotienten der thermodynamischen Effektivität lassen sich die exergetischen Wirkungsgrade ableiten, die auf rein subjektiven Analysen

* VSB – Technical University Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Power Engineering
AGH University of Science and Technology in Krakow, Faculty of Mechanical Engineering; kozaczka@agh.edu.pl

beruhen. So zum Beispiel in dem oben genannten Fall im Nenner eines solchen Wirkungsgrades wird die zugeführte Exergie stehen (die technische Arbeit) und im Zähler die mechanische, durch die Druckänderung verursachte Exergiezunahme.

Die thermodynamische Effektivität eines Prozesses ist also gleich

$$\varepsilon = \frac{\sum E_j^+}{\sum E_i^-}$$

wobei sie aus der Exergiebilanz in der Form

$$\sum E_i^- \rightarrow \sum E_j^+ + T_0 \Delta S_{\text{irr}}$$

hervorgehe. Die obige Formel bringt zum deuten, daß in dem analysierten Prozeß insgesamt i verschwindende (Hochindex $-$) und j entstehende (Hochindex $+$) Exergien vorhanden sind. Das bedeutet aber nicht, daß das Gleichheitszeichen in dieser Formel stehe: ein Term der klassischen Exergiebilanz kann sich sowie aus den entstehenden als auch verschwindenden Exergietern zusammensetzen, vgl. [2–7]. Deshalb wurde die obige Formel (mit dem Zeichen \rightarrow anstatt $=$) auch als thermodynamischer Übergang benannt worden. Werden alle verschwindende und entstehende Exergien in einem energetischen, aus insgesamt m Prozessen bestehenden System addiert, und zwar

$$\sum (\sum E_i^-)_m \rightarrow \sum (\sum E_j^+)_m + T_0 \Delta S_{\text{irr}}$$

dann wird die thermodynamische Effektivität eines zusammengesetzten Systems zu

$$\varepsilon_\Sigma = \frac{\sum (\sum E_j^+)_m}{\sum (\sum E_i^-)_m}$$

oder auch

$$\begin{aligned} \varepsilon_\Sigma &= \sum_m \frac{(\sum E_j^+)_m}{\sum (\sum E_i^-)_m} = \sum_m \left(\frac{(\sum E_j^+)_m}{\sum (\sum E_i^-)_m} \cdot \frac{(\sum E_i^-)_m}{(\sum E_i^-)_m} \right) = \\ &= \sum_m \left(\frac{(\sum E_i^-)_m}{\sum (\sum E_i^-)_m} \cdot \frac{(\sum E_j^+)_m}{(\sum E_i^-)_m} \right) = \sum_m \gamma_m \varepsilon_m \end{aligned}$$

wobei

$$\gamma_m = \frac{(\sum E_i^-)_m}{\sum (\sum E_i^-)_m}$$

der Wiegekoeffizient der in dem m -ten Prozeß verschwindenden Exergien ist. Damit ist der Übergang von der thermodynamischen Effektivität eines Prozesses zur thermodynamischen Effektivität eines zusammengesetzten Sy-

stems möglich, und zwar unabhängig von seiner inneren Struktur (!). Es ist auch leicht zu folgen, daß die Güte eines jeweiligen Prozesses auch durch einen exergetischen Wirkungsgrad angegeben werden kann, wenn nur der Nenner alle im System verschwindende Exergien beinhaltet.

Der Nachteil des allgemeinen Quotienten der thermodynamischen Effektivität für ein System ist es, daß er die Werte sehr nahe Eins einnimmt, wenn das analysierte System sehr viele Prozesse enthält. So zum Beispiel für unendlich viel Prozesse wird der Grenzwert von ε_Σ zu

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \varepsilon = 1$$

unabhängig von den aus dem Zweiten Hauptsatz resultierenden Nichtumkehrbarkeiten. Dabei wird auch

$$\gamma_m \rightarrow 0$$

sein. Für einen einzigen Prozeß im System wird demgegenüber

$$\lim_{m \rightarrow 1} \varepsilon = \varepsilon_m \quad \text{und} \quad \gamma_m \rightarrow 1.$$

was natürlich die ganzen oben vorgestellten Überlegungen bestätigt.

Zusammenfassend lasse es sich feststellen, daß der Beurteilungsquotient auf exergetischer Basis die besten und angestrebten Eigenschaften besitze, wenn in seinem Nenner alle im System verschwindenden Exergien erscheinen, und im Zähler dagegen nur die gewollten entstehenden Exergien vorhanden sind, [7].

2. ZUM MODELLAUFBAU

Die Einzelheiten zum Modellaufbau einer grundsätzlichen Gasturbinenschaltung wurden bereits in [8] präsentiert. Das allgemeine Schema ist im Bild 1 dargestellt. Es wurden zwei chemische Reaktionen in der Gasphase berücksichtigt, und zwar die Methan- sowie Wasserstoffverbrennung. Sie müssen zuerst in den Druck p der Verbrennungskammer gebracht werden, das gleiche betrifft die Verbrennungsluft. Die Luft wird aber vor dem Eintreten in die Verbrennung regenerativ vorgewärmt. Bei höheren Prozeßdrücken fällt aber normalerweise diese Wärmerückgewinnung aus (die Temperatur T_{v1} ist höher als die T_{turb}).

Zur vollständigen Modellabstimmung reicht aus, wenn die entsprechenden dimensionslosen Kennzahlen angegeben werden. Für die nachstehenden Überlegungen werden die gleichen Werte wie in [8] gewählt, und zwar:

- Wirkungsgrad des Wärmeaustauschprozesses
 $h_{\text{hex}} = 1,$
- Intensität des Wärmeaustausches
 $i = 0,75,$
- polytroper Wirkungsgrad der Luftverdichtung
 $h_{m,\text{luft}} = 0,95,$
- polytroper Wirkungsgrad der Brenngasverdichtung
 $h_{m,\text{bg}} = 0,95,$
- polytroper Wirkungsgrad der Abgasentspannung
 $h_{m,\text{turb}} = 0,95.$

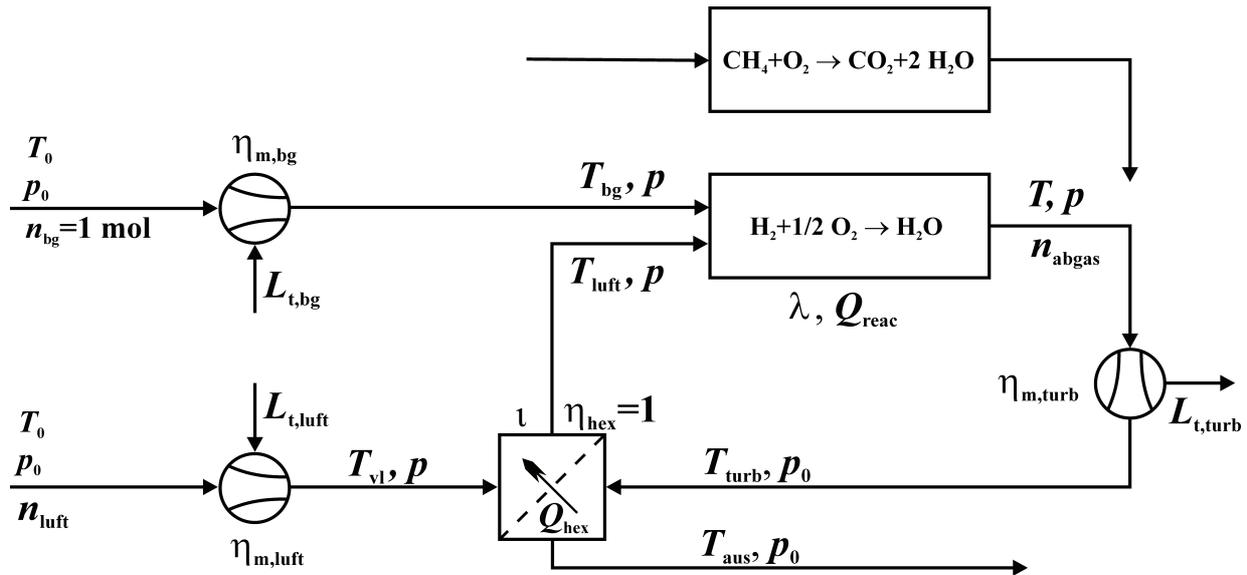


Bild 1. Die Gasturbinenschaltung für gasförmige Brennstoffe Methan CH_4 sowie Wasserstoff H_2 (die jeweiligen tiefgestellten Indexe stehen für: bg – Brennstoff, luft – Luft, vl – verdichtete Luft, turb – Turbine, reac – chemische Reaktion, abgas – Abgase, hex – Wärmeaustauscher)

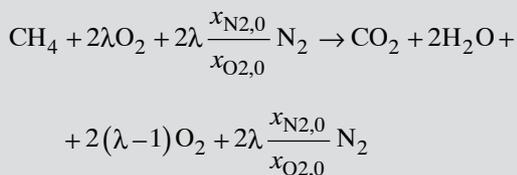
Jeweils zwei Prozeßdrücke 10 bar und 20 bar werden in die Berechnungen eingezogen, wobei die Umgebung durch die intensiven Parameter $T_0=283,15 \text{ K}$ und $p_0=1 \text{ bar}$ festgelegt wird. Die Verbrennungstemperaturen werden in dem Bereich von 1200 K bis 2000 K je 100 K gewählt. Die universelle Gaskonstante beträgt $\bar{R} = 0,0083143 \frac{\text{kJ}}{\text{Mol}\cdot\text{K}}$.

3. DETAILLIERTE VORGEHENSWEISE BEI EINER METHAN-ANGETRIEBENEN GASTURBINE

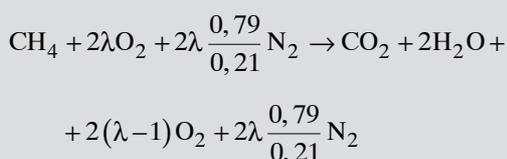
Chemische Verbrennungsreaktion ist



und unter Berücksichtigung der Luftüberschußzahl λ



oder



Diese chemische Reaktion ist äquimolar, d.h. die Molzahl der Substraten ist gleich der Molzahl entstehender Reaktionsprodukte. Die Berechnung erfolgt für 1 Mol

Brennstoff CH_4 . Die Molenzahl der Abgase, die die Brennkammer verlassen ist damit zu

$$n_{\text{abgas}} = 1 + 2 + 2(\lambda-1) + 2\lambda \frac{0,79}{0,21} \quad [\text{Mol}]$$

und die Molenzahl der Luft, die in die Brennkammer aus dem Verdichter (via Wärmetauscher) einfließt

$$n_{\text{luft}} = 2 + 2(\lambda-1) + 2\lambda \frac{0,79}{0,21} \quad [\text{Mol}].$$

Die Molenzahl des Brenngases ist immer gleich 1 Mol.

Nachdem die chemische Reaktion abgelaufen ist (Gleichgewicht an der rechten Seite, d.h. an der Seite der Produkte), folgende Konzentrationen können bestimmt werden:

$$x_{\text{CO}_2,\text{abgas}} = \frac{1}{n_{\text{abgas}}} \quad x_{\text{H}_2\text{O},\text{abgas}} = \frac{2}{n_{\text{abgas}}}$$

$$x_{\text{O}_2,\text{abgas}} = \frac{2(\lambda-1)}{n_{\text{abgas}}} \quad x_{\text{N}_2,\text{abgas}} = \frac{2\lambda \frac{0,79}{0,21}}{n_{\text{abgas}}}$$

Am Beginn des Prozesses entsprechende Konzentrationen sind dafür gleich:

$$x_{\text{CH}_4,1} = \frac{1}{n_{\text{abgas}}} \quad x_{\text{CO}_2,1} = 0$$

$$x_{\text{O}_2,1} = \frac{2\lambda}{n_{\text{abgas}}} \quad x_{\text{N}_2,\text{abgas}} = \frac{2\lambda \frac{0,79}{0,21}}{n_{\text{abgas}}}$$

Der Adiabatenexponent der Reaktionsmischung (Verbrennungsprodukte) ist

$$k_{\text{abgas}} = k_{\text{tri}} \left(x_{\text{CO}_2, \text{abgas}} + x_{\text{H}_2\text{O}, \text{abgas}} \right) + k_{\text{bi}} \left(x_{\text{O}_2, \text{abgas}} + x_{\text{N}_2, \text{abgas}} \right)$$

wobei die Annahme getroffen ist, daß für die einatomige Gase $k_{\text{mono}}=5/3$, für zweiatomigen $k_{\text{bi}}=7/5$, und für die drei- oder mehratomigen $k_{\text{tri}}=4/3$ ist. Für den angenommenen Fall der idealen Gase die entsprechenden spezifischen Wärmekapazitäten werden aus den Mayer'schen Gleichungen ausgerechnet, d.h. für die Abgase

$$\bar{c}_{p, \text{abgas}} = \frac{\bar{R}}{1 - \frac{1}{k_{\text{abgas}}}}$$

in kJ/(Mol·K). Die Luft kann als ein zweiatomiges Gas angesehen werden, und

$$\bar{c}_{p, \text{luft}} = \frac{\bar{R}}{1 - \frac{1}{k_{\text{bi}}}} = \frac{\bar{R}}{1 - \frac{5}{7}} = \frac{7}{2} \bar{R}$$

während der Brennstoff (Methan) als ein dreiatomiges, d.h.

$$\bar{c}_{p, \text{bg}} = \frac{\bar{R}}{1 - \frac{1}{k_{\text{tri}}}} = \frac{\bar{R}}{1 - \frac{3}{4}} = 4\bar{R}.$$

Um ein brauchbares Modell der Gasturbine aufbauen zu können, der polytrope Wirkungsgrad $\eta_{m, \text{turb}}$ wird angegeben. Die Endtemperatur der adiabaten Expansion kann aus der Formel

$$\frac{T_{\text{turb}}}{T} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} \quad \text{und} \quad T_{\text{turb}} = T \left(\frac{1}{\pi} \right)^{\frac{m-1}{m}}$$

berechnet werden, wobei der Zusammenhang zwischen dem Polytropenexponenten und dem polytropen Wirkungsgrad ist

$$\frac{m-1}{m} = \frac{k_{\text{abgas}} - 1}{k_{\text{abgas}}} \eta_{m, \text{turb}}$$

weil es für die einfache adiabate Expansion

$$\eta_{m, \text{EXPANSION}} = \frac{m-1}{m} \frac{k}{k-1}$$

gilt. Für die adiabate Verdichtung wird aber im allgemeinen

$$\eta_{m, \text{VERDICHUNG}} = \frac{m}{m-1} \frac{k-1}{k}$$

sein, und für den Verdichtungsprozeß wird der entsprechende polytrope Wirkungsgrad $\eta_{m, \text{luft}}$ angegeben. Damit kann die Endtemperatur nach der Verdichtung bestimmt werden, und zwar

$$\frac{T_{\text{vl}}}{T_0} = \pi^{\frac{k_{\text{luft}} - 1}{k_{\text{luft}} \eta_{m, \text{luft}}}}$$

wobei $k_{\text{luft}} = 0,21k_{\text{O}_2} + 0,79k_{\text{N}_2} = k_{\text{bi}} = \frac{7}{5}$.

Daraus folgt

$$T_{\text{vl}} = T_0 \pi^{\frac{k_{\text{luft}} - 1}{k_{\text{luft}} \eta_{m, \text{luft}}}}$$

Endlich, die Brennstofftemperatur nach der Verdichtung kann ausgerechnet werden, wenn nur der polytrope Wirkungsgrad $\eta_{m, \text{bg}}$ bekannt ist,

$$\eta_{m, \text{VERDICHUNG}} = \frac{m}{m-1} \frac{k-1}{k} \quad T_{\text{bg}} = T_0 \pi^{\frac{k_{\text{bg}} - 1}{k_{\text{bg}} \eta_{m, \text{bg}}}}$$

mit $k_{\text{bg}} \approx k_{\text{tri}} = \frac{4}{3}$.

Bei dem Wärmeaustauschprozeß die entsprechende Intensitätskennzahl ι wird vorgegeben, welche durch den Ansatz

$$\iota = \frac{Q}{Q_\infty}$$

definiert ist. Die Endtemperatur der Luft wird dann aus der folgenden Formel bestimmt

$$\iota = \frac{T_{\text{luft}} - T_{\text{vl}}}{T_{\text{turb}} - T_{\text{vl}}}$$

die für den Gegenstrom bei $W_{\text{luft}} < W_{\text{abgas}}$ gilt, wobei W der Wasserwert ist. Die letzte Bedingung kann durch den Vergleich von

$$W_{\text{luft}} = n_{\text{luft}} \bar{c}_{p, \text{luft}} \quad \text{und} \quad W_{\text{abgas}} = n_{\text{abgas}} \bar{c}_{p, \text{abgas}}$$

überprüft werden. Wird diese Bedingung aber nicht erfüllt, soll eine andere Formel für die Intensitätszahl gewählt werden, [8].

Aus der letzten Formel kann die Temperatur T_{luft} bestimmt werden,

$$T_{\text{luft}} = T_{\text{vl}} + (T_{\text{turb}} - T_{\text{vl}}) \iota$$

und die Endtemperatur nach dem Wärmeaustauschprozeß aus der Energiebilanz gerechnet werden, und zwar

$$T_{\text{aus}} = T_{\text{turb}} - \frac{n_{\text{luft}} \bar{c}_{p, \text{luft}}}{n_{\text{abgas}} \bar{c}_{p, \text{abgas}}} (T_{\text{luft}} - T_{\text{vl}}).$$

Wenn aber die obige Bedingung nicht erfüllt werden sollte, d.h. wenn $W_{\text{luft}} > W_{\text{abgas}}$ ist, die Endtemperatur der Abgase T_{aus} wird zuerst bestimmt, und

$$\iota = \frac{T_{\text{turb}} - T_{\text{aus}}}{T_{\text{turb}} - T_{\text{vl}}} \text{ woher } T_{\text{aus}} = T_{\text{turb}} - (T_{\text{turb}} - T_{\text{vl}}) \cdot \iota.$$

Mit der Energiebilanz kann dann die Lufttemperatur bestimmt werden

$$T_{\text{luft}} = T_{\text{vl}} + \frac{n_{\text{abgas}} \bar{c}_{p,\text{abgas}}}{n_{\text{luft}} \bar{c}_{p,\text{luft}}} (T_{\text{aus}} - T_{\text{turb}}).$$

Die Brennkammer wird in der Art und Weise bilanziert, daß die erwartete Reaktionswärme soll dem Ausdruck

$$Q = n_{\text{abgas}} \bar{c}_{p,\text{abgas}} T - \bar{c}_{p,\text{bg}} T_{\text{bg}} - n_{\text{luft}} \bar{c}_{p,\text{luft}} T_{\text{luft}}$$

gleich sein. Für die „reelle“ Reaktionswärme müssen die Methoden der sogenannten chemischen Thermodynamik angewendet werden. Thermophysikalische Daten werden [1] entnommen (zitiert in [5]). Die spezifischen Molwärmern der Reaktionsteilnehmer können laut der Formel

$$\bar{c}_p(T) = A + B \cdot T + C \cdot T^{-2} + D \cdot T^2 \left[\frac{\text{J}}{\text{Mol} \cdot \text{K}} \right]$$

berechnet werden. Die nachstehende Tabelle 1 beinhaltet Angaben für alle in dem ganzen Beitrag auftretenden Species.

Damit wird die Reaktionswärme zu

$$Q_{\text{reac}} = \Delta i_{298} + \Delta A (T - 298) + \frac{\Delta B}{2} (T^2 - 298^2) - \Delta C \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{298} \right) + \frac{\Delta D}{3} (T^3 - 298^3)$$

wobei:

$$\Delta i_{298} = -738620,9, \quad \Delta A = 31,7776, \quad \Delta B = -54,5971 \cdot 10^{-3},$$

$$\Delta C = -5,9665 \cdot 10^5, \quad \Delta D = 18,0038 \cdot 10^{-6}.$$

Endlich bekommt man den folgenden Ansatz

$$Q_{\text{reac}} = -738620,9 + 31,7776 \cdot (T - 298) - \frac{54,5971 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot (T^2 - 298^2) + 5,9665 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{298} \right) + \frac{18,0038 \cdot 10^{-6}}{3} \cdot (T^3 - 298^3)$$

in kJ per kilo-Mol Methan (um kJ per Mol erhalten zu können, soll dieses Ergebnis durch 1000 dividiert werden).

Die Iteration wird fortgesetzt, bis die zwei Werte: Q und Q_{reac} übereinstimmen. Für die vorangegebene Temperatur in Brennräum T der entsprechende, die Energiebilanz erfüllende Wert der Luftüberschußzahl λ wird gesucht. Nachdem die Gleichheit von Q und Q_{reac} gefunden worden sind, können die nächsten Berechnungen vorgenommen werden.

Die technische Arbeit (die Nutzarbeit) an der Turbine ist gleich

$$L_{t,\text{turb}} = \eta_{m,\text{turb}} n_{\text{abgas}} \bar{c}_{p,\text{abgas}} (T - T_{\text{turb}})$$

und die technische Arbeit, die dem Luftverdichter zugeführt werden soll

$$L_{t,\text{luft}} = \frac{n_{\text{luft}} \bar{c}_{p,\text{luft}}}{\eta_{m,\text{luft}}} (T_{\text{vl}} - T_0).$$

Die technische Arbeit der Brenngas-Verdichtung wird dagegen

$$L_{t,\text{bg}} = \frac{n_{\text{bg}} \bar{c}_{p,\text{bg}}}{\eta_{m,\text{bg}}} (T_{\text{bg}} - T_0).$$

Jetzt kann der thermische Wirkungsgrad der Gasturbine bestimmt werden

$$\eta_{\text{th}} = \frac{L_{t,\text{turb}} - L_{t,\text{luft}} - L_{t,\text{bg}}}{Q_{\text{reac}}}$$

sowie der exergetische Wirkungsgrad

$$\eta_{\text{exe}} = \frac{L_{t,\text{turb}} - L_{t,\text{luft}} - L_{t,\text{bg}}}{E_{Q,\text{reac}}} = \frac{T}{T - T_0} \eta_{\text{th}}.$$

Tabelle 1. Thermophysikalische Daten für die im System auftretenden Species, [1]

Specie	Temperatur-Bereich von 298 K bis	A	$B \cdot 10^3$	$C \cdot 10^{-5}$	$D \cdot 10^6$	i_{298} [J/Mol]
CH ₄	2000 K	12,4474	76,6885	1,4477	-18,0038	-74809,9
CO ₂	2500 K	44,1412	9,0374	-8,5354	0	-373,5052
H ₂	3000 K	27,2797	3,2635	0,5021	0	0
H ₂ O	2500 K	29,9993	1,7110	0,3347	0	-242,4628
O ₂	3000 K	29,9574	4,1840	-1,6736	0	0

Die in der Turbine verschwindende Exergie ist der thermische Teil

$$|\nabla E_{T,turb}| = n_{abgas} \bar{c}_{p,abgas} \left(T - T_{turb} - T_0 \ln \frac{T}{T_{turb}} \right)$$

und der mechanische Teil der Exergie der Enthalpie

$$|\nabla E_{p,turb}| = n_{abgas} \bar{R} T_0 \ln \pi.$$

Für die Brennstoffverdichtung werden die entsprechenden Terme gleich

$$|\Delta E_{T,bg}| = \bar{c}_{p,bg} \left(T_{bg} - T_0 - T_0 \ln \frac{T_{bg}}{T_0} \right)$$

und

$$|\Delta E_{p,bg}| = \bar{R} T_0 \ln \pi.$$

Das Gleiche für die Luftverdichtung, und zwar

$$|\Delta E_{T,luft}| = n_{luft} \bar{c}_{p,luft} \left(T_{vl} - T_0 - T_0 \ln \frac{T_{vl}}{T_0} \right)$$

oder

$$|\Delta E_{T,luft}| = n_{luft} \left(\bar{c}_{p,luft} T_{vl} - \bar{c}_{p,luft} T_0 - \bar{c}_{p,luft} T_0 \ln \frac{T_{vl}}{T_0} \right)$$

und

$$|\Delta E_{p,luft}| = n_{luft} \bar{R} T_0 \ln \pi.$$

Mit den obigen Formeln können die thermodynamischen Effektivitäten der drei Druckänderungsprozesse bestimmt werden, und zwar:

$$\epsilon_{turb} = \frac{|L_{t,turb}|}{|\nabla E_{T,turb}| + |\nabla E_{p,turb}|};$$

$$\epsilon_{luft} = \frac{|\Delta E_{T,luft}| + |\Delta E_{p,luft}|}{|L_{t,luft}|};$$

$$\epsilon_{bg} = \frac{|\Delta E_{T,bg}| + |\Delta E_{p,bg}|}{|L_{t,bg}|}.$$

In dem Wärmeaustauschprozeß werden folgende Exergieänderungen stattfinden (mit $W_{luft} < W_{abgas}$):

$$|\Delta E_{T,luft}^{hex}| = n_{luft} \bar{c}_{p,luft} \left(T_{luft} - T_{vl} - T_0 \ln \frac{T_{luft}}{T_{vl}} \right)$$

und

$$|\nabla E_{T,abgas}^{hex}| = n_{abgas} \bar{c}_{p,abgas} \left(T_{turb} - T_{aus} - T_0 \ln \frac{T_{turb}}{T_{aus}} \right).$$

Im Fall $W_{luft} > W_{abgas}$ es wird

$$|\nabla E_{T,luft}^{hex}| = n_{luft} \bar{c}_{p,luft} \left(T_{luft} - T_{vl} - T_0 \ln \frac{T_{luft}}{T_{vl}} \right)$$

und

$$|\Delta E_{T,abgas}^{hex}| = n_{abgas} \bar{c}_{p,abgas} \left(T_{turb} - T_{aus} - T_0 \ln \frac{T_{turb}}{T_{aus}} \right).$$

Thermodynamische Effektivität dieses isobaren Prozesses wird damit zu

$$\epsilon_{hex} = \frac{|\Delta E_{T,luft}^{hex}|}{|\nabla E_{T,abgas}^{hex}|} \quad (\text{für } W_{luft} < W_{abgas})$$

bzw.

$$\epsilon_{hex} = \frac{|\Delta E_{T,abgas}^{hex}|}{|\nabla E_{T,luft}^{hex}|} \quad (\text{für } W_{luft} > W_{abgas}).$$

Molkonzentrationen der Species in der äquimolaren Reaktionsmischung ändern sich in folgender Weise:

$$\text{CH}_4: \text{ von } x_{\text{CH}_4,1} = \frac{1}{n_{abgas}} \text{ bis } 0,$$

$$\text{CO}_2: \text{ von } 0 \text{ bis } x_{\text{CO}_2,2} = \frac{1}{n_{abgas}},$$

$$\text{H}_2\text{O}: \text{ von } 0 \text{ bis } x_{\text{H}_2\text{O},2} = \frac{2}{n_{abgas}},$$

$$\text{O}_2: \text{ von } x_{\text{O}_2,1} = \frac{2\lambda}{n_{abgas}} \text{ bis } x_{\text{O}_2,2} = \frac{2(\lambda-1)}{n_{abgas}},$$

$$\text{N}_2: \text{ konstant (unveränderlich)!}$$

Die Konzentrationen, bei den sich das Vorzeichen der Exergie ändert (der Punkt K , [6–7]), sind gleich:

$$x_{\text{CH}_4,\text{extr}} = x_{\text{H}_2\text{O},\text{extr}} = x_{\text{CO}_2,\text{extr}} = \frac{1}{e} = 0,36788;$$

$$x_{\text{O}_2,\text{extr}} = \frac{0,21}{e} = 0,07725$$

und

$$x_{\text{N}_2,\text{extr}} = \frac{0,79}{e} = 0,29062.$$

Werden diese Werte in dem Prozeß nicht über- bzw. unterschritten, ist die Richtung des jeweiligen Prozesses entscheidend. Wenn aber das Specie j ändert seine molare Konzentration unterhalb (Hochindex $<$) des Wertes $x_{j,\text{extr}}$, der dazugehörige absolute Wert der Exergieänderung verschwindet, wenn nur der x_j -Wert größer wird, diese (absolute) Exergieänderung wird aber entstehen, wenn nur die Konzentration x_j größer wird. Oberhalb von $x_{j,\text{extr}}$ (Hochindex $>$) diese Regelmäßigkeit wird umgekehrt interpretiert. Rechnet man automatisch die entsprechenden

Exergieänderungen in einem der genannten zwei Bereichen (unterhalb und oberhalb $x_{j,\text{extr}}$) man fragt, ob das Resultat positiv oder negativ ist. Der negative Wert weist auf den verschwindenden Teil der Exergieänderung hin, und der positive auf den entstehenden Teil. In den folgenden Berechnungen wird der absolute Wert dieser Exergieänderungen genommen.

Da in der chemischen Reaktion kein K -Punkt $x_{j,\text{extr}}$ unter- bzw. unterschritten ist (keine Inversion des Vorzeichens der Exergieänderung vorhanden, u.a. Bild 2), und für die Nullexergien folgende Werte genommen werden können (z.B. Tabelle B-III, Seite 57, [7]):

$$\nabla E_{\mu,\text{CH}_4}^0 = \Delta \bar{e}_{\mu,\text{CH}_4}^0, \quad \nabla E_{\mu,\text{O}_2}^0 = 2\Delta \bar{e}_{\mu,\text{O}_2}^0, \quad \Delta E_{\mu,\text{CO}_2}^0 = \Delta \bar{e}_{\mu,\text{CO}_2}^0, \quad \Delta E_{\mu,\text{H}_2\text{O}}^0 = 2\Delta \bar{e}_{\mu,\text{H}_2\text{O}}^0$$

für die angenommene natürliche Umgebung mit der Temperatur T_0 , folgende Konzentrationsexergieteile erhalten werden können:

$$\left| \Delta \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{CH}_4}^< \right| = n_{\text{abgas}} \left(0 - x_{\text{CH}_4,1} \ln \frac{x_{\text{CH}_4,1}}{1} \right) \bar{R} T_0 = \left| n_{\text{abgas}} x_{\text{CH}_4,1} \ln x_{\text{CH}_4,1} \right| \bar{R} T_0 = \left| \ln x_{\text{CH}_4,1} \right| \bar{R} T_0$$

weil $n_{\text{abgas}} x_{\text{CH}_4,1} = 1 \text{ mol}$,

$$\left| \nabla \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{O}_2}^> \right| = \left| n_{\text{abgas}} \left(x_{\text{O}_2} \ln \frac{x_{\text{O}_2}}{0,21} - x_{\text{O}_2,1} \ln \frac{x_{\text{O}_2,1}}{0,21} \right) \right| \bar{R} T_0,$$

$$\left| \nabla \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{CO}_2}^< \right| = n_{\text{abgas}} \left(x_{\text{CO}_2} \ln \frac{x_{\text{CO}_2}}{1} - 0 \right) \bar{R} T_0 = \left| \ln x_{\text{CO}_2} \right| \bar{R} T_0,$$

weil $n_{\text{abgas}} x_{\text{CO}_2} = 1 \text{ mol}$.

$$\left| \nabla \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{H}_2\text{O}}^< \right| = n_{\text{abgas}} \left(x_{\text{H}_2\text{O}} \ln \frac{x_{\text{H}_2\text{O}}}{1} - 0 \right) \bar{R} T_0 = 2 \left| \ln x_{\text{H}_2\text{O}} \right| \bar{R} T_0$$

weil $n_{\text{abgas}} x_{\text{H}_2\text{O}} = 2 \text{ Molen}$ sind. Die Reaktionsexergie ist gleich

$$E_{\text{Q, reac}}^{\rightarrow} = \frac{T - T_0}{T} Q_{\text{reac}}.$$

Die thermodynamische Effektivität der äquimolaren chemischen Verbrennungsreaktion von Methan ist damit zu

$$\varepsilon_{\text{reac}} = \frac{\left| \Delta E_{\mu,\text{CO}_2}^0 \right| + \left| \Delta E_{\mu,\text{H}_2\text{O}}^0 \right| + \left| \Delta \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{CH}_4}^< \right| + \left| E_{\text{Q, reac}}^{\rightarrow} \right|}{\left| \nabla E_{\mu,\text{CH}_4}^0 \right| + \left| \nabla E_{\mu,\text{O}_2}^0 \right| + \left| \nabla \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{O}_2}^> \right| + \left| \nabla \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{CO}_2}^< \right| + \left| \nabla \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{H}_2\text{O}}^< \right|}.$$

Die totale thermodynamische Effektivität des Systems (alle entstehenden Exergien dividiert durch alle verschwindenden Exergien) wird damit zu:

$$\varepsilon_{\Sigma} = \frac{\text{ENTEXE}}{\text{VEREXE}}$$

wobei

$$\begin{aligned} \text{ENTEXE} = & \left| \Delta E_{\mu,\text{CO}_2}^0 \right| + \left| \Delta E_{\mu,\text{H}_2\text{O}}^0 \right| + \left| \Delta \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{CH}_4}^< \right| + \left| E_{\text{Q, reac}}^{\rightarrow} \right| + \\ & + \left| \Delta E_{\text{T,luft}}^{\text{hex}} \right| + \left| L_{\text{t,turb}} \right| + \left| \Delta E_{\text{T,luft}} \right| + \left| \Delta E_{\text{p,luft}} \right| + \left| \Delta E_{\text{T,luft}} \right| + \left| \Delta E_{\text{p,luft}} \right|, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{VEREXE} = & \left| \nabla E_{\mu,\text{CH}_4}^0 \right| + \left| \nabla E_{\mu,\text{O}_2}^0 \right| + \left| \nabla \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{O}_2}^> \right| + \left| \nabla \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{CO}_2}^< \right| + \left| \nabla \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{H}_2\text{O}}^< \right| + \\ & + \left| \nabla E_{\text{T,abgas}}^{\text{hex}} \right| + \left| \nabla E_{\text{T,turb}} \right| + \left| \nabla E_{\text{p,turb}} \right| + \left| L_{\text{t,luft}} \right| + \left| L_{\text{t,bg}} \right|. \end{aligned}$$

Mathematische Wiegekoeffizienten der partikulären Prozesse sind dabei gleich:

- für die Turbine

$$\gamma_{\text{turb}} = \frac{|\nabla E_{\text{T,turb}}| + |\nabla E_{\text{p,turb}}|}{\text{VEREXE}},$$

- für die Luftverdichtung

$$\gamma_{\text{luft}} = \frac{|L_{\text{t,luft}}|}{\text{VEREXE}},$$

- für die Brennstoffverdichtung

$$\gamma_{\text{bg}} = \frac{|L_{\text{t,bg}}|}{\text{VEREXE}},$$

- für den Wärmeaustauschprozeß

$$\gamma_{\text{hex}} = \frac{|\nabla E_{\text{T,abgas}}^{\text{hex}}|}{\text{VEREXE}},$$

- für die chemische Reaktion

$$\gamma_{\text{reac}} = \frac{|\nabla E_{\mu,\text{CH}_4}^0| + |\nabla E_{\mu,\text{O}_2}^0| + \left| \nabla (n \bar{e}_{\mu}^x)_{\text{O}_2}^> \right| + \left| \nabla (n \bar{e}_{\mu}^x)_{\text{CO}_2}^< \right|}{\text{VEREXE}}.$$

Um den erhaltenen Resultat überprüfen zu können, eine zusätzliche mathematische Operation wird vorgenommen, und zwar

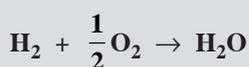
$$\varepsilon_{\Sigma} = \gamma_{\text{turb}} \varepsilon_{\text{turb}} + \gamma_{\text{luft}} \varepsilon_{\text{luft}} + \gamma_{\text{bg}} \varepsilon_{\text{bg}} + \gamma_{\text{hex}} \varepsilon_{\text{hex}} + \gamma_{\text{reac}} \varepsilon_{\text{reac}}.$$

Die berechneten Werte werden in den folgenden Tabellen (Tab. 2–5) vorgestellt; in den zwei ersten werden die Zwischenergebnisse und in der dritten sowie vierten die Werte der Beurteilungsquotienten präsentiert, einmal für 10 bar ($\pi = 10$) und dann für 20 bar ($\pi = 20$).

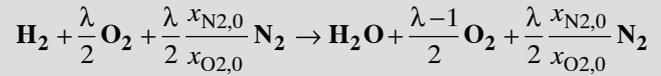
Die für Prozeßtemperaturen von $T=1200$ K bis $T=1500$ K erhaltenen Ergebnisse zeigen, daß bei dem Prozeßdruck $p = 20$ bar keine Wärmerückgewinnung möglich ist, also kein Wärmeaustauschprozeß im System vorhanden ist (die Intensität ι wird damit gleich Null).

4. DETAILLIERTE VORGEHENSWEISE BEI EINER WASSERSTOFF-ANGETRIEBENEN GASTURBINE

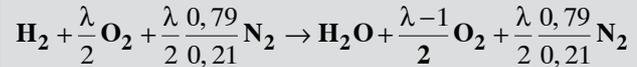
Die chemische Reaktion der Wasserstoffverbrennung ist ein nicht-äquimolarer Prozeß, und zwar



Nimmt man die Luftüberschußzahl λ in Betracht, dann wird die obige Gleichung zu



oder



Die totale Molzahl der Substrate ist damit

$$n_{\text{start}} = 1 + \frac{\lambda}{2} \left(1 + \frac{0,79}{0,21} \right) \quad [\text{Mol}]$$

und die Molzahl der Abgase (Verbrennungsprodukte)

$$\begin{aligned} n_{\text{abgas}} &= 1 + \frac{\lambda-1}{2} + \frac{\lambda}{2} \frac{0,79}{0,21} = \frac{2+\lambda-1}{2} + \frac{\lambda}{2} \frac{0,79}{0,21} = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\lambda}{2} \left(1 + \frac{0,79}{0,21} \right) \quad [\text{Mol}]. \end{aligned}$$

Die entsprechende Luftmenge (aus dem Verdichter via Wärmeaustauscher)

$$n_{\text{luft}} = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} \frac{0,79}{0,21} = \frac{\lambda}{2} \left(1 + \frac{0,79}{0,21} \right) \quad [\text{Mol}]$$

Die Molzahl des Brennstoffs (Wasserstoff H_2) ist gleich Eins, d.h. 1 Mol.

Nach dem die chemische Reaktion der Verbrennung abgelaufen ist (Gleichgewicht an der rechten Seite, also an der Produktseite), folgende Konzentrationen können bestimmt werden:

$$x_{\text{H}_2\text{O,abgas}} = \frac{1}{n_{\text{abgas}}} \quad x_{\text{O}_2,abgas} = \frac{(\lambda-1)}{2 \cdot n_{\text{abgas}}}$$

und

$$x_{\text{N}_2,abgas} = \frac{\frac{\lambda}{2} \frac{0,79}{0,21}}{n_{\text{abgas}}} = \frac{0,79}{0,42} \frac{\lambda}{n_{\text{abgas}}}.$$

Bevor der Prozeß angefangen hat, sind die Konzentrationen gleich:

$$x_{\text{H}_2,\text{start}} = \frac{1}{n_{\text{start}}} \quad x_{\text{H}_2\text{O, start}} = 0 \quad x_{\text{O}_2,\text{start}} = \frac{\lambda}{2 \cdot n_{\text{start}}}$$

und

$$x_{\text{N}_2,\text{start}} = \frac{\frac{\lambda}{2} \frac{0,79}{0,21}}{n_{\text{start}}} = \frac{0,79}{0,42} \frac{\lambda}{n_{\text{start}}}.$$

Tabelle 2. Zwischenergebnisse für die Methan-Gasturbinenschaltung ($p = 10$ bar)

$\pi=10$	Einheiten	Temperatur der Verbrennungsreaktion								
		1200 K	1300 K	1400 K	1500 K	1600 K	1700 K	1800 K	1900 K	2000 K
λ	–	4,429	3,996	3,637	3,336	3,079	2,857	2,663	2,492	2,340
n_{abgas}	Mol	43,18	39,05	35,64	32,77	30,32	28,21	26,36	24,73	23,29
n_{luft}	Mol	42,18	38,05	34,64	31,77	29,32	27,21	25,36	23,73	22,29
$x_{\text{CO}_2, \text{abgas}}$	–	0,023	0,026	0,028	0,031	0,033	0,035	0,038	0,040	0,043
$x_{\text{H}_2\text{O}, \text{abgas}}$	–	0,046	0,051	0,056	0,061	0,066	0,071	0,076	0,081	0,086
$x_{\text{O}_2, \text{abgas}}$	–	0,159	0,153	0,148	0,143	0,137	0,132	0,126	0,121	0,115
$x_{\text{N}_2, \text{abgas}}$	–	0,772	0,770	0,768	0,766	0,764	0,762	0,760	0,758	0,756
T_{vl}	K	565,9								
T_{luft}	K	625,7	666,4	707,1	747,8	788,6	829,4	870,3	911,2	952,2
T_{bg}	K	519,0								
T_{turb}	K	645,7	699,8	754,1	808,4	862,8	917,2	971,7	1026,3	1080,9
T_{aus}	K	587,7	602,9	618,3	634,0	650,0	666,3	682,9	699,8	717,0
Q_{reac}	kJ	735,13	735,92	736,80	737,72	738,65	739,56	740,40	741,14	741,75
$L_{\text{t,turb}}$	kJ	667,23	653,96	642,91	633,53	625,44	618,34	612,00	606,26	600,95
$ \nabla E_{\text{T,turb}} $	kJ	479,99	487,26	493,19	498,10	502,19	505,61	508,45	510,79	512,66
$ \nabla E_{\text{p,turb}} $	kJ	234,06	211,70	193,21	177,66	164,39	152,92	142,91	134,08	126,23
$L_{\text{t,luft}}$	kJ	365,36	329,63	300,09	275,23	254,02	235,70	219,71	205,60	193,05
$ \Delta E_{\text{T,luft}} $	kJ	106,42	96,01	87,41	80,17	73,99	68,65	63,99	59,89	56,23
$ \Delta E_{\text{p,luft}} $	kJ	228,64	206,28	187,79	172,24	158,96	147,50	137,49	1328,66	120,81
$L_{\text{t,bg}}$	kJ	8,26								
$ \Delta E_{\text{T,bg}} $	kJ	2,14								
$ \Delta E_{\text{p,bg}} $	kJ	5,42								
$ \Delta E_{\text{T,luft}}^{\text{hex}} $	kJ	38,48	60,00	78,72	95,20	109,83	122,92	134,69	145,32	154,95
$ \nabla E_{\text{T,abgas}}^{\text{hex}} $	kJ	39,67	62,78	83,37	101,81	118,40	133,38	146,95	159,28	170,48
$ \nabla E_{\mu, \text{CH}_4}^0 $	kJ	833,778								
$ \nabla E_{\mu, \text{O}_2}^0 $	kJ	7,360								
$ \Delta E_{\mu, \text{CO}_2}^0 $	kJ	19,097								
$ \Delta E_{\mu, \text{H}_2\text{O}}^0 $	kJ	20,773								
$ \Delta(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{CH}_4}^< $	kJ	8,864	8,628	8,413	8,215	8,032	7,862	7,703	7,553	7,411
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{O}_2}^> $	kJ	4,021	3,941	3,858	3,773	3,686	3,597	3,505	3,409	3,311
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{CO}_2}^< $	kJ	8,864	8,628	8,413	8,215	8,032	7,862	7,703	7,553	7,411
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{H}_2\text{O}}^< $	kJ	14,465	13,992	13,562	13,167	12,801	12,461	12,142	11,842	11,558
$E_{\text{Q, reac}}^{\rightarrow}$	kJ	561,67	575,63	587,78	598,46	607,94	616,38	623,93	630,69	636,74

Tabelle 3. Zwischenergebnisse für die Methan–Gasturbinenschaltung ($p = 20$ bar)

$\pi=20$	Einheiten	Temperatur der Verbrennungsreaktion								
		1200 K	1300 K	1400 K	1500 K	1600 K	1700 K	1800 K	1900 K	2000 K
λ	–	5,082	4,220	3,604	3,141	2,828	2,621	2,440	2,281	2,140
n_{abgas}	Mol	49,40	41,19	35,32	30,91	27,93	25,96	24,24	22,73	21,38
n_{luft}	Mol	48,40	40,19	34,32	29,91	26,93	24,96	23,24	21,73	20,38
$x_{\text{CO}_2, \text{abgas}}$	–	0,020	0,024	0,028	0,032	0,036	0,039	0,041	0,044	0,047
$x_{\text{H}_2\text{O}, \text{abgas}}$	–	0,040	0,049	0,057	0,065	0,072	0,077	0,083	0,088	0,094
$x_{\text{O}_2, \text{abgas}}$	–	0,165	0,156	0,147	0,139	0,131	0,125	0,119	0,113	0,107
$x_{\text{N}_2, \text{abgas}}$	–	0,774	0,771	0,768	0,764	0,762	0,760	0,757	0,755	0,753
T_{vl}	K	697,1								
T_{luft}	K	697,1			612,0	746,1	780,2	814,4	848,6	
T_{bg}	K	622,9								
T_{turb}	K	535,3	580,6	626,0	671,5	717,0	762,4	807,9	853,5	899,1
T_{aus}	K	535,3	580,6	626,0	671,5	702,8	716,0	729,4	743,1	757,1
Q_{reac}	kJ	735,13	735,92	736,80	737,72	738,65	739,56	740,40	741,14	741,75
$L_{\text{t}, \text{turb}}$	kJ	914,42	826,41	763,53	716,39	690,67	682,24	674,78	668,07	661,93
$ \nabla E_{\text{T}, \text{turb}} $	kJ	631,56	593,92	567,07	546,96	539,89	544,24	547,90	550,96	553,49
$ \nabla E_{\text{p}, \text{turb}} $	kJ	348,41	290,51	249,11	218,03	196,98	183,07	170,95	160,28	150,82
$L_{\text{t}, \text{luft}}$	kJ	613,76	509,65	435,21	379,34	341,49	316,47	294,68	275,51	258,49
$ \Delta E_{\text{T}, \text{luft}} $	kJ	223,75	185,79	158,66	138,29	124,49	115,37	107,43	100,44	94,23
$ \Delta E_{\text{p}, \text{luft}} $	kJ	341,36	283,45	242,05	210,98	189,93	176,01	163,89	153,23	143,76
$L_{\text{t}, \text{bg}}$	kJ	11,89								
$ \Delta E_{\text{T}, \text{bg}} $	kJ	3,87								
$ \Delta E_{\text{p}, \text{bg}} $	kJ	7,05								
$ \Delta E_{\text{T}, \text{luft}}^{\text{hex}} $	kJ	wegen $T_{\text{vl}} > T_{\text{turb}}$ Wärmerückgewinnung fällt aus ($\tau=0$)				6,99	21,61	34,63	46,32	56,49
$ \nabla E_{\text{T}, \text{abgas}}^{\text{hex}} $	kJ					7,03	21,94	35,48	47,81	59,08
$ \nabla E_{\mu, \text{CH}_4}^0 $	kJ	833,778								
$ \nabla E_{\mu, \text{O}_2}^0 $	kJ	7,360								
$ \Delta E_{\mu, \text{CO}_2}^0 $	kJ	19,097								
$ \Delta E_{\mu, \text{H}_2\text{O}}^0 $	kJ	20,773								
$ \Delta(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{CH}_4}^< $	kJ	9,181	8,753	8,391	8,078	7,839	7,666	7,505	7,353	7,210
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{O}_2}^> $	kJ	4,115	3,985	3,849	3,709	3,584	3,482	3,377	3,268	3,155
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{CO}_2}^< $	kJ	9,181	8,753	8,391	8,078	7,839	7,666	7,505	7,353	7,210
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{H}_2\text{O}}^< $	kJ	15,099	14,243	13,519	12,892	12,414	12,069	11,747	11,44	11,157
$E_{\text{Q}, \text{reac}}^{\rightarrow}$	kJ	561,667	575,63	587,78	598,465	607,936	616,38	623,93	630,69	636,74

Tabelle 4. Beurteilungsquotienten für die Methan–Gasturbinenschaltung ($p = 10$ bar)

$\pi=10$		Temperatur der Verbrennungsreaktion								
		1200 K	1300 K	1400 K	1500 K	1600 K	1700 K	1800 K	1900 K	2000 K
<i>thermischer Wirkungsgrad</i>	η_{th}	0,399	0,429	0,454	0,474	0,492	0,506	0,519	0,529	0,539
<i>exergetischer Wirkungsgrad</i>	η_{exe}	0,528	0,549	0,569	0,585	0,597	0,607	0,615	0,622	0,628
<i>thermodynamische Effektivität</i>	ε_{Σ}	0,831	0,838	0,843	0,848	0,853	0,857	0,861	0,864	0,867
<i>Expansion in der Turbine</i>	ε_{turb}	0,934	0,936	0,937	0,937	0,938	0,939	0,940	0,940	0,941
	γ_{turb}	0,358	0,355	0,353	0,351	0,348	0,346	0,344	0,343	0,341
<i>Luftverdichtung</i>	ε_{luft}	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917
	γ_{luft}	0,183	0,167	0,154	0,143	0,133	0,124	0,116	0,109	0,103
<i>Brenngas–Verdichtung</i>	ε_{bg}	0,915	0,915	0,915	0,915	0,915	0,915	0,915	0,915	0,915
	γ_{bg}	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
<i>Wärmeaustausch</i>	ε_{hex}	0,970	0,956	0,944	0,935	0,928	0,922	0,917	0,912	0,909
	γ_{hex}	0,020	0,032	0,043	0,053	0,062	0,070	0,078	0,085	0,091
<i>Verbrennungsreaktion</i>	ε_{reac}	0,703	0,719	0,734	0,746	0,758	0,767	0,777	0,785	0,792
	γ_{reac}	0,435	0,441	0,446	0,449	0,452	0,455	0,457	0,459	0,461

Tabelle 5. Beurteilungsquotienten für die Methan–Gasturbinenschaltung ($p = 20$ bar)

$\pi=20$		Temperatur der Verbrennungsreaktion								
		1200 K	1300 K	1400 K	1500 K	1600 K	1700 K	1800 K	1900 K	2000 K
<i>thermischer Wirkungsgrad</i>	η_{th}	0,393	0,414	0,429	0,441	0,457	0,478	0,497	0,514	0,528
<i>exergetischer Wirkungsgrad</i>	η_{exe}	0,514	0,530	0,538	0,543	0,555	0,574	0,590	0,604	0,615
<i>thermodynamische Effektivität</i>	ε_{Σ}	0,849	0,849	0,850	0,852	0,855	0,860	0,864	0,868	0,871
<i>Expansion in der Turbine</i>	ε_{turb}	0,933	0,934	0,935	0,936	0,937	0,938	0,939	0,939	0,940
	γ_{turb}	0,396	0,389	0,383	0,378	0,375	0,374	0,373	0,372	0,371
<i>Luftverdichtung</i>	ε_{luft}	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921
	γ_{luft}	0,248	0,224	0,204	0,188	0,174	0,163	0,153	0,144	0,136
<i>Brenngas–Verdichtung</i>	ε_{bg}	0,919	0,919	0,919	0,919	0,919	0,919	0,919	0,919	0,919
	γ_{bg}	0,005	0,005	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006
<i>Wärmeaustausch</i>	ε_{hex}	Wärmerückgewinnung fällt aus				0,995	0,985	0,976	0,969	0,962
	γ_{hex}	Wärmerückgewinnung fällt aus				0,004	0,011	0,018	0,025	0,031
<i>Verbrennungsreaktion</i>	ε_{reac}	0,702	0,719	0,734	0,747	0,758	0,768	0,777	0,785	0,793
	γ_{reac}	0,351	0,382	0,407	0,428	0,441	0,445	0,449	0,452	0,455

Die Zwischen– und Endergebnisse für die Wasserstoff–angetriebene Gasturbine werden in den Tabellen 6–9 zusammengestellt.

Tabelle 6. Zwischenergebnisse für die Wasserstoff-Gasturbinenschaltung ($p=10$ bar)

$\pi=10$	Einheiten	Temperatur der Verbrennungsreaktion								
		1200 K	1300 K	1400 K	1500 K	1600 K	1700 K	1800 K	1900 K	2000 K
λ	–	6,153	5,548	5,046	4,622	4,260	3,946	3,671	3,429	3,213
n_{start}	Mol	15,650	14,210	13,014	12,005	11,142	10,394	9,741	9,163	8,650
$x_{\text{O}_2,\text{start}}$	–	0,197	0,195	0,194	0,192	0,191	0,190	0,188	0,187	0,186
$x_{\text{H}_2,\text{start}}$	–	0,064	0,070	0,077	0,083	0,090	0,096	0,103	0,109	0,116
$x_{\text{N}_2,\text{start}}$	–	0,739	0,734	0,729	0,724	0,719	0,714	0,709	0,704	0,699
n_{abgas}	Mol	15,150	13,710	12,514	11,505	10,642	9,894	9,241	8,663	8,150
n_{luft}	Mol	14,650	13,210	12,014	11,005	10,142	9,394	8,741	8,163	7,650
$x_{\text{H}_2\text{O},\text{abgas}}$	–	0,066	0,073	0,080	0,087	0,094	0,101	0,108	0,115	0,123
$x_{\text{O}_2,\text{abgas}}$	–	0,170	0,166	0,162	0,157	0,153	0,149	0,144	0,140	0,136
$x_{\text{N}_2,\text{abgas}}$	–	0,764	0,761	0,758	0,756	0,753	0,750	0,747	0,744	0,741
$x_{\text{H}_2\text{O},\text{extr}}$	–	0,314	0,314	0,314	0,314	0,314	0,314	0,314	0,314	0,314
$n_{\text{extr},(\text{H}_2\text{O})}$	Mol	13,52	12,28	11,25	10,37	9,628	8,983	8,417	7,919	7,475
$x_{\text{O}_2,\text{extr}}$	–	0,079	0,079	0,079	0,079	0,079	0,079	0,079	0,079	0,079
$n_{\text{extr},(\text{O}_2)}$	Mol	15,34	13,91	12,71	11,70	10,84	10,10	9,444	8,868	8,356
$x_{\text{H}_2,\text{extr}}$	–	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464
$n_{\text{extr},(\text{H}_2)}$	Mol	19,72	17,85	16,29	14,98	13,85	12,88	12,03	11,28	10,61
$x_{\text{N}_2,\text{extr}}$	–	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297
$n_{\text{extr},(\text{N}_2)}$	Mol	15,34	13,91	12,71	11,70	10,84	10,10	9,444	8,868	8,356
existiert der K-Punkt?	–	nein	nein	nein	nein	nein	nein	nein	nein	nein
T_{vl}	K	565,9								
T_{luft}	K	625,6	666,2	706,9	747,6	788,3	829,1	870,0	910,9	951,8
T_{bg}	K	565,9								
T_{turb}	K	645,5	699,6	753,9	808,1	862,5	916,9	971,3	1025,8	1080,4
T_{aus}	K	588,2	603,9	619,8	636,2	652,9	670,0	687,5	705,3	723,5
Q_{reac}	kJ	250,07	250,63	251,14	251,59	251,99	252,33	252,62	252,86	253,05
$L_{\text{t,turb}}$	kJ	234,09	229,54	225,69	222,37	219,45	216,84	214,47	212,30	210,27
$ \nabla E_{\text{T,turb}} $	kJ	168,39	171,02	173,12	174,8	176,19	177,30	178,17	178,86	179,37
$ \nabla E_{\text{p,turb}} $	kJ	82,12	74,32	67,84	62,37	57,69	53,63	50,09	46,96	44,18
$L_{\text{t,luft}}$	kJ	126,90	114,43	104,07	95,33	87,85	81,38	75,71	70,71	66,26
$ \Delta E_{\text{T,luft}} $	kJ	36,96	33,33	30,31	27,77	25,59	23,70	22,05	20,60	19,30
$ \Delta E_{\text{p,luft}} $	kJ	79,41	71,61	65,12	59,66	54,98	50,92	47,38	44,25	41,47
$L_{\text{t,bg}}$	kJ	8,66								
$ \Delta E_{\text{T,bg}} $	kJ	2,52								
$ \Delta E_{\text{p,bg}} $	kJ	5,42								
$ \Delta E_{\text{T,luft}}^{\text{hex}} $	kJ	13,34	20,79	27,26	32,93	37,94	42,39	46,36	49,93	53,13
$ \nabla E_{\text{T,abgas}}^{\text{hex}} $	kJ	13,75	21,77	28,90	35,25	40,95	46,06	50,67	54,82	58,57
$ \nabla E_{\mu,\text{H}_2}^0 $	kJ	237,922								
$ \nabla E_{\mu,\text{O}_2}^0 $	kJ	1,840								
$ \Delta E_{\mu,\text{H}_2\text{O}}^0 $	kJ	10,386								
$ \Delta(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{H}_2}^< $	kJ	6,475	6,248	6,041	5,851	5,675	5,512	5,359	5,215	5,079
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{O}_2}^> $	kJ	0,801	1,840	0,771	0,756	0,740	0,723	0,707	0,689	0,671
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{H}_2\text{O}}^< $	kJ	6,399	6,163	5,949	5,751	5,567	5,396	5,235	5,083	4,939
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{N}_2}^> $	kJ	0,885	0,880	0,875	0,871	0,866	0,861	0,857	0,852	0,847
$E_{\text{Q, reac}}^>$	kJ	191,06	196,04	200,35	204,10	207,39	210,31	212,89	215,18	217,22
$E_{\text{L, reac}}^+>$	kJ	4,490	4,864	5,238	5,612	5,986	6,360	6,735	7,109	7,483

Tabelle 7. Zwischenergebnisse für die Wasserstoff-Gasturbinenschaltung ($p=20$ bar)

$\pi=20$	Einheiten	Temperatur der Verbrennungsreaktion								
		1200 K	1300 K	1400 K	1500 K	1600 K	1700 K	1800 K	1900 K	2000 K
λ	–	7,138	5,924	5,054	4,400	3,954	3,658	3,400	3,173	2,971
n_{start}	Mol	17,995	15,104	13,034	11,477	10,414	9,710	9,096	8,555	8,075
$x_{\text{O}_2,\text{start}}$	–	0,198	0,196	0,194	0,192	0,190	0,188	0,187	0,185	0,184
$x_{\text{H}_2,\text{start}}$	–	0,056	0,066	0,077	0,087	0,096	0,103	0,110	0,117	0,124
$x_{\text{N}_2,\text{start}}$	–	0,746	0,738	0,729	0,721	0,750	0,709	0,703	0,698	0,692
n_{abgas}	Mol	17,495	14,604	12,534	10,977	9,914	9,210	8,596	8,055	7,575
n_{luft}	Mol	16,995	14,104	12,034	10,477	9,414	8,710	8,096	7,555	7,075
$x_{\text{H}_2\text{O},\text{abgas}}$	–	0,057	0,068	0,080	0,091	0,101	0,109	0,116	0,124	0,132
$x_{\text{O}_2,\text{abgas}}$	–	0,175	0,169	0,162	0,155	0,149	0,144	0,140	0,135	0,130
$x_{\text{N}_2,\text{abgas}}$	–	0,767	0,763	0,758	0,754	0,750	0,747	0,744	0,741	0,738
$x_{\text{H}_2\text{O},\text{extr}}$	–	0,314	0,314	0,314	0,314	0,314	0,314	0,314	0,314	0,314
$n_{\text{extr},(\text{H}_2\text{O})}$	Mol	15,55	13,05	11,26	9,918	9,000	8,391	7,861	7,393	6,978
$x_{\text{O}_2,\text{extr}}$	–	0,078	0,078	0,078	0,078	0,079	0,079	0,079	0,079	0,079
$n_{\text{extr},(\text{O}_2)}$	Mol	17,69	14,80	12,73	11,18	10,12	9,413	8,801	8,261	7,782
$x_{\text{H}_2,\text{extr}}$	–	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464
$n_{\text{extr},(\text{H}_2)}$	Mol	22,78	19,02	16,32	14,29	12,91	11,99	11,19	10,49	9,863
$x_{\text{N}_2,\text{extr}}$	–	0,294	0,294	0,295	0,296	0,296	0,297	0,297	0,298	0,298
$n_{\text{extr},(\text{N}_2)}$	Mol	17,69	14,80	12,73	11,18	10,12	9,413	8,801	8,261	7,782
existiert der K-Punkt?	–	nein	nein	nein	nein	nein	nein	nein	nein	nein
T_{vl}	K	697,1								
T_{luft}	K	697,1				711,7	745,7	779,8	813,9	848,1
T_{bg}	K	697,1								
T_{turb}	K	535,1	580,4	625,7	671,1	716,5	761,9	807,3	852,8	898,4
T_{aus}	K	535,1	580,4	625,7	671,1	702,9	716,5	730,6	744,9	759,6
Q_{reac}	kJ	250,07	250,63	251,14	251,59	251,99	252,33	252,62	252,86	253,05
$L_{\text{t,turb}}$	kJ	323,77	292,94	270,88	254,29	245,09	242,00	239,23	236,71	234,38
$ \nabla E_{\text{T,turb}} $	kJ	223,60	210,51	201,16	194,13	191,57	193,03	194,23	195,20	195,97
$ \nabla E_{\text{p,turb}} $	kJ	123,38	103,00	88,39	77,41	69,92	64,96	60,62	56,81	53,42
$L_{\text{t,luft}}$	kJ	215,50	178,85	152,59	132,85	119,38	110,45	102,66	95,80	89,71
$ \Delta E_{\text{T,luft}} $	kJ	78,56	65,20	55,63	48,43	43,52	40,26	37,43	34,92	32,70
$ \Delta E_{\text{p,luft}} $	kJ	119,85	99,47	84,87	73,89	66,39	61,43	57,10	53,28	49,89
$L_{\text{t,bg}}$	kJ	12,68								
$ \Delta E_{\text{T,bg}} $	kJ	4,62								
$ \Delta E_{\text{p,bg}} $	kJ	7,05								
$ \Delta E_{\text{T,luft}}^{\text{hex}} $	kJ	wegen $T_{\text{vl}} > T_{\text{turb}}$ Wärmerückgewinnung fällt aus ($t=0$)				2,39	7,48	12,00	16,03	19,65
$ \nabla E_{\text{T,abgas}}^{\text{hex}} $	kJ					2,40	7,60	12,30	16,56	20,44
$ \nabla E_{\mu,\text{H}_2}^0 $	kJ	237,92								
$ \nabla E_{\mu,\text{O}_2}^0 $	kJ	1,840								
$ \Delta E_{\mu,\text{H}_2\text{O}}^0 $	kJ	10,386								
$ \Delta(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{H}_2}^< $	kJ	6,804	6,392	6,044	5,745	5,516	5,352	5,200	5,053	4,917
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{O}_2}^> $	kJ	0,820	0,796	0,771	0,746	0,724	0,706	0,687	0,668	0,648
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{H}_2\text{O}}^< $	kJ	6,737	6,312	5,952	5,640	5,400	5,227	5,065	4,912	4,767
$ \nabla(n\bar{e}_{\mu}^x)_{\text{N}_2}^> $	kJ	0,891	0,883	0,875	0,868	0,861	0,856	0,851	0,846	0,841
$E_{\text{Q, reac}}^>$	kJ	191,06	196,04	200,35	204,10	207,39	210,31	212,89	215,18	217,22
$E_{\text{L, reac}}^+>$	kJ	4,739	5,134	5,529	5,924	6,319	6,714	7,109	7,504	7,899

Tabelle 8. Beurteilungsquotienten für die Wasserstoff–Gasturbinenschaltung ($p=10$ bar)

$\pi=10$		Temperatur der Verbrennungsreaktion								
		1200 K	1300 K	1400 K	1500 K	1600 K	1700 K	1800 K	1900 K	2000 K
thermischer Wirkungsgrad	η_{th}	0,394	0,425	0,450	0,470	0,488	0,502	0,515	0,526	0,535
exergetischer Wirkungsgrad	η_{exe}	0,523	0,549	0,569	0,585	0,597	0,607	0,615	0,622	0,628
thermodynamische Effektivität	ε_{Σ}	0,891	0,899	0,905	0,910	0,915	0,919	0,922	0,925	0,927
Expansion in der Turbine	ε_{turb}	0,934	0,936	0,937	0,937	0,938	0,939	0,940	0,940	0,941
	γ_{turb}	0,385	0,382	0,380	0,377	0,375	0,373	0,371	0,369	0,366
Luftverdichtung	ε_{luft}	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917
	γ_{luft}	0,195	0,178	0,164	0,152	0,141	0,131	0,123	0,115	0,109
Brenngas–Verdichtung	ε_{bg}	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917	0,917
	γ_{bg}	0,013	0,013	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014
Wärmeaustausch	ε_{hex}	0,970	0,955	0,943	0,934	0,926	0,920	0,915	0,911	0,907
	γ_{hex}	0,021	0,034	0,046	0,056	0,066	0,074	0,082	0,089	0,096
Verbrennungsreaktion	ε_{reac}	0,830	0,849	0,865	0,878	0,890	0,900	0,909	0,917	0,924
	γ_{reac}	0,386	0,392	0,397	0,401	0,404	0,407	0,410	0,412	0,415

Tabelle 9. Beurteilungsquotienten für die Wasserstoff–Gasturbinenschaltung ($p=20$ bar)

$\pi=20$		Temperatur der Verbrennungsreaktion								
		1200 K	1300 K	1400 K	1500 K	1600 K	1700 K	1800 K	1900 K	2000 K
thermischer Wirkungsgrad	η_{th}	0,382	0,405	0,420	0,432	0,449	0,471	0,490	0,507	0,522
exergetischer Wirkungsgrad	η_{exe}	0,514	0,530	0,538	0,543	0,555	0,547	0,590	0,604	0,615
thermodynamische Effektivität	ε_{Σ}	0,898	0,902	0,906	0,911	0,915	0,920	0,924	0,927	0,930
Expansion in der Turbine	ε_{turb}	0,933	0,934	0,935	0,936	0,937	0,938	0,939	0,939	0,940
	γ_{turb}	0,419	0,414	0,410	0,406	0,403	0,402	0,401	0,400	0,399
Luftverdichtung	ε_{luft}	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921
	γ_{luft}	0,260	0,236	0,216	0,198	0,184	0,172	0,162	0,152	0,143
Brenngas–Verdichtung	ε_{bg}	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921	0,921
	γ_{bg}	0,015	0,017	0,018	0,019	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
Wärmeaustausch	ε_{hex}	Wärmerückgewinnung fällt aus				0,995	0,985	0,976	0,968	0,961
	γ_{hex}					0,004	0,012	0,019	0,026	0,033
Verbrennungsreaktion	ε_{reac}	0,830	0,848	0,864	0,877	0,889	0,899	0,908	0,915	0,922
	γ_{reac}	0,305	0,333	0,356	0,377	0,389	0,394	0,398	0,401	0,405

Adiabatexponent des Reaktionsgemisches ist damit etwa

$$k_{abgas} = k_{tri} x_{H_2O, abgas} + k_{bi} (x_{O_2, abgas} + x_{N_2, abgas})$$

wobei angenommen worden ist, daß für die einatomige Gase $k_{mono}=5/3$, für zweiatomige $k_{bi}=7/5$, und für drei- sowie mehratomige $k_{tri}=4/3$. Für das ideale Gas kann aus den Mayer'schen Gleichungen spezifische molare Wärmen berechnet werden, und zwar für Abgase (Reaktionsprodukte)

$$\bar{c}_{p, abgas} = \frac{\bar{R}}{1 - \frac{1}{k_{abgas}}}$$

in kJ/(Mol·K). Die Luft kann man auch als ein zweiatomares Gas ansehen, für das

$$\bar{c}_{p, luft} = \frac{\bar{R}}{1 - \frac{1}{k_{bi}}} = \frac{\bar{R}}{1 - \frac{5}{7}} = \frac{7}{2} \bar{R}$$

und für den Brennstoff (Wasserstoff) als ein zweiatomares Gas folgt

$$\bar{c}_{p, bg} = \frac{\bar{R}}{1 - \frac{1}{k_{bi}}} = \frac{\bar{R}}{1 - \frac{5}{7}} = \frac{7}{2} \bar{R}$$

Die Berechnung der Verdichtung, der Expansion und des Wärmeaustausches erfolgt auf der gleichen Weise, wie im

Fall der Methan-Turbine. Wärmebilanz um die Brennkammer wird zu

$$Q = n_{\text{abgas}} \bar{c}_{p,\text{abgas}} T - \bar{c}_{p,\text{bg}} T_{\text{bg}} - n_{\text{luft}} \bar{c}_{p,\text{luft}} T_{\text{luft}}.$$

Wendet man die Daten aus der Tabelle 1 an, so wird für die Wasserstoffverbrennung:

$$\Delta i_{298} = -242462,8, \quad \Delta A = -12,2597,$$

$$\Delta B = 5,3555 \cdot 10^{-3}, \quad \Delta C = 0,6694 \cdot 10^5,$$

$$\Delta D = 0.$$

Daraus folgt

$$Q_{\text{reac}} = -242462,8 - 12,2597 \cdot (T - 298) + \frac{5,3555 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot (T^2 - 298^2) - 0,6694 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{298} \right)$$

in kJ per kilo-Mol Wasserstoff (um kJ per Mole zu bekommen, soll dieses Ergebnis durch 1000 dividiert werden).

Konzentrationen in der non-äquimolaren Reaktion ändern sich in folgender Weise:

$$\text{H}_2: \quad \text{von} \quad x_{\text{H}_2,\text{start}} = \frac{1}{n_{\text{start}}}$$

$$\text{bis} \quad 0,$$

$$\text{H}_2\text{O}: \quad \text{von} \quad 0$$

$$\text{bis} \quad x_{\text{H}_2\text{O},\text{abgas}} = \frac{1}{n_{\text{abgas}}},$$

$$\text{O}_2: \quad \text{von} \quad x_{\text{O}_2,\text{start}} = \frac{\lambda}{2 \cdot n_{\text{start}}}$$

$$\text{bis} \quad x_{\text{O}_2,\text{abgas}} = \frac{(\lambda - 1)}{2 \cdot n_{\text{abgas}}},$$

$$\text{N}_2: \quad \text{von} \quad x_{\text{N}_2,\text{start}} = \frac{\frac{\lambda}{2} \cdot 0,79}{n_{\text{start}}} = \frac{0,79}{0,42} \frac{\lambda}{n_{\text{start}}}$$

$$\text{bis} \quad x_{\text{N}_2,\text{abgas}} = \frac{\frac{\lambda}{2} \cdot 0,79}{n_{\text{abgas}}} = \frac{0,79}{0,42} \frac{\lambda}{n_{\text{abgas}}}.$$

Nachdem die Konzentrationsänderungen im Laufe der Reaktion festgestellt wurden, soll überprüft werden, ob der **K**-Punkt (Inversion der Exergieänderung) zwischen diesen Bereichen enthalten sei (vgl. Bild 2, nach [6–7]).

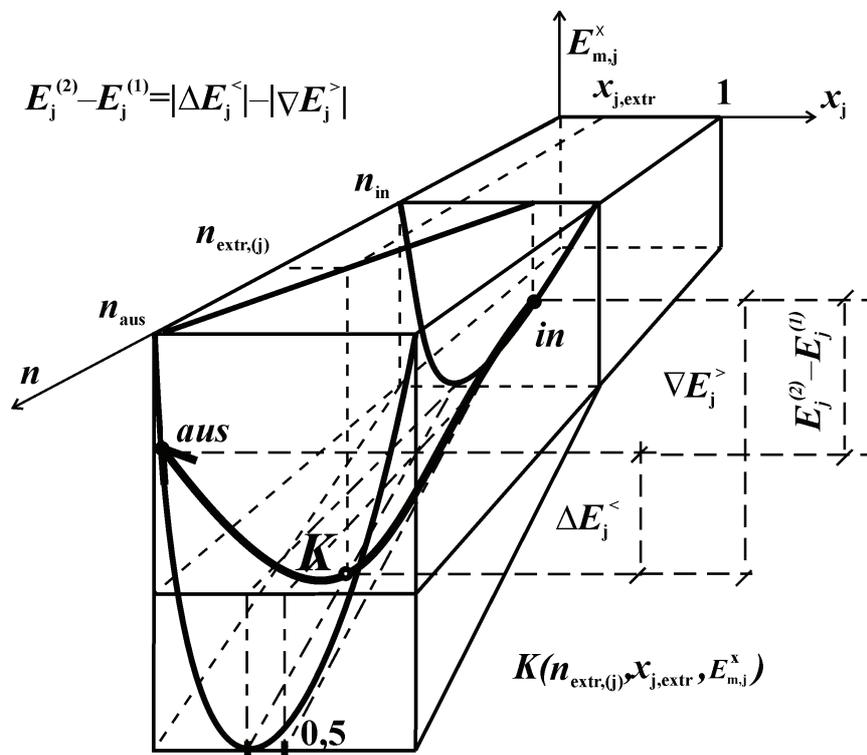


Bild 2. Die Bestimmung des **K**-Punktes, d.h. des Punktes der Zeicheninversion der Konzentrations-Exergieänderung, nach [6–7]

Für Wasserstoff H₂ sind die Koeffizienten:

$$v_{H_2} = -1 \quad n_{H_2,1} = n_{H_2,start} = 1 \quad n_1 = n_{start} \quad \sum v_j = -\frac{1}{2} \quad x_{H_2,0} = 1 \text{ („scheinbar“)}$$

und damit ist die nichtlineare algebraische Gleichung

$$v_j \cdot \ln \left(\frac{1}{x_{j,0}} \cdot \frac{n_{j,1} + \xi_{j,extr} v_j}{n_1 + \xi_{j,extr} \sum_j v_j} \right) + v_j - \frac{n_{j,1} + \xi_{j,extr} v_j}{n_1 + \xi_{j,extr} \sum_j v_j} \cdot \sum_j v_j = 0$$

zu lösen, und in dem Spezialfall

$$-\ln \left(\frac{1 - \xi_{H_2,extr}}{n_{start} - \xi_{H_2,extr}/2} \right) - 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \xi_{H_2,extr}}{n_{start} - \xi_{H_2,extr}/2} = 0.$$

Die Koordinaten des **K**-Punktes sind dann zu

$$n_{extr,(j)} = n_1 + \xi_{j,extr} \sum_j v_j \quad \text{und} \quad x_{j,extr} = \frac{n_{j,1} + v_j \xi_{j,extr}}{n_1 + \xi_{j,extr} \sum_j v_j}$$

woher

$$n_{extr,(H_2)} = n_{start} - \frac{\xi_{H_2,extr}}{2} \quad \text{und} \quad x_{H_2,extr} = \frac{1 - \xi_{H_2,extr}}{n_{start} - \frac{\xi_{H_2,extr}}{2}}$$

Für Sauerstoff O₂ sind die Koeffizienten:

$$v_{O_2} = -\frac{\lambda}{2} \quad n_{O_2,1} = n_{O_2,start} = \frac{\lambda}{2} \quad n_1 = n_{start} \quad \sum v_j = -\frac{1}{2} \quad x_{O_2,0} = 0,21$$

und die entsprechende Gleichung für die Bestimmung des **K**-Punktes

$$-\frac{\lambda}{2} \cdot \ln \left(\frac{1}{0,21} \cdot \frac{\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} \cdot \xi_{O_2,extr}}{n_{start} - \xi_{O_2,extr}/2} \right) - \frac{\lambda}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} \cdot \xi_{O_2,extr}}{n_{start} - \xi_{O_2,extr}/2} = 0.$$

Die Lösung gibt folgende Werte

$$n_{extr,(O_2)} = n_{start} - \frac{\xi_{O_2,extr}}{2} \quad \text{und} \quad x_{O_2,extr} = \frac{\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} \cdot \xi_{O_2,extr}}{n_{start} - \frac{\xi_{O_2,extr}}{2}}$$

Für Wasserdampf H₂O sind die Koeffizienten:

$$v_{H_2O} = 1 \quad n_{H_2O,1} = n_{H_2O,start} = 0 \quad n_1 = n_{start} \quad \sum v_j = -\frac{1}{2} \quad x_{H_2O,0} = 1 \quad \text{ („scheinbar“)}$$

und die entsprechende nichtlineare Gleichung:

$$\ln \left(\frac{\xi_{H_2O,extr}}{n_{start} - \xi_{H_2O,extr}/2} \right) + 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\xi_{H_2O,extr}}{n_{start} - \xi_{H_2O,extr}/2} = 0$$

woher

$$n_{\text{extr,(H}_2\text{O)}} = n_{\text{start}} - \frac{\xi_{\text{H}_2\text{O,extr}}}{2} \quad \text{und} \quad x_{\text{H}_2\text{O,extr}} = \frac{\xi_{\text{H}_2\text{O,extr}}}{n_{\text{start}} - \frac{\xi_{\text{H}_2\text{O,extr}}}{2}}$$

Für Stickstoff N_2 sind die Koeffizienten:

$$v_{\text{N}_2} = -\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{0,79}{0,21}, \quad n_{\text{N}_2,1} = n_{\text{N}_2,\text{start}} = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{0,79}{0,21}, \quad n_1 = n_{\text{start}}, \quad \sum v_j = -\frac{1}{2}, \quad x_{\text{N}_2,0} = 0,79$$

und die Gleichung:

$$-\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{0,79}{0,21} \cdot \ln \left(\frac{1}{0,79} \cdot \frac{\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{0,79}{0,21} - \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{0,79}{0,21} \cdot \frac{\xi_{\text{N}_2,\text{extr}}}{n_{\text{start}} - \frac{\xi_{\text{N}_2,\text{extr}}}{2}}}{n_{\text{start}} - \frac{\xi_{\text{N}_2,\text{extr}}}{2}} \right) - \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{0,79}{0,21} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{0,79}{0,21} - \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{0,79}{0,21} \cdot \frac{\xi_{\text{N}_2,\text{extr}}}{n_{\text{start}} - \frac{\xi_{\text{N}_2,\text{extr}}}{2}}}{n_{\text{start}} - \frac{\xi_{\text{N}_2,\text{extr}}}{2}} = 0$$

woher

$$n_{\text{extr,(N}_2)} = n_{\text{start}} - \frac{\xi_{\text{N}_2,\text{extr}}}{2} \quad \text{und} \quad x_{\text{N}_2,\text{extr}} = \frac{\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{0,79}{0,21} - \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{0,79}{0,21} \cdot \xi_{j,\text{extr}}}{n_{\text{start}} - \frac{\xi_{\text{N}_2,\text{extr}}}{2}}$$

Jetzt sollen die entsprechenden Konzentrationsbereiche überprüft werden. Es kann jedoch festgestellt werden, daß in den Bereichen der Konzentrationsänderung jeweiliger Reaktionsteilnehmer, der K -Punkt nicht vorkommt.

Für die Nullexergie folgt:

$$\nabla E_{\text{H}_2,\mu}^0 = -\Delta \bar{e}_{\mu,\text{H}_2}^0 \quad \nabla E_{\text{O}_2,\mu}^0 = -\frac{1}{2} \Delta \bar{e}_{\mu,\text{O}_2}^0 \quad \text{und} \quad \Delta E_{\text{H}_2\text{O},\mu}^0 = \Delta \bar{e}_{\mu,\text{H}_2\text{O}}^0$$

wobei diese Werte aus Tabelle B-III an der Seite 57 von [7] abgelesen werden konnten (für die angegebene Umgebungstemperatur von $T_0 = 283,15 \text{ K}$).

Für die einzelnen Teile der Konzentrationsexergien (mit der Annahme, daß die Werte $x_{j,\text{extr}}$ in dem Prozeß nicht unter- bzw. überschritten werden, was gerade festgestellt worden ist) folgt:

– Wasserstoff H_2

$$\left(E_{\mu,\text{H}_2}^x \right)_2 - \left(E_{\mu,\text{H}_2}^x \right)_1 = \left(-n_{\text{start}} x_{\text{H}_2,\text{start}} \ln x_{\text{H}_2,\text{start}} \right) \bar{R}T_0 = \Delta \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{H}_2}^< > 0!$$

– Sauerstoff O_2

$$\left(E_{\mu,\text{O}_2}^x \right)_2^> - \left(E_{\mu,\text{O}_2}^x \right)_1^> = \left(n_{\text{abgas}} x_{\text{O}_2,\text{abgas}} \ln \frac{x_{\text{O}_2,\text{abgas}}}{0,21} - n_{\text{start}} x_{\text{O}_2,\text{start}} \ln \frac{x_{\text{O}_2,\text{start}}}{0,21} \right) \bar{R}T_0 = \nabla \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{O}_2}^> < 0!$$

– Stickstoff N_2

$$\left(E_{\mu,\text{N}_2}^x \right)_2 - \left(E_{\mu,\text{N}_2}^x \right)_1 = n_{\text{N}_2} \bar{R}T_0 \ln \frac{x_{\text{N}_2,\text{abgas}}}{x_{\text{N}_2,\text{start}}} = n_{\text{start}} x_{\text{N}_2,\text{start}} \bar{R}T_0 \ln \frac{x_{\text{N}_2,\text{abgas}}}{x_{\text{N}_2,\text{start}}} = \Delta \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{N}_2}^> > 0$$

– Wasserdampf H_2O

$$\left(E_{\mu,\text{H}_2\text{O}}^0 \right)_2^< - \left(E_{\mu,\text{H}_2\text{O}}^0 \right)_1^< = \left(n_{\text{abgas}} x_{\text{H}_2\text{O},\text{abgas}} \ln x_{\text{H}_2\text{O},\text{abgas}} - n_{\text{start}} x_{\text{H}_2\text{O},\text{start}} \ln x_{\text{H}_2\text{O},\text{start}} \right) \bar{R}T_0 = \nabla \left(n \bar{e}_{\mu}^x \right)_{\text{H}_2\text{O}}^< < 0!$$

Absolute Volumenänderungsarbeit der chemischen Verbrennungsreaktion

Nimmt man an, daß die analysierte chemische Reaktion isobar in der natürlichen Umgebung mit dem Druck p_0 ablaufe, wird die Exergie der Volumenarbeit gleich Null sein. Nur in dem Fall höheren Prozeßdrücken $p > p_0$ (die in den speziellen Verbrennungstechnologien angewendet werden) wird sie von Null verschieden sein, und zwar

$$E_{\text{L, reac}}^> = \left(1 - \frac{p_0}{p} \right) L_{\text{reac}}^> = -(p - p_0) (V_{\text{reac},2} - V_{\text{reac},1}).$$

Falls dieser Wert kleiner Null ist (<0), was bedeuten würde, daß die Volumenarbeit (und ihre Exergie) nach Außen gerichtet sei (in Analogie zu der exothermen chemischen Reaktion oberhalb der Temperatur T_0), wird sie zu den entstehenden Exergien addiert, oder

$$E_{L, \text{reac}}^{+>} = \left(1 - \frac{p_0}{p}\right) L_{\text{reac}}^{>} = -(p - p_0)(V_{\text{reac},2} - V_{\text{reac},1})$$

wenn aber größer Null (>0), was bedeuten würde, die Vo-lumenarbeit und ihre Exergie werden dem System (das Reaktionsgemisch) zugeführt (in Analogie zu der endothermen chemischen Reaktion oberhalb T_0) wird sie als verschwindende Exergie betrachtet. Hochindex $>$ weist auf den jeweiligen Druckbereich hin ($p \geq p_0$).

Nimmt man das ideale Gas in Betracht, es folgt

$$V_{\text{reac},2} - V_{\text{reac},1} = (n_2 - n_1) \frac{\bar{R}T}{p} = -0,5 \cdot \frac{\bar{R}T}{p}$$

wobei T und p sind angegeben (isobar–isotherme chemische Reaktion) und $n_2 - n_1 = -0,5$. Damit wird für den Prozeßdruck von 10 bar

$$E_{L, \text{reac}}^{+>} = -\left(10 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5\right) \left(-0,5 \cdot \frac{0,0083143 \cdot T}{10 \cdot 10^5}\right) \left[\text{Pa} \cdot \text{Mol} \cdot \frac{\text{kJ} \cdot \text{K}}{\text{Mol} \cdot \text{K} \cdot \text{Pa}}\right] = 0,0037 \cdot T \text{ [kJ]}$$

und letztendlich im allgemeinen mit

$$E_{L, \text{reac}}^{+>} = -(p - p_0) \cdot (n_{\text{abgas}} - n_{\text{start}}) \cdot \frac{\bar{R}T}{p}$$

die thermodynamische Effektivität der chemischen Reaktion

$$\epsilon_{\text{reac}} = \frac{\left| \Delta(n\bar{e}_\mu^x)_{\text{H}_2}^< \right| + \left| \Delta(n\bar{e}_\mu^0)_{\text{H}_2\text{O}} \right| + \left| \Delta(n\bar{e}_\mu^x)_{\text{N}_2}^> \right| + \left| E_{Q, \text{reac}}^- \right|}{\left| \nabla(n\bar{e}_\mu^x)_{\text{O}_2}^> \right| + \left| \nabla(n\bar{e}_\mu^x)_{\text{H}_2\text{O}}^< \right| + \left| \nabla(n\bar{e}_\mu^0)_{\text{H}_2} \right| + \left| \nabla(n\bar{e}_\mu^0)_{\text{O}_2} \right| + \left| E_{L, \text{reac}}^{+>} \right|}$$

Die totale Summe der verschwindenden Exergierterme wird VEREXE, und die der entstehenden ENTEXE genannt. Mathematische Wiegekoeffizienten der einzelnen Prozesse im System sind zu:

$$\text{– für die Turbine} \quad \gamma_{\text{turb}} = \frac{\left| \nabla E_{T, \text{turb}} \right| + \left| \nabla E_{p, \text{turb}} \right|}{\text{VEREXE}},$$

$$\text{– für die Luftverdichtung} \quad \gamma_{\text{luft}} = \frac{\left| L_{t, \text{luft}} \right|}{\text{VEREXE}},$$

$$\text{– für die Brennstoff–Verdichtung} \quad \gamma_{\text{bg}} = \frac{\left| L_{t, \text{bg}} \right|}{\text{VEREXE}},$$

$$\text{– für den Wärmeaustausch} \quad \gamma_{\text{hex}} = \frac{\left| \nabla E_{T, \text{abgas}} \right|}{\text{VEREXE}},$$

$$\text{– für die chemische Verbrennungsreaktion} \quad \gamma_{\text{reac}} = \frac{\left| \nabla(n\bar{e}_\mu^x)_{\text{O}_2}^> \right| + \left| \nabla(n\bar{e}_\mu^x)_{\text{H}_2\text{O}}^< \right| + \left| \nabla(n\bar{e}_\mu^0)_{\text{H}_2} \right| + \left| \nabla(n\bar{e}_\mu^0)_{\text{O}_2} \right| + \left| E_{L, \text{reac}}^{+>} \right|}{\text{VEREXE}}.$$

Um die so erhaltenen Ergebnisse prüfen zu können, kann zusätzlich folgende mathematische Operation durchgeführt werden:

$$\epsilon_\Sigma = \gamma_{\text{turb}} \epsilon_{\text{turb}} + \gamma_{\text{luft}} \epsilon_{\text{luft}} + \gamma_{\text{bg}} \epsilon_{\text{bg}} + \gamma_{\text{hex}} \epsilon_{\text{hex}} + \gamma_{\text{reac}} \epsilon_{\text{reac}}.$$

Die totale thermodynamische Effektivität für das System ist damit gleich

$$\varepsilon_{\Sigma} = \frac{\text{ENTEXE}}{\text{VEREXE}}.$$

Die für Prozeßtemperaturen kleiner $T=1500$ K erhaltenen Ergebnisse zeigen, daß bei dem Prozeßdruck $p = 20$ bar keine Wärmerückgewinnung möglich ist, also kein Wärmeaustauschprozeß im System vorhanden ist (die Intensität ι wird damit gleich Null).

ZUSAMMENSCHLUß

Die beiden oben angeführten Beispiele zeigen sehr deutlich, daß es durchaus möglich ist energetische Systeme mit Hilfe der in [8] (und früher in [2] erläuterten) vorgestellten Methode modellieren zu können. Die den verfahrenstechnischen Systemen angepaßte Vorgehensweise wird sich auch im Fall der energetischen Systeme beliebiger Struktur sehr gut bewähren. Die thermodynamische Analyse aufgrund der exergetischen Methode kann dann als eine logische Folge der Systemmodellierung gesehen werden. Die detaillierte Vorstellung der Modellierungsmethode als auch der thermodynamischen Analyse und, vor allem, der thermodynamischen Beurteilung kann als ein Beweis der Zweckmäßigkeit derartiger theoretischer Untersuchungen angesehen werden.

Literatur

- [1] Barin I., Knacke O.: *Thermochemical Properties of Inorganic Substances*. Springer-Verlag, Berlin – Heidelberg – New York, Verlag Stahleisen m.b.H., Düsseldorf 1973
- [2] Kozaczka J.: *Thermodynamische Analyse und Beurteilung verfahrenstechnischer Prozesse*. Sektion Verfahrenstechnik (Wissenschaftsbe- reich Technische Thermodynamik und Energiewirtschaft, Leiter: W. Fratzscher), Merseburg, Technische Hochschule Leuna–Merse- burg, 1981 (Manuskript)
- [3] Kozaczka J.: *Jednolita metoda analizy i oceny termodynamicznej procesów cieplnych z wykorzystaniem egzergii (The Uniform Analy- sis And Rating Method Of Heat Processes Using The Exergy Con- cept)*. PhD Thesis, 11.11.1983, AGH, Kraków 1983
- [4] Kozaczka J.: *Analiza termodynamiczna (Thermodynamic Analysis)*. Kraków, Wyd. AGH, SU 1110, 1988
- [5] Kozaczka J.: *Procesy zgazowania — inżynierskie metody obliczeń (Gasifying Processes — Engineer Computational Methods)*. Kra- ków, Wyd. AGH, SU 1407, 1994
- [6] Kozaczka J.: *Termodynamická analýza energetických procesů a za- řízení. Výtah z vybraných prací (Thermodynamic Analysis of Power Processes and Devices, Compilation Of Selected Papers)*. Taurus–K Publishers, Kraków – Ostrava 2001 (ISBN 83–907268–6–6) (Habili- tationsschrift (02.10.2001))
- [7] Kozaczka J.: *Thermodynamic Analysis of Energy Conversion Pro- cesses*. Problemy Inżynierii Mechanicznej i Robotyki (Problems of Mechanical Engineering and Robotics) Nr 8, Wydział Inżynierii Me- chanicznej i Robotyki AGH, Kraków 2002 (ISBN 83–913400–0–7)
- [8] Kozaczka J.: *Verfahrenstechnische Vorgehensweise zur thermodyna- mischen Modellierung energetischer Systeme*. Kwartalnik AGH Me- chanika, 1, 23(2004), S. 49–61