

ZMODYFIKOWANE MODELE SCHWARZA–AVDONINA ŁUKU ASYMETRYCZNEGO

STRESZCZENIE

Przedstawiono podstawowe cechy modeli Schwarza–Avdonina łuku symetrycznego. Opisano czynniki wpływające na przyelektrodowe spadki napięcia i na dyssypację energii, a przez to na możliwość powstawania asymetrii charakterystyki dynamicznej napięciowo-prądowej łuku. Opracowano nowe modele matematyczne łuku asymetrycznego wykorzystujące koncepcje Schwarza–Avdonina. Zaprezentowano kilka wariantów implementacji modeli łuku asymetrycznego w programie MATLAB-Simulink. Za pomocą symulacji komputerowych wykazano efektywność wprowadzonych modyfikacji modeli matematycznych łuku.

Słowa kluczowe: łuk elektryczny, model Cassiego, model Mayra, model Schwarza–Avdonina, model łuku asymetrycznego

MODIFIED SCHWARZ–AVDONIN MODELS OF ASYMMETRIC ARC

Paper shows basic properties of Schwarz–Avdonin models for symmetric arc. Factors have been described causing near-electrode voltage drops and dissipation of energy and thus dynamic voltage-current arc characteristics asymmetry. New mathematical models of asymmetric arc have been developed using Schwarz–Avdonin ideas. Several sample implementations of asymmetric arc models have been developed in MATLAB-Simulink application. Effectiveness of modifications introduced to mathematical arc models have been proved using computer simulations.

Keywords: electrical arc, Cassie model, Mayr model, Schwarz–Avdonin model, asymmetric arc model

WSTĘP

W analizie procesów elektromagnetycznych i cieplnych urządzeń elektrotechnologicznych i elektroenergetycznych z łukiem prądu przemiennego zwykle pomija się zjawisko asymetrii charakterystyk napięciowo-prądowych dynamicznych. W praktyce, najczęściej, ta asymetria jest nieznaczna lub niezauważalna, przysłonięta innymi silniejszymi zjawiskami nieliniowymi i niestacjonarnymi. Istnieją jednak urządzenia i ich stany pracy, w których asymetria silnie się ujawnia, prowadząc do generowania parzystych harmonicznych, a przez to szkodliwych rezonansów oraz składowej stałej prądu, nasycającej rdzenie magnetyczne i wywołującej elektrolizę [1].

Istnieje wiele przyczyn mogących powodować asymetrię charakterystyk statycznych i dynamicznych łuku elektrycznego. Ogólnie można je podzielić na wywołane zjawiskami na elektrodach i zjawiskami w kolumnie łukowej [1, 2]. Silna asymetria może prowadzić do pogorszenia stabilności kolumny plazmowej, a więc do zgaśnięcia łuku. Skutki elektromagnetyczne asymetrii łuku są bardzo uciążliwe [1]. Bezpośrednie skutki cieplne asymetrii nie są zauważalne, lecz mogą powodować pogorszenie sprawności energetycznej lub technologicznej urządzenia elektrycznego. Asymetrie łuku szczególnie trudno jest zaobserwować w stanach przejściowych napięcia i prądu, a więc na przykład w łukach łączeniowych.

Charakterystykę dynamiczną łuku opisuje zależność

$$u_a = \begin{cases} -\alpha_1 + u_{kol}(i), & \text{jeśli } i < 0 \\ \alpha_2 + u_{kol}(i), & \text{jeśli } i \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

gdzie: α_1 i α_2 – sumy przyelektrodowych spadków napięcia (wybór zależy od kierunku prądu), u_{kol} – spadek napięcia na kolumnie plazmowej.

W przypadkach bliskich symetrii zjawisk na elektrodach zachodzi zależność $\alpha_e = \alpha_1 = \alpha_2$.

Zakładamy, że zaburzenia kolumny łukowej są asymetryczne i odbywają się synchronicznie z prądem wyładowania. Przykład urządzenia, w którym zastosowano oscylacje elektrody ($f \leq 70$ Hz), a przez to okresowe zmiany długości łuku, to niektóre spawarki typu MAG lub MIG realizujące technologię CMT (*Cold Metal Transfer*).

Zjawisko zgaśnięcia łuku elektrycznego i związany z tym proces przejściowy są uznawane za normalne stany technologiczne urządzeń spawalniczych, i dlatego do tej pory nie były szczegółowo analizowane. Jednakże ze względu na możliwość generowania dużych wartości przepięć stosuje się różne środki ograniczające niebezpieczne efekty. Jednym ze sposobów badania skuteczności ochrony przeciwprzepięciowej jest symulowanie stanów pracy urządzeń elektrotechnologicznych i elektroenergetycznych, w których występują zgaśnięcia łuku [3–6].

* Politechnika Częstochowska, Wydział Elektryczny, Instytut Elektroenergetyki

Moc rozpraszana w łuku asymetrycznym może ulegać zmianom okresowym, ale w ciągu półokresu nie spełnia warunku symetrii

$$\left. \begin{array}{l} P_{dys}(t) = \begin{cases} i \cdot u_{kol1}(i), & \text{jeśli } i < 0 \\ i \cdot u_{kol2}(i), & \text{jeśli } i \geq 0 \end{cases} \\ P_{dys}(t) = P_{dys}(t + T) \\ P_{dys}(t) \neq P_{dys}(t + 0,5T) \end{array} \right\} \quad (2)$$

W modelach rezystancyjnych łuku wygodnie jest wykorzystywać zależność

$$r_a = r_E + r_{kol} \quad (3)$$

a w modelach konduktancyjnych łuku zwykle stosuje się wzór

$$\frac{1}{g_a} = \frac{1}{g_E} + \frac{1}{g_{kol}} \quad (4)$$

gdzie:

- r_a, g_a – nieliniowe rezystancja i konduktancja łuku ($r_a = 1/g_a$);
- r_E, g_E – nieliniowe rezystancja i konduktancja obszarów przyelekrodowych ($r_E = 1/g_E$);
- r_{kol}, g_{kol} – nieliniowe rezystancja i konduktancja kolumny plazmowej ($r_{kol} = 1/g_{kol}$).

MODELE MAYRA I CASSIEGO KOLUMNY ŁUKU SYMETRYCZNEGO

Modele Mayra łuku symetrycznego można zapisać w ekwiwalentnych postaciach [4, 5]:

- konduktancyjnej

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_M} \left(\frac{u_{kol} i}{P_M} - 1 \right) \quad (5)$$

lub

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_M} \left(\frac{i^2}{g P_M} - 1 \right) \quad (6)$$

- rezystancyjnej

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\theta_M} \left(1 - \frac{u_{kol} i}{P_M} \right) \quad (7)$$

lub

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\theta_M} \left(1 - \frac{i^2 r}{P_M} \right) \quad (8)$$

gdzie:

r, g – rezystancja i konduktancja kolumny łuku ($r = 1/g$),

$g = g_{kol}$ – oznaczenie przyjęte w celu uproszczenia zapisu);

P_M – moc modelu Mayra;

θ_M – stała czasowa modelu Mayra ($\theta_M = H_0/P_M$, H_0 – entalpia plazmy).

Modele Casiego łuku symetrycznego można zapisać w ekwiwalentnych postaciach [4, 5]:

- konduktancyjnej

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_C} \left(\frac{u_{kol}^2}{U_C^2} - 1 \right) \quad (9)$$

- rezystancyjnej

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\theta_C} \left(1 - \frac{u_{kol}^2}{U_C^2} \right) \quad (10)$$

gdzie:

U_C – stała wartość napięcia modelu Cassiego;

θ_C – stała czasowa modelu Cassiego.

Model Mayra stosunkowo dobrze opisuje procesy energetyczne w łuku w zakresie słabego prądu, a więc wokół przejścia prądu przez wartość zerową. Natomiast model Cassiego stosuje się w zakresie silnego prądu wyładowania.

Teoretycznie bardziej ogólny jest przypadek kolumny łuku o asymetrycznej charakterystyce napięciowo-prądowej. Wtedy asymetryczną charakterystykę mocy zmodyfikowanego modelu Mayra [7] uzyskuje się, wprowadzając zależność

$$P_M = P_M(\operatorname{sign}(i)) = \begin{cases} P_{M1}, & \text{jeśli } i < 0 \\ P_{M2}, & \text{jeśli } i \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

Natomiast asymetryczną charakterystykę napięcia zmodyfikowanego modelu Cassiego [8] uzyskuje się, wprowadzając zależność

$$U_C = U_C(\operatorname{sign}(i)) = \begin{cases} U_{C1}, & \text{jeśli } i < 0 \\ U_{C2}, & \text{jeśli } i \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

MODELE SCHWARZA–AVDONINA KOLUMNY ŁUKU SYMETRYCZNEGO

Podczas badań łuku, powstającego w procesach łączeniowych aparatów elektrycznych, stwierdzono pewne rozbieżności między modelami Cassiego i Mayra a wynikami badań eksperymentalnych. Aby zmniejszyć te różnice, wprowadzane są różne modyfikacje, polegające m.in. na uzmieennieniu parametrów modeli. W początkowej wersji zaproponowano modyfikację modeli Mayra [9], wprowadzając zależności:

$$P_M(g) = P_{MS} g^\alpha, \quad \theta_M(g) = \theta_{MS} g^\beta \quad (13)$$

lub

$$P_M(r) = P_{MS} r^{-\alpha}, \quad \theta_M(r) = \theta_{MS} r^{-\beta} \quad (14)$$

Zgodnie z koncepcją Schwarza pominięto bezpośredni wpływ wartości mocy rozpraszanej na stałą czasową θ_M . Następnie także zmodyfikowano modele Cassiego [10], wprowadzając zależności:

$$U_C(g) = U_{CS} g^\gamma, \quad \theta_C(g) = \theta_{CS} g^\delta \quad (15)$$

lub

$$U_C(r) = U_{CS} r^{-\gamma}, \quad \theta_C(r) = \theta_{CS} r^{-\delta} \quad (16)$$

gdzie: P_{MS} , U_{CS} , θ_{MS} , θ_{CS} , α , β , γ , δ – stałe parametry aproksymacji charakterystyk łuku.

Modele Mayra–Schwarza–Avdonina łuku symetrycznego można zapisać w równoważnych postaciach

– konduktancyjnej

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{MS} g^\beta} \left(\frac{u_{kol} i}{P_{MS} g^\alpha} - 1 \right) \quad (17)$$

lub

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{MS} g^\beta} \left(\frac{i^2}{P_{MS} g^{\alpha+1}} - 1 \right) \quad (18)$$

– rezystancyjnej

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\theta_{MS} r^{-\beta}} \left(1 - \frac{u_{kol} i}{P_{MS} r^{-\alpha}} \right) \quad (19)$$

lub

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\theta_{MS} r^{-\beta}} \left(1 - \frac{i^2 r^{\alpha+1}}{P_{MS}} \right) \quad (20)$$

Modele Casiego–Schwarza–Avdonina łuku symetrycznego można zapisać w równoważnych postaciach

– konduktancyjnej

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{CS} g^\delta} \left(\frac{u_{kol}^2}{U_{CS}^2 g^{2\gamma}} - 1 \right) \quad (21)$$

– rezystancyjnej

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\theta_{CS} r^{-\delta}} \left(1 - \frac{u_{kol}^2}{U_{CS}^2 r^{-2\gamma}} \right) \quad (22)$$

ZMODYFIKOWANE MODELE SCHWARZA–AVDONINA KOLUMNY ŁUKU ASYMETRYCZNEGO

Asymetryczną charakterystykę mocy modelu Mayra [7] używa się, wprowadzając zależności:

$$P_M(g) = P_{MS} (\text{sign}(i)) \cdot g^\alpha, \quad \theta_M(g) = \theta_{MS} g^\beta \quad (23)$$

lub

$$P_M(r) = P_{MS} (\text{sign}(i)) \cdot r^{-\alpha}, \quad \theta_M(r) = \theta_{MS} r^{-\beta} \quad (24)$$

Zgodnie z koncepcją Schwarza–Avdonina θ_M nie zależy od P_M , a więc od kierunku przepływającego prądu.

Asymetryczną funkcję napięcia modelu Cassiego [8] używa się, wprowadzając zależności:

$$U_C(g) = U_{CS} (\text{sign}(i)) \cdot g^\gamma, \quad \theta_C(g) = \theta_{CS} g^\delta \quad (25)$$

lub

$$U_C(r) = U_{CS} (\text{sign}(i)) \cdot r^{-\gamma}, \quad \theta_C(r) = \theta_{CS} r^{-\delta} \quad (26)$$

gdzie: P_{MS} , U_{CS} – funkcje, które można aproksymować za pomocą zależności nieliniowych (skokowych lub sigmoidalnych), analogicznie jak podano w pracach [7, 8]. W przypadku zaburzeń o częstotliwości różnej od częstotliwości wymuszenia prądowego obwodu lub w przypadku zaburzeń o kształcie bardzo różniącym się od meandrycznego i wymaganej większej precyzji obliczeń można je zastąpić odpowiednimi przebiegami czasowymi.

Zmodyfikowane modele Mayra–Schwarza–Avdonina łuku asymetrycznego można zapisać w postaciach:

– konduktancyjnej

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{MS} g^\beta} \left(\frac{u_{kol} i}{P_{MS} (\text{sign}(i)) \cdot g^\alpha} - 1 \right) \quad (27)$$

lub

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\theta_{MS} r^{-\beta}} \left(\frac{i^2}{P_{MS} (\text{sign}(i)) \cdot g^{\alpha+1}} - 1 \right) \quad (28)$$

– rezystancyjnej

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\theta_{MS} r^{-\beta}} \left(1 - \frac{u_{kol} i r^\alpha}{P_{MS} (\text{sign}(i))} \right) \quad (29)$$

lub

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\theta_{MS} r^{-\beta}} \left(1 - \frac{i^2 r^{\alpha+1}}{P_{MS} (\text{sign}(i))} \right) \quad (30)$$

Zmodyfikowane modele Casiego–Schwarza–Avdonina łuku asymetrycznego można zapisać w postaciach:

– konduktancyjne

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{CS} g^{-\delta}} \left(\frac{u_{kol}^2}{U_{CS}^2 (\text{sign}(i)) \cdot g^{2\gamma}} - 1 \right) \quad (31)$$

– rezystancyjne

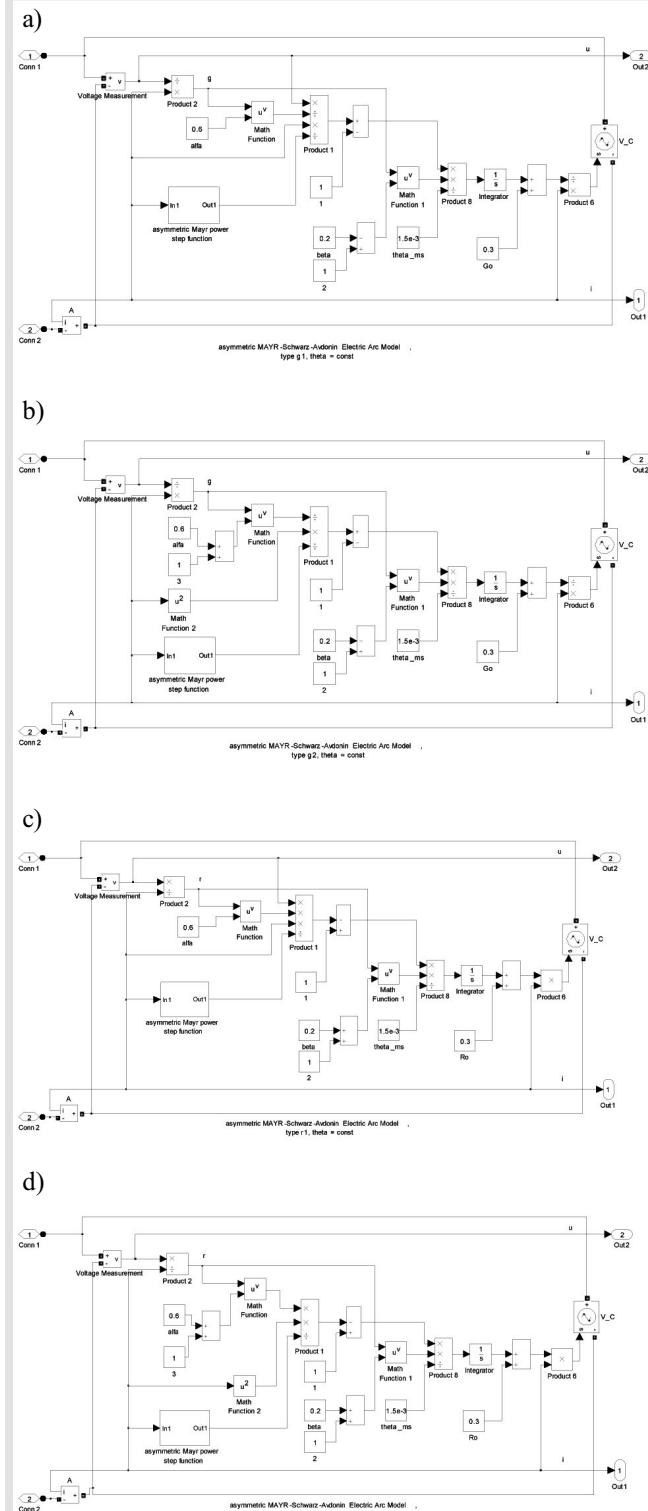
$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\theta_{CS} r^{-\delta}} \left(1 - \frac{u_{kol}^2 r^{2\gamma}}{U_{CS}^2 (\text{sign}(i))} \right) \quad (32)$$

IMPLEMENTACJA ZMODYFIKOWANYCH MODELI SCHWARZA–AVDONINA ŁUKU ASYMETRYCZNEGO W PROGRAMIE MATLAB-SIMULINK

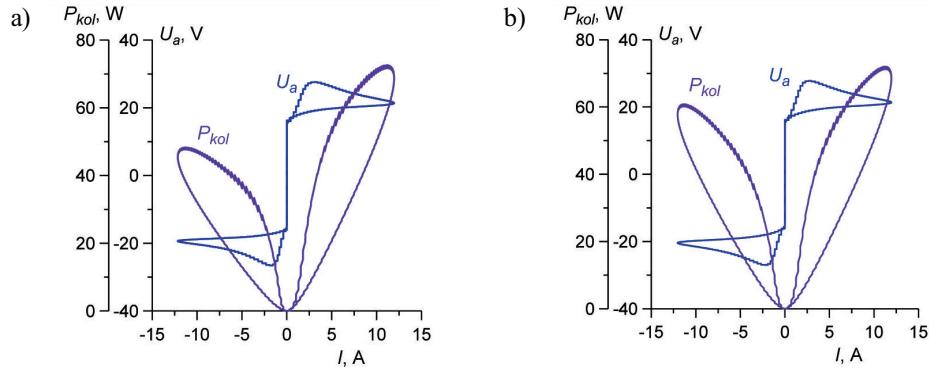
Opracowane i przetestowane makromodely łuku elektrycznego asymetrycznego, odwzorowujące zmodyfikowane modele matematyczne Cassiego i Mayra, przedstawiono w publikacjach [2, 7, 8]. Badania eksperymentalne potwierdziły ich przydatność do analizowania przebiegów w obwodach urządzeń elektrotechnologicznych małej mocy. Nieliniowe charakterystyki napięcia Cassiego $u_C(i)$ i mocy Mayra $p_M(i)$ aproksymowano za pomocą funkcji nieliniowych (skokowych, sigmoidalnych unipolarnych lub sigmoidalnych bipolarnych).

Zmodyfikowane modele matematyczne Schwarza–Avdonina łuku asymetrycznego, opisane równaniami (27)–(32), stanowią podstawę utworzenia różnych makromodeli w programie MATLAB-Simulink. Cztery przypadki modyfikacji modeli Mayra–Schwarza pokazano na rysunku 1. W celu uproszczenia analizy modeli założono symetrię przyelektrydowych spadków napięcia. Przykładowe wyniki symulacji z użyciem funkcji skokowej i sigmoidalnej zamieszczono na rysunkach 2 i 4. Dodatkowo pokazano wykresy mocy rozpraszanej w kolumnie łukowej, które lepiej od poprzednich uwydatniają asymetrię charakterystyk dynamicznych. Na rysunku 3 pokazano dwa przypadki realizacji komputerowej zmodyfikowanych modeli Cassiego–Schwarza. Z wykresów

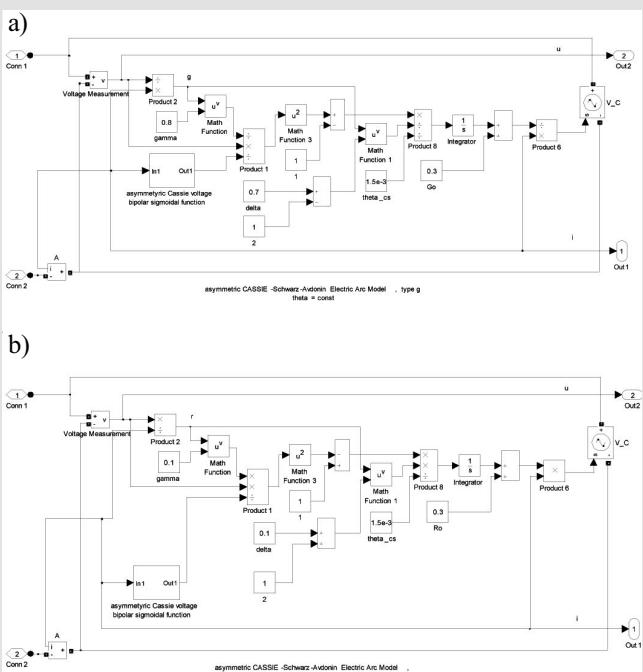
widac efektywność wprowadzonych modyfikacji modeli łuku Schwarza–Avdonina i ich możliwą przydatność do symulowania stanów ustalonych i przejściowych (związanych z gaszeniem) łuku w urządzeniach elektrotechnologicznych i aparatach elektrycznych.



Rys. 1. Schemat makromodelu Mayra–Schwarz–Avdonina łuku asymetrycznego: a) model konduktancyjny (27); b) model konduktancyjny (28); c) model rezystancyjny (29); d) model rezystancyjny (30)



Rys. 2. Wyniki symulacji procesów w obwodzie z makromodeliem Mayra–Schwarza–Avdonina łuku asymetrycznego: a) typu konduktancyjnego (27) z wykorzystaniem funkcji sigmoidalnej unipolarnej ($\alpha_e = 14$ V, $P_{M1} = 20$ W, $P_{M2} = 40$ W, $\theta_M = 10^{-3}$ s, $\alpha = 0,6$, $\beta = 0,2$); b) typu rezystancyjnego (30) z wykorzystaniem funkcji skokowej ($\alpha_e = 14$ V, $P_{M1} = 30$ W, $P_{M2} = 40$ W, $\theta_M = 10^{-3}$ s, $\alpha = 0,6$, $\beta = 0,2$); parametry obwodu ($U = 100$ V, $R = 10 \Omega$, $L = 10^{-3}$ H, $f = 50$ Hz)

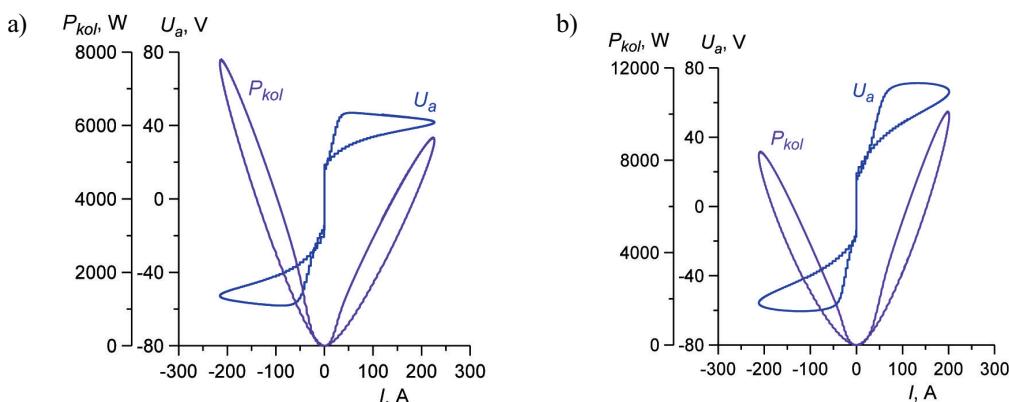


Rys. 3. Schemat makromodelu Cassie–Schwarza–Avdonina łuku asymetrycznego: a) model konduktancyjny (31); b) model rezystancyjny (32)

WNIOSKI

1. Klasyczne modele Cassiego i Mayra kolumny łuku elektrycznego nie są w stanie prawidłowo odwzorować procesów energetycznych w urządzeniach elektrotermicznych i spawalniczych z asymetryczną charakterystyką napięciowo-prądową łuku w szerokim zakresie zmian prądu.
2. Wprowadzone modyfikacje Schwarza–Avdonina modeli kolumny łuku także przewidują symetryczne charakterystyki dynamiczne łuku łączeniowego, a więc też nie mogą dokładnie odwzorowywać asymetrii charakterystyk dynamicznych łuków.
3. Wprowadzone nowe modyfikacje modeli Schwarza–Avdonina kolumny łuku z użyciem funkcji skokowej i sigmoidalnych umożliwiają precyzyjniejsze odwzorowanie asymetrycznych charakterystyk dynamicznych łuków w znacznie szerszej rozmaitości urządzeń elektrotechnologicznych i elektroenergetycznych w stanach płonienia i gaszenia.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę MNiSzW w latach 2010–2013 jako projekt badawczy Nr N N511 305038.



Rys. 4. Wyniki symulacji procesów w obwodzie z makromodeliem Cassiego–Schwarza–Avdonina łuku asymetrycznego: a) typu konduktancyjnego (31) z wykorzystaniem funkcji sigmoidalnej bipolarnej ($\alpha_e = 15$ V, $U_{C1} = -30$ V, $U_{C2} = 20$ V, $\theta_C = 10^{-3}$ s, $\gamma = 0,08$, $\delta = 0,1$); b) typu rezystancyjnego (32) z wykorzystaniem funkcji sigmoidalnej bipolarnej ($\alpha_e = 15$ V, $U_{C1} = -30$ V, $U_{C2} = 40$ V, $\theta_C = 10^{-3}$ s, $\gamma = 0,1$, $\delta = 0,5$); parametry obwodu ($U = 200$ V, $R = 1 \Omega$, $L = 10^{-3}$ H, $f = 50$ Hz)

Literatura

- [1] Sawicki A.: *Asymetria charakterystyk dynamicznych luku elektrycznego*. Śląskie Wiadomości Elektryczne, nr 4, 2010, 10–14
- [2] Sawicki A.: *Assesment of power parameters of asymmetric arcs by means of the Cassie and Mayr models*. Przegląd Elektrotechniczny, nr 2, 2011, 131–134
- [3] Phaniraj V., Phadke A.G.: *Modeling of Circuit Breakers in the Electromagnetic Transients Program*. IEEE Trans. on Power Systems, vol. 3, No. 2, 1988, 799–805
- [4] *Applications of Black Box Modelling to Circuit Breakers*. CIGRE WG 13.01, Electra, No. 149, 1993, 41–71
- [5] Schavemaker P.H.: *Arc Model Blockset for use with MATLAB Simulink and Power System Blockset*. User's Guide Version 2. Delft University of Technology 2001, 1–18
- [6] Hutter S., Uglesic I.: *Universal arc resistance model „ZAGREB” for EMTP*. CIRED 19 International Conference on Electricity Distribution Vienna, 21–24 May 2007, 1–4
- [7] Sawicki A.: *Modele Mayra luku asymetrycznego*. Śląskie Wiadomości Elektryczne, nr 4, 2010, 19–22
- [8] Sawicki A.: *Modele Cassiego luku asymetrycznego*. Śląskie Wiadomości Elektryczne, nr 4, 2010, 15–18
- [9] Schwarz J.: *Berechnung von Schaltvorgängen mit einer zweifach modifizierten Mayr-Gleichung*. ETZ-A 1972, Bd. 93, H.7, 386–389
- [10] Gimenez W., Hevia O.: *Metodología para la modelización del arco eléctrico a partir de oscilogramas de ensayos*. III Seminario Argentino de usuarios del EMTP, 26 y 27 de Noviembre de 1998, Buenos Aires, Argentina

Wpłynęło: 23.06.2010

**Antoni SAWICKI**

Jest absolwentem Politechniki Częstochowskiej. Pracuje na tej Uczelni od grudnia 1977 roku. W 1988 roku obronił pracę doktorską, a w 2000 rozprawę habilitacyjną w Moskiewskim Instytucie Energetycznym. W 2001 roku został mianowany na stanowisko profesora nadzwyczajnego Pol. Częstochowskiej. Obecnie pełni funkcję kierownika Zakładu Elektrotechnologii i Automatyki Budowlanej w Instytucie Elektroenergetyki. Jest autorem i współautorem ponad 200 publikacji naukowych w czasopismach polskich, amerykańskich, rosyjskich i niemieckich, 2 skryptów, 8 monografii i 16 projektów wynalazczych. Jego dorobek obejmuje prace głównie z zakresu teorii i praktyki nagrzewania lukiem elektrycznym. Jest członkiem SEP, od 1997 roku członkiem Zarządu Oddziału Katowickiego Polskiego Komitetu Elektrotermii, od 1998 roku członkiem Prezydium Polskiego Komitetu Elektrotermii.

e-mail: sawicki.a7@gmail.com