

OD MODELU DO KODOWANIA WSPÓŁCZYNNIKÓW REGULATORÓW W NAPĘDACH ELEKTRYCZNYCH. CZĘŚĆ I

STRESZCZENIE

Przedstawiono klasyczne rozwiązania optymalizacji parametrycznej kaskadowej struktury regulacji. Porównano model matematyczny silnika obcowzbudnego z silnikami prądu przemiennego. Zaprezentowano metody dyskretyzacji i ogólne zależności. Omówiono stałoprzecinkowe przetwarzanie sygnałów i zjawisko oscylacji w układach cyfrowych.

Słowa kluczowe: napęd prądu stałego, napędy z silnikami bezszczotkowymi, kryteria optymalizacji regulatorów, stałoprzecinkowe przetwarzanie sygnałów

FROM MODEL TO CONTROLLER FACTORS CODING IN ELECTRIC DRIVES. PART I

Solutions of classical parametric optimization for cascade control structure are presented. Mathematical models of separately excited and alternating current motors are compared. Discretization methods and general relations are presented. Fixed point signal processing and oscillation effect in digital systems are discussed.

Keywords: DC drive, drives with brushless motors, optimization criterion of controllers, fixed-point signals processing

1. WSTĘP

Klasycznymi układami regulacji w napędzie elektrycznym są struktury kaskadowe. W związku z tym projektuje się układ, w którym regulacja momentu elektrycznego jest zadaniem podrzędnym w stosunku do regulacji prędkości kątowej. Tworzenie ww. struktur regulacji dla napędów z silnikami zarówno prądu stałego, jak i przemiennego jest zbliżone.

Również można zauważyć analogie pomiędzy poszczególnymi modelami silników. Oznacza to, że metody optymalizacji opracowane dla układu regulacji kaskadowej silnikiem obcowzbudnym można również zastosować dla silników synchronicznych z magnesami trwałymi umieszczonymi na wirniku.

Nowoczesne układy sterowania silnikami prądu stałego i przemiennego wykorzystują mikrokontrolery lub procesory sygnałowe jako jednostki centralne, najczęściej są to układy stałoprzecinkowe. Z tego powodu interesujące jest wykorzystanie metod dyskretyzacji i kodowania współczynników regulatorów w omawianych układach sterowania. Obecnie środowiska obliczeń numerycznych pozwalają na symulacje takich układów i przykładem jest tu biblioteka Fixe-Point Toolbox pakietu MATLAB-Simulink.

Artykuł dotyczy zagadnień teoretycznych i możliwych do uzyskania wyników podczas sterowania cyfrowego napędami elektrycznymi.

Druga część artykułu będzie dotyczyła symulacji układów napędowych z wykorzystaniem biblioteki Fixed-Point Toolbox środowiska MATLAB-Simulink. Poddane analizie zostaną takie zagadnienia jak dobór rozdzielczości przetworników i długości słowa przetwarzanego przez procesor.

2. STAŁOPRZECINKOWE PRZETWARZANIE SYGNAŁÓW

Typowo w badaniach symulacyjnych stosuje się standardowe formaty liczb zmiennoprzecinkowych (*Floating Point*) i najbardziej rozpowszechnionym jest IEEE754:

- liczby 32-bitowe

$$l = (-1)^S \cdot (2^{E-127}) \cdot (1.F),$$

gdzie:

F – mantysa (23 bity),

E – cecha (8 bitów),

S – znak (1 bit);

- liczby 64-bitowe

$$l = (-1)^S \cdot (2^{E-1023}) \cdot (1.F),$$

gdzie:

F – mantysa (52 bity),

E – cecha (11 bitów),

S – znak (1 bit).

Natomiast rzeczywiste układy sterowania są realizowane z wykorzystaniem procesorów stałoprzecinkowych (*Fixed Point*), których system peryferii jest bardzo rozbudowany i często przystosowany do sterowania silnikami elektrycznymi.

Procesory tego typu zawierają: systemy czasowo-licznikowe (timery), układy transmisji danych, przetworniki analogowo-cyfrowe i cyfrowo-analogowe, układy generacji

* Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektrotechniki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

** PWSZ w Tarnowie

sygnałów PWM (często 3-fazowe moduły wektora przestrzennego) oraz standardowe wejścia i wyjścia cyfrowe.

Często w powyższych układach można z wykorzystaniem kompilatorów języka C stosować zmiennoprzecinkowe formaty liczb. Zwiększa się wówczas komplikacja obliczeń, wydłuża czas, a ich dokładność nie polepsza się znacząco. Wynika to z ograniczonej dokładności (rozdzielczości) przetworników oraz wyjść PWM.

W związku z powyższym w układach regulacji napędami elektrycznymi najczęściej stosuje się stałoprzecinkowe kodowanie liczb. Należy jednak pamiętać, że układy tego typu charakteryzowały się będą nieliniowościami związanymi z kwantyzacją sygnałów.

3. METODA

Typowo proces projektowania cyfrowych układów sterowania wymaga przeprowadzenia następujących etapów:

1. Określenie parametrów modelu matematycznego.
2. Optymalizacja parametryczna.
3. Dobór czasu próbkowania T_s i dyskretyzacja regulatorów.
4. Kodowanie współczynników regulatorów.
5. Weryfikacja wyników.

Czasami dyskretyzacji poddaje się model ciągły obiektu regulacji, a następnie dokonuje się optymalizacji regulatorów w postaci dyskretnej.

Weryfikacja wyników jest najczęściej przeprowadzana metodami symulacyjnymi. Czasami można stosować pakiety szybkiego prototypowania, które pozwalają na realizację algorytmu w układzie docelowym (procesor) i wymianę danych z komputerem PC, w którym symulowany jest model obiektu regulacji.

Po uzyskaniu pomyślnych wyników weryfikacji przystępuje się do wdrożenia układu w docelowym systemie osadzonym (*Embedded System*).

4. MODEL MATEMATYCZNY

Silnik obcowzbudny

Model matematyczny obcowzbudnego silnika prądu stałego wg prac [1–6], typowo zapisuje się równaniami różniczkowymi w postaci

$$\begin{cases} J \frac{d\omega(t)}{dt} = M_e(t) - M_m(t), & M_e(t) = \psi_e I(t) \\ U(t) = RI(t) + \psi_e \omega(t) + L \frac{dI(t)}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

lub transmitancjami:

$$G_{\omega U}(s) \Big|_{M_m=0} = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{1}{\psi_e} \frac{1}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (2)$$

$$G_{\omega M}(s) \Big|_{U=0} = \frac{\omega(s)}{M_m(s)} = \frac{R}{\psi_e} \frac{(Ts + 1)}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (3)$$

$$G_{IU}(s) \Big|_{M_m=0} = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{\frac{B}{R}s}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (4)$$

$$G_{IM}(s) \Big|_{U=0} = \frac{I(s)}{M_m(s)} = \frac{1}{\psi_e} \frac{1}{BTs^2 + Bs + 1} \quad (5)$$

gdzie:

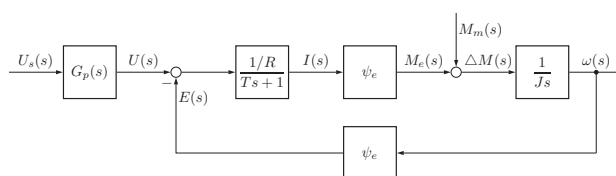
- U_s – napięcie sterujące wzmacniaczem mocy,
- U – napięcie twornika,
- U_N – napięcie znamionowe uzwojenia twornika,
- I – prąd twornika,
- I_N – znamionowy prąd twornika,
- M_m – moment obciążenia,
- M_N – znamionowy moment obciążenia,
- ω – prędkość obrotowa silnika,
- ω_0 – prędkość idealnego biegu jałowego,
- ψ_e – znamionowy strumień skojarzony rotacyjnie z uzwojeniem twornika,
- E – SEM indukowana w uzwojeniu twornika,
- T_m – rozruchowa stała elektromechaniczna silnika,
- T – elektromagnetyczna stała czasowa ($T = \frac{L}{R}$),
- J – moment bezwładności silnika i agregatu technologicznego,
- B – elektromechaniczna stała czasowa ($B = J \frac{R}{\psi_e^2}$),
- R – rezystancja uogólniona,
- L – indukcyjność całkowita,
- K_p – wzmocnienie wzmacniacza mocy,
- τ_0 – opóźnienie wzmacniacza mocy.

Model matematyczny (1) obowiązuje przy następujących założeniach:

- napęd pracuje w zakresie prądów ciągłych,
- proces komutacji nie wpływa na zewnętrzne mierzalne parametry napędu.

Powyższe założenia nie ograniczają zakresu stosowalności (1) gdyż są one zawsze spełnione dla układów napędowych o właściwie dobranym silniku i wzmacniaczu mocy.

Ten model matematyczny można przedstawić w postaci blokowej jak na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat blokowy modelu matematycznego silnika obcowzbudnego

Na rysunku 1 $G_p(s)$ oznacza transmitancję przekształtnika tyrystorowego (wzmacniacza mocy), która jest przyjmowana jako obiekt proporcjonalny lub inercyjny.

Prawidłowa praca napędu prądu stałego w stanach dynamicznych jest gwarantowana przy następujących ograniczeniach zmiennych stanu [6]:

$$\left. \begin{cases} |I(t)| \leq \lambda_N I_N & - \text{ograniczenie wartości prądu} \\ \left| \frac{dI(t)}{dt} \right| \leq p I_N & - \text{ograniczenie pochodnej prądu} \\ |\omega(t)| \leq \omega_d & - \text{ograniczenie prędkości kątowej} \end{cases} \quad (6)$$

gdzie $\lambda_N \in (1.8 \div 2.2)$, p , ω_d są stałymi dodatnimi.

Silnik BLDC

Model matematyczny silnika BLDC (*Brushless Direct Current*) (synchroniczny silnik bezszczotkowy prądu stałego) sprowadza się do postaci obcowzbudnego silnika prądu stałego (rys. 1). W tym celu przyjmuje się następujące założenia:

- Uzwojenia 3-fazowe są symetryczne.
- Rezystancje i indukcyjności są stałe.
- Obwody magnetyczne są liniowe (bez histerezy i nasycień).
- Pomija się straty w żelazie.
- Pomija się wyższe harmoniczne przestrzennego rozkładu pola w szczelinie powietrznej.

Model wyprowadza się dla silnika obserwowanego przed komutatorem elektronicznym (mostkiem falownika). Z uwagi na zasadę zasilania silnika, czyli przepływ prądu w każdej chwili sterowania przez dwa uzwojenia stojana, przyjmuje się jako odpowiednik rezystancji i indukcyjności twornika silnika obcowzbudnego:

$$R = 2R_{S1}, \quad L = 2L_{S1}, \quad T = \frac{L_{S1}}{R_{S1}} \quad (7)$$

gdzie R_{S1} i L_{S1} są rezystancją i indukcyjnością jednego uzwojenia (jednej fazy) stojana.

Strumień wytwarzany przez wirnik silnika (odpowiednik strumienia skojarzonego twornika dla silnika obcowzbudnego) wyznacza się na podstawie stałej momentu k_t lub stałej SEM k_E . Współczynniki te są podawane na tabliczce znamionowej lub w karcie katalogowej i są zwykle wyrażane w Nm/A_{RMS} . W związku z tym konieczne jest przeliczenie wartości skutecznych na szczytowe, co dla przebiegu trapezoidalnego (SEM międzyfazową) lub prostokątnego (prąd fazowy) przedstawionego na rysunku 2 określa się zależnością

$$\psi_e = k_t \sqrt{\frac{2}{3}} = k_E \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (8)$$

Wówczas model matematyczny można zapisać w postaci

$$U = RI + \psi_e \omega + L \frac{dI}{dt} \quad (9a)$$

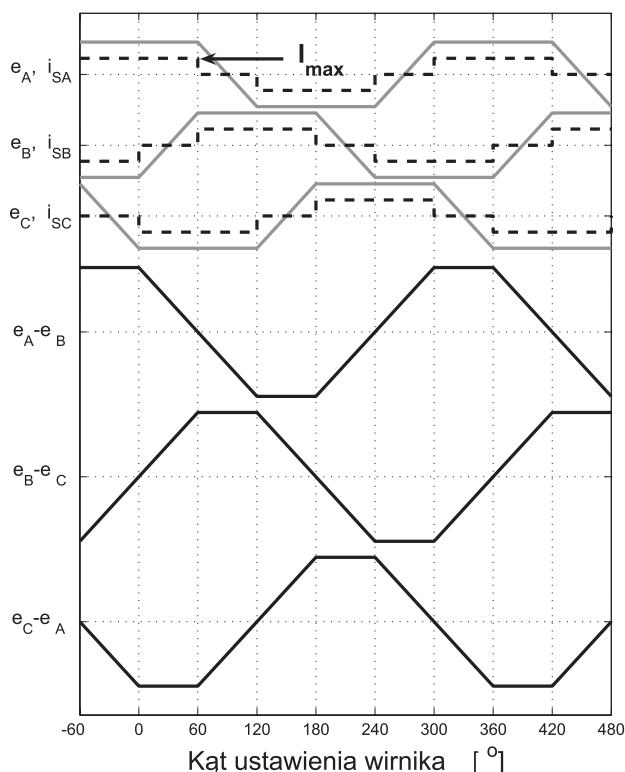
$$J \frac{d\omega}{dt} = M_e - M_m \quad (9b)$$

$$M_e = \psi_e I \quad (9c)$$

$$E = \psi_e \omega \quad (9d)$$

Z powyższych zależności widać, że prąd I oznacza wartość szczytową ($I_N = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{N_{RMS}}$, gdzie $I_{N_{RMS}}$ jest podawane

na tabliczce znamionowej lub karcie katalogowej). Model (9) jest identyczny z (1), więc proces optymalizacji parametrycznej regulatorów można przeprowadzić w identyczny sposób jak dla silnika obcowzbudnego.



Rys. 2. Przebiegi prądów fazowych oraz indukowanej siły elektromotorycznej dla silników BLDC

Przed przystąpieniem do wyznaczenia współczynników regulatorów należy określić pozostałe parametry niezbędne w obliczeniach (analogia do (6)), czyli określa się przeciążalność silnika (ograniczenie prądowe)

$$\lambda_N = \frac{M_{\max}}{M_N} = \frac{I_{\max}}{I_N} \quad (10)$$

gdzie M_{\max} lub I_{\max} jest podawane przez producenta (w tych silnikach λ_N może być nawet równa 5). Dodatkowo powinno się określić szybkość zmian momentu elektrycznego, czyli również prądu (co odpowiada ograniczeniu pochodnej prądu silnika obcowzbudnego)

$$\left| \frac{dI}{dt} \right| \leq p I_N \quad (11)$$

Ograniczenie (11) nie wynika z budowy silnika BLDC, ale może być wprowadzone ze względu na stabilną pracę maszyny roboczej. Jeśli w układzie napędowym nie ma takich ograniczeń technologicznych, to można przyjąć od razu stałą $\beta = \frac{\lambda}{p}$, która określa stałą czasową zoptymalizowanego układu regulacji prądu (konieczna do wykorzystania w kryterium kształtu).

Silnik PMSM

Z uwagi na pożądaną sinusoidalną rozkład przepływu stojana w wyznaczeniu modelu matematycznego stosuje się zapis wektorowy sygnałów i przyjmuje założenia takie jak dla silnika BLDC.

Model matematyczny silnika PMSM (*Permanent Magnet Synchronous Motor*) (bezszcotkowego silnika synchronicznego) można zapisać w dowolnym układzie współrzędnych wirującym z prędkością kątową ω^K , uzyskując:

$$\underline{u}_S = R_S \underline{i}_S + \frac{d\underline{\psi}_S}{dt} + j\omega^K \underline{\psi}_S \quad (12a)$$

$$\underline{\psi}_S = L_S \underline{i}_S + \underline{\psi}_f \quad (12b)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p_b \text{Im}(\underline{\psi}_S^* \underline{i}_S) \quad (12c)$$

W sterowaniu silnikami synchronicznymi najczęściej wykorzystuje się zapis modelu matematycznego w układzie wirnika $\omega^K = \omega = \frac{d\alpha}{dt}$, więc uzyskuje się model w układzie d, q , który przyjmuje postać (model połowo zorientowany):

$$u_{sd} = R_S i_{sd} + \frac{d\psi_{sd}}{dt} - \omega \psi_{sq} \quad (13a)$$

$$u_{sq} = R_S i_{sq} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} - \omega \psi_{sd} \quad (13b)$$

$$\psi_{sd} = L_d i_{sd} + \psi_f \quad (13c)$$

$$\psi_{sq} = L_q i_{sq} \quad (13d)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p_b (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \quad (13e)$$

gdzie L_d i L_q oznaczają podłużną i poprzeczną indukcyjność stojana.

Położenie wektora $\underline{\psi}_f$ pokrywa się z osią d wirnika, dlatego też w równaniach silnika jest uwzględniany jego moduł $|\underline{\psi}_f| = \psi_f$. Zgodnie z przyjętym układem odniesienia transformacji Parka przyjmuje się w postaci:

$$\begin{cases} i_{sd} = i_{s\alpha} \cos \alpha + i_{s\beta} \sin \alpha \\ i_{sq} = -i_{s\alpha} \sin \alpha + i_{s\beta} \cos \alpha \end{cases} \quad (14)$$

W zależnościach (13) wprowadzono indukcyjności stojana L_d i L_q [7, 8], które zależą od konstrukcji wirnika:

$L_d = L_q$ ($X_d = X_q$) dla powierzchniowych magnesów wirnika. Odpowiada to wirnikowi cylindrycznemu silnika synchronicznego o wzbudzeniu elektromagnetycznym.

$L_d \neq L_q$ ($X_d \neq X_q$) dla zagłębionych magnesów wirnika. Odpowiada to wirnikowi jawnobiegunowemu.

Najczęściej w układach sterowania PMSM przyjmuje się zerowy prąd w osi d ($i_{sd} = 0$), czyli $\psi_{sd} = \psi_f$, a równania (13) przyjmują postać:

$$u_{sq} = R_S i_{sq} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} + \omega \psi_f \quad (15)$$

$$\psi_{sq} = L_q i_{sq} \quad (16)$$

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{3}{2} p_b \psi_f i_{sq} - M_m, \quad \omega = p_b \omega_m \quad (17)$$

Po podstawieniu (16) do (15) uzyskuje się równanie stojana:

$$u_{sq} = R_S i_{sq} + L_q \frac{di_{sq}}{dt} + \omega \psi_f, \quad \omega = p_b \omega_m \quad (18)$$

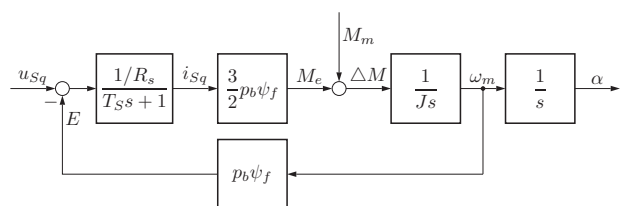
Z (18) wynika, że SEM indukowana jest równa

$$E = \omega \psi_f = p_b \omega_m \psi_f \quad (19)$$

Na podstawie równań (17)–(19) opracowuje się schemat blokowy PMSM, który został przedstawiony na rysunku 3, gdzie $T_S = \frac{L_q}{R_S}$ jest stałą czasową stojana silnika w osi q .

W przedstawionym modelu należy przyjąć $R_S = R_{S1}$, gdzie R_{S1} jest rezystancja jednego uzwojenia stojana. Po przyjęciu $L_q = L_d = L_S$ (silniki z powierzchniowymi magnesami wirnika) indukcyjność stojana wyznacza się w oparciu o macierz indukcyjności [5] i jest ona równa $L_S = \frac{3}{2} L_{S1}$, gdzie L_{S1} jest indukcyjnością jednego uzwojenia stojana.

W przypadku silników z zagłębionymi magnesami wirnika najlepiej jest przeprowadzić identyfikację rozkładu indukcyjności na L_d i L_q .



Rys. 3. Zastępczy schemat blokowy PMSM ($i_{sd} = 0$)

Przedstawiony model jest zapisany w wartościach chwilowych (amplituda), dlatego parametry katalogowe podawane w wartościach skutecznych należy przeliczyć na pa-

rametry modelu. Pierwszym z ich jest stała SEM ($k_E = p_b \psi_f$), która jest podawana jako iloraz wartości skutecznej (RMS) dwufazowej SEM do prędkości kątovej (obrotowej) wyrażonej w rad/s lub 1000-obr./min. Wówczas przeliczenie stałej dwufazowej do jednofazowej przeprowadza się w oparciu o jedną z zależności:

$$k_E = \sqrt{\frac{2}{3}} k_{E_{RMS}} \quad \text{lub} \quad k_E = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{60}{1000 \cdot 2\pi} k_{E_{RMS}} \quad (20)$$

Drugim parametrem jest stała momentu ($k_t = \frac{3}{2} p_b \psi_f$),

która typowo jest podawana jako iloraz momentu elektrycznego do wartości skutecznej prądu. Wówczas

$$k_t = \frac{1}{\sqrt{2}} k_{t_{RMS}} \quad (21)$$

Z powyższych zależności wynika, że stała SEM i stała momentu w wartościach chwilowych różnią się od siebie (inaczej niż w silnikach BLDC). Jeśli PMSM były sterowane w oparciu o zasady dla silników BLDC to jako stała należało przyjąć (20) i spełniona jest zależność $k_t = k_E$.

5. UKŁAD REGULACJI I OPTIMALIZACJA PARAMETRYCZNA

Regulacja kaskadowa jest najpopularniejszą strukturą układu sterowania stosowaną w automatyce napędu.

Przedstawione rozważania dotyczą napędu z silnikiem obcowzbudnym [6, 1] i są uogólnione dla napędów prądu przemiennego.

Regulacja kaskadowa

Na rysunku 4 przedstawiono strukturę układu regulacji kaskadowej napędem prądu stałego.

W takim systemie zadaniem regulatora podrzędnego jest sterowanie momentem elektrycznym silnika lub wielkością do niego proporcjonalną. W napędzie prądu stałego wielkością tą jest prąd twornika I ($M_e = \psi_e I$). Natomiast regulator nadrzędny steruje prędkością kątową silnika. Na schemacie uwzględniono wzmocnienia torów pomiarowych: Y jest współczynnikiem wzmocnienia toru sprzężenia zwrotnego od prądu twornika, a K_t – od prędkości kątovej.

Idea działania układu podczas rozruchu polega na nasyceniu regulatora prędkości ($I_{ref} = u_{z0}$, u_{z0} jest ograniczeniem wyznaczanym podczas optymalizacji parametrycznej regulatora prądu), co z kolei zapewnia rozruch ze stałą dopuszczalną wartością prądu twornika [6]. Podczas optymalizacji regulatora prądu twornika należy uwzględnić ograniczenia (6).

Na schemacie blokowym uwzględniony został również sygnał korekcyjny służący do obniżenia wartości prądu twornika podczas rozruchu z momentem obciążenia. Najczęściej podczas projektowania układów regulacji jest on zaniedbywany ($\Delta I = 0$) i korekcie prądu twornika przeprowadza się poprzez zmianę ograniczenia u_{z0} .

Do doboru parametrów regulatora prądu (zwykle PI)

$$G_{RI}(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_R s} \right) \quad (22)$$

stosuje się zazwyczaj **kryterium modułowe**, uzyskując nastawy:

$$K_R = \frac{TR}{2K_p Y \tau_0}, \quad T_R = T \quad (23)$$

lub **kryterium kształtu**, gdzie najczęściej zapisuje się transmitancje regulatora w postaci

$$GR_I(s) = \frac{ms + 1}{Vs} \quad (24)$$

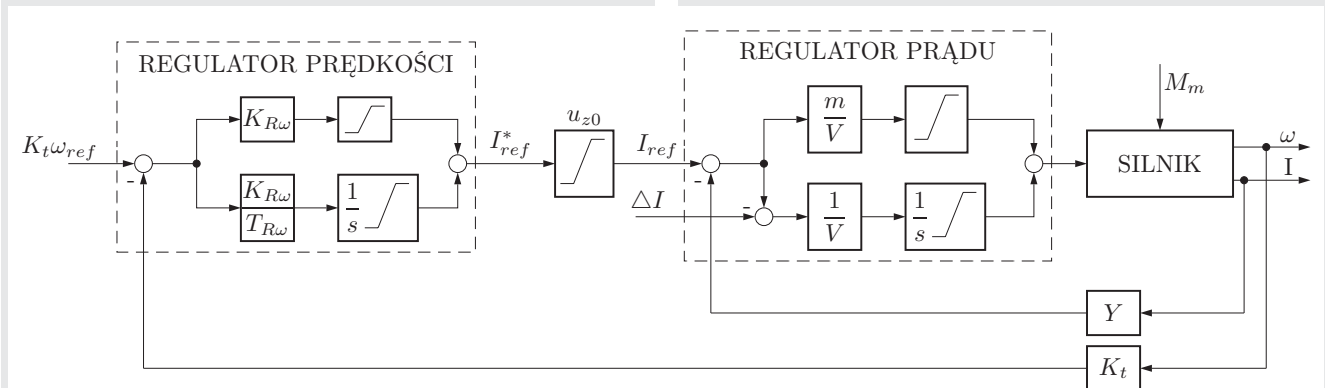
i w wyniku optymalizacji (dla napędu, który spełnia warunek $B \geq 4T$) otrzymuje się parametry

$$m = T_1, \quad V = \beta \frac{YK_p B}{(B_1 - \beta)R} \quad (25)$$

gdzie

$$T_1 = 0,5B (1 - \sqrt{1 - 4T/B})$$

oraz $B_1 T_1 = BT$ i $B_1 + T_1 = B$, a $\beta = \frac{\lambda_N}{p}$.



Rys. 4. Struktura układu ciągłej regulacji kaskadowej napędem prądu stałego

Należy również pamiętać, że regulator PI prądu twornika (bez względu na wykorzystane kryterium optymalizacji) nie jest w stanie zapewnić **astatyzmu** układu zamkniętego. Wynika to z uproszczenia się licznika transmitancji (4) z mianownikiem regulatora, wówczas w torze głównym nie występuje żaden element astatyczny (całkujący). W konsekwencji oznacza to, że układ musi posiadać błąd regulacji w stanie ustalonym (statyzm). Z tego powodu stabilizację prądu podczas rozruchu silnika zapewnia się sztucznie poprzez wprowadzenie ograniczenia u_{z0} sygnału zadanego regulatora

$$u_{z0} = \frac{\lambda_N I_N - \Delta I}{k_z} \quad (26)$$

gdzie

$$\Delta I = \frac{\psi_{eN} V M_u}{\psi_{eN}^2 V + J K_p Y} \quad (27)$$

Konsekwencją będzie tu jeszcze wpływ momentu obciążenia na wartość prądu podczas rozruchu i zagadnienie to zostało omówione w [9].

Regulator prędkości kątovej może być dobierany jako element typu P

$$K_{R\omega} = \frac{M_N}{\psi_{eN} k_z k_T \Delta\omega_d} \quad (28)$$

gdzie $\Delta\omega_d$ jest dopuszczalnym uchybem prędkości w stanie ustalonym przy obciążeniu M_N oraz

$$k_z = \frac{K_p B}{VR + Y K_p B} \quad (29)$$

Przy doborze takiego regulatora narzuca się gwarantowaną sztywność charakterystyki $\omega(M_m)$ (gdzie M_m jest momentem obciążenia) i na jej podstawie wyznacza się parametr $K_{R\omega}$. W układzie z proporcjonalnym regulatorem nadrzędnym prędkości zawsze występuje uchyb statyczny. Zastosowanie regulatora prędkości typu PI zapewnia uzyskanie astatycznego układu regulacji i dobór jego parametrów można przeprowadzić, stosując **kryterium symetryczne**, a w wyniku uzyskuje się nastawy:

$$T_{R\omega} = 4\beta, \quad K_{R\omega} = \frac{J}{2K_T k_z \beta \psi_{eN}} \quad (30)$$

Układy sterowania prędkością kątovej silników BLDC są również projektowane w oparciu o kaskadową strukturę regulacji (rys. 5). Układem zasilającym jest tu najczęściej falownik napięcia, którego sterowanie jest realizowane z wykorzystaniem metody PWM. Wysterowanie poszczególnych tranzystorów mostka jest dodatkowo uzależnione od bieżącego położenia wirnika (komutacja 6-stopniowa).

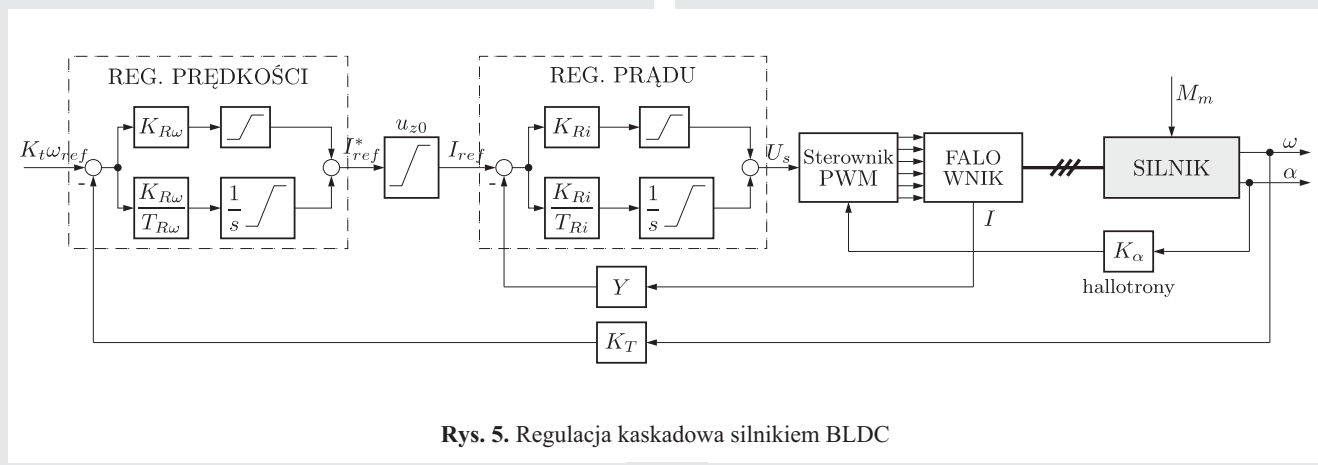
Najczęściej pomiar prądu stojana jest dokonywany w obwodzie pośredniczącym prądu stałego falownika, a pomiar położenia odbywa się za pomocą hallotronów umieszczonych na stojanie silnika. W układach, których zadaniem jest precyzyjna regulacja prędkości kątovej, jako przetworniki pomiarowe stosowane są enkodery inkrementalne. Wzmocnienie K_T oznacza w takich układach enkoder i układ pomiarowy, który wyznacza bieżącą prędkość kątovej na podstawie zliczanych impulsów prostokątnych.

Jedną z najczęściej wykorzystywanych metod sterowania PMSM jest zastosowanie falownika napięcia sterowanego metodą wektora przestrzennego PWM wraz z kaskadową strukturą regulacji.

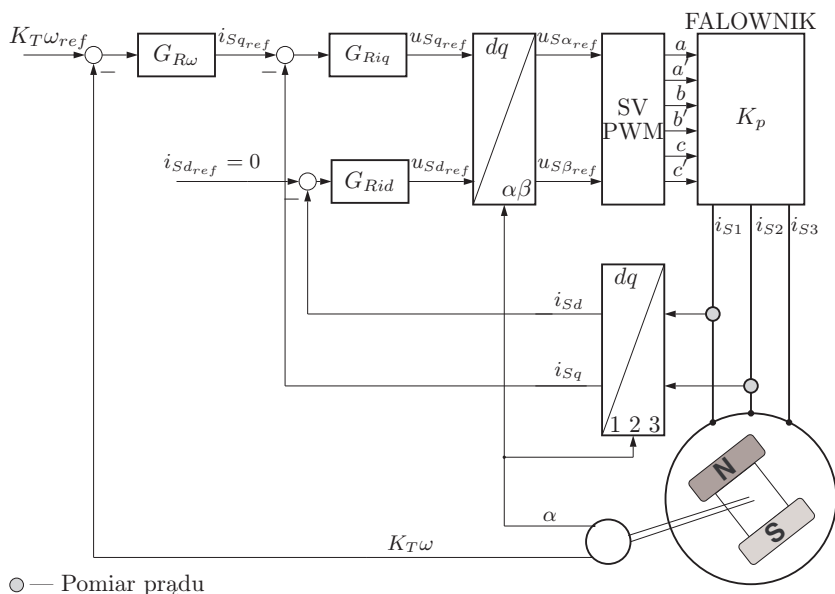
Schemat blokowy układu sterowania bezpośrednią metodą połowo zorientowaną (DFOC) został przedstawiony na rysunku 6. W układzie transformacje Parka są przeprowadzane w oparciu o sygnał położenia kątovej α i w związku z tym nie ma konieczności stosowania obserwatora (obserwatory występują w napędach z silnikami indukcyjnymi).

W przedstawionym systemie występuje pełna analogia regulacji momentu i prędkości kątovej do regulacji kaskadowej napędu prądu stałego. W związku z tym przyjęcie wzmocnienia falownika za K_p , a toru pomiaru prądu i_{Sg} za Y pozwala zastosować kryteria w identyczny sposób jak dla silników obcowzbudnych. W optymalizacji parametrycznej regulatorów wykorzystuje się model PMSM w postaci przedstawionej na rysunku 3. Podobnie jak dla silnika BLDC należy na wstępie wyznaczyć przeciążalność $\lambda_N = \frac{M_{\max}}{M_N}$

i przyjąć szybkość narastania momentu (ograniczenie pochodnej momentu elektrycznego) $p\left(\beta = \frac{p}{\lambda}\right)$.



Rys. 5. Regulacja kaskadowa silnikiem BLDC



Rys. 6. Schemat blokowy układu DFOC

6. DYSKRETYZACJA I KODOWANIE WSPÓŁCZYNNIKÓW

Proces wdrażania cyfrowych układów sterowania napędami, z wykorzystaniem stałoprzecinkowych procesorów, rozpoczyna się od przeprowadzenia dyskretyzacji regulatorów.

W tym celu na podstawie stałych czasowych i częstotliwości własnych obiektu dobiera się czas próbkowania T_s (wykorzystanie tw. o próbkowaniu).

Praktycznie wykorzystywanymi metodami dyskretyzacji są [10, 11]:

- **ekstrapolacja zerowego rzędu**, czyli wyznaczenie transmitancji układu według

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left[L^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \right] \quad (31)$$

- **metoda Eulera** zwana również różnicą przednią, która polega na podstawieniu

$$\frac{dx(t)}{dt} \approx \frac{x(t+T_s) - x(t)}{T_s} \rightarrow \frac{z-1}{T_s} x(z) = sx(s) \quad (32)$$

- **różnica tylna** oznaczająca podstawienie

$$\frac{dx(t)}{dt} \approx \frac{x(t) - x(t-T_s)}{T_s} \rightarrow \frac{z-1}{zT_s} x(z) = sx(s) \quad (33)$$

Różnice pomiędzy przedstawionymi metodami dla regulatora opisanego transmitancją (22) zebrano w tabeli 1, gdzie transmitancję regulatora dyskretnego przyjęto w postaci

$$G_{RI}(z) = \frac{K_1 z + K_2}{z-1} \quad (34)$$

Tabela 1

Zestawienie parametrów dyskretnego regulatora PI

Metody dyskretyzacji	K_1	K_2
Ekstrapolacja	K_R	$K_R \left(\frac{T_s}{T_R} - 1 \right)$
Przednia różnica	K_R	$K_R \left(\frac{T_s}{T_R} - 1 \right)$
Tylna różnica	$K_R \left(\frac{T_s}{T_R} + 1 \right)$	$-K_R$

Jednak najczęściej stosowaną metodą jest zastosowanie ekstrapolacji zerowego rzędu (matematyczna reprezentacja przetwornika cyfrowo-analogowego). Wówczas dla transmitancji (24) uzyskuje się:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = \frac{m}{V} \\ K_2 = \frac{T_s - m}{V} \end{array} \right\} \quad (35)$$

i algorytm regulacji cyfrowej dla regulatora prądu jest w postaci:

1. oczekiwanie na czas próbkowania
2. I: = pomiar_prądu; Odczyt przetwornika AC
3. e(k) := u_zo-I; Wyznaczenie uchybu regulacji
4. u(k) := K1*e(k) + K2*e(k-1) + u(k-1); Wyznaczenie sterowania
5. przetwornik_DA := u(k); Przesłanie sterowania do przetw. CA
6. u(k-1) := u(k); Zapamiętanie wartości
7. e(k-1) := e(k);
8. powrót do kroku 1.

Drugim etapem jest kodowanie nastaw regulatorów w postaci liczb stałoprzecinkowych. Efektem jest tu zao krąglenie współczynników wynikające ze zjawiska kwantowania (podobieństwo do działania przetworników analogowo-cyfrowych).

Kodowanie liczb stałoprzecinkowych polega na ustaleniu przez programistę, w którym miejscu słowa procesora będzie znajdowała się kropka oddzielająca część całkowitoliczbową od części ułamkowej. Ustalenie kropki w danym miejscu wiąże się z zakresem przetwarzanych liczb

$$\text{liczba} \in [-2^{-l}(2^{N-1}) \dots 2^{-l}(2^{N-1} - 1)]$$

gdzie N jest liczbą bitów w słowie, a l liczbą bitów znajdującą się po kropce. Często 2^{-l} jest nazywane współczynnikiem skalującym (SF).

Przykład 1

Dla słowa pięciobitowego ($N=5$) i różnych wartości współczynnika skalującego uzyskuje się:

$$SF = 2^0 \text{ zakres: } -16 \div 15,$$

$$SF = 2^{-1} \text{ zakres: } -8 \div 7,5,$$

$$SF = 2^{-2} \text{ zakres: } -4 \div 3,75,$$

$$SF = 2^{-3} \text{ zakres: } -2 \div 1,875.$$

Ostatni zapis jest preferowany do kodowania współczynników, ponieważ pozwala on na wykonywanie operacji mnożenia dwóch liczb bez konieczności sprawdzania przepełnienia.

Kodowanie współczynników w połączeniu z zaokrągleniami obliczeń numerycznych algorytmu oraz kwantowaniem poziomu sygnałów w przetwornikach może prowadzić do powstawania drgań (cyklu granicznego) w zamkniętym układzie regulacji [10] i takie procesy można modelować z wykorzystaniem charakterystyk typu kwantyzator.

Do badania możliwości powstania cyklu granicznego w cyfrowym układzie regulacji wykorzystuje się metodę funkcji opisującej [12–14], która dla kwantyzatora o kroku D i wymuszenia harmonicznego $u(t) = A \sin \omega t$ przyjmuje postać

$$J(A) = \begin{cases} 0 & 0 < A < \frac{D}{2} \\ \frac{4D}{\pi A} \sum_{k=1}^n \sqrt{1 - \left(\frac{2k-1}{2A} D\right)^2} & a_l < A < a_h \end{cases} \quad (36)$$

$$\text{gdzie } a_l = \frac{(2n-1)D}{2A} \text{ oraz } a_h = \frac{(2n+1)D}{2A}.$$

Powyzsza funkcja posiada maksimum dla $A = 0,71D$, które wynosi $J(A)|_{\max} \approx 1,27$, więc punktem krytycznym staje się $-\frac{1}{J(A)|_{\max}} \approx -0,79$. Oznacza to, że przewidywany jest

cykl graniczny, jeśli plot Nyquista układu otwartego ($G(j\omega)$ lub $G(e^{j\omega Ts})$) przecina oś rzeczywistą w lewo od punktu $(-0,79, j0)$. Zmniejszenie kroku kwantyzacji D zmniejsza wielkość cyklu granicznego (zmniejszenie amplitudy oscylacji), ale całkowicie go nie eliminuje.

W układach napędowych stosuje się dość duże wzmocnienia w torze regulacji momentu elektrycznego, co często prowadzi do pojawienia się oscylacji w układzie regulacji.

Aby przeciwdziałać takim zjawiskom zaleca się, podczas projektowania układu liniowego, zapewnienie **zapasu modułu** $> J(A)|_{\max}$. Niestety nie w każdym przypadku jest to możliwe.

7. OPTIMALIZACJA I SYMULACJA STEROWANIA CYFROWEGO

Dla obiektu określonego transmitancją I rzędu (uproszczony model obwodu wzbudzenia maszyny synchronicznej)

$$G(s) = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{K}{Ts + 1} \quad (37)$$

gdzie $K = 0,2 \text{ A/V}$; $T = 1 \text{ s}$ oraz znamionowe warunki pracy wynoszą: znamionowe napięcie wejściowe $U_N = 200 \text{ V}$, a znamionowy prąd wyjściowy $I_N = 40 \text{ A}$.

Projekt systemu analogowego

Dla tak przyjętych parametrów w pierwszej kolejności dobiera się wzmocnienie układu zasilającego K_p , tak, aby zapewnić możliwość forsowania przebiegu zmiennej wyjściowej I

$$K_p = \frac{2,5U_N}{10} = 50 \text{ V/V},$$

gdzie zakres sygnału wejściowego wzmacniacza mocy przyjęto jako $\pm 10 \text{ V}$ (typowe wartości).

W podobny sposób postępuje się przy doborze współczynnika wzmocnienia toru pomiarowego, który musi pozwolić na przetwarzanie sygnałów w całym zakresie, tzn. $\pm 100 \text{ A}$, i wówczas

$$Y = \frac{10}{2,5I_N} = 0,1 \text{ V/A}.$$

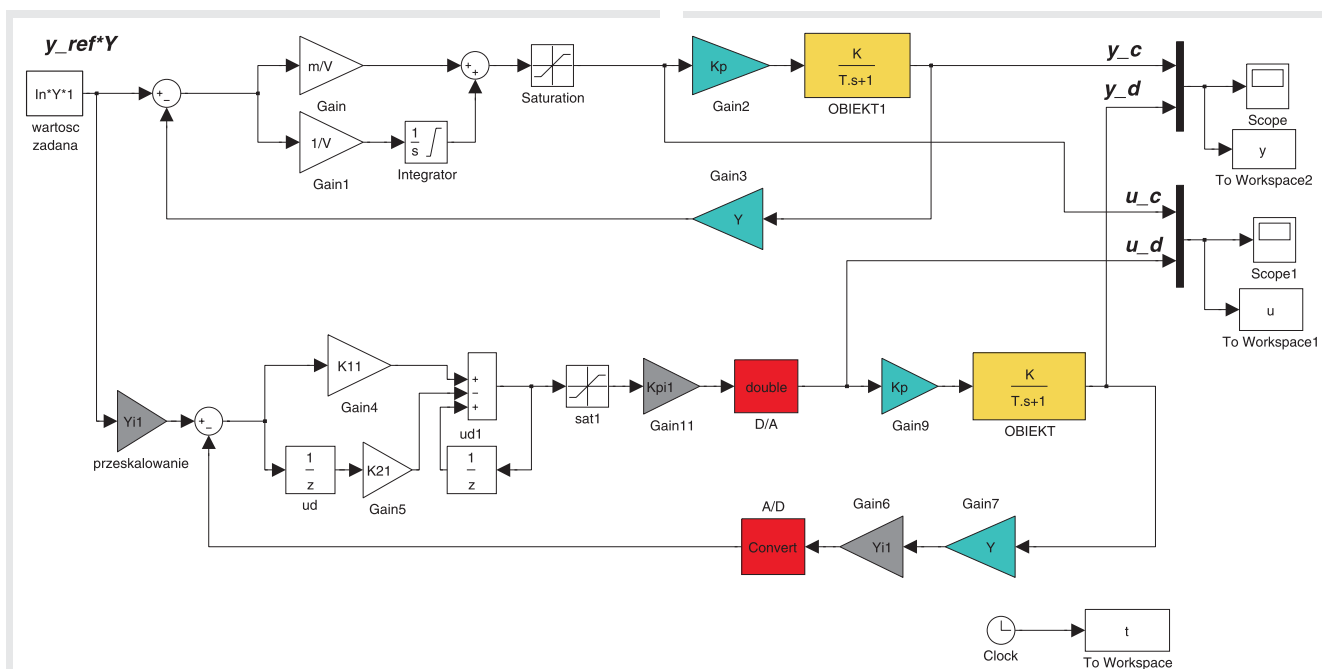
Struktura symulowanego układu analogowego została przedstawiona w górnej części rysunku 7, gdzie w regulatorze uwzględnione zostały ograniczenia sygnałów ($\pm 10 \text{ V}$).

Dobór parametrów regulatora

Jako regulator przyjęto element typu PI o transmitancji (24) i wyznaczono transmitancje układu zamkniętego, a następnie dokonano kompensacji biegunu obiektu $s_o = -\frac{1}{T}$ przez zero regulatora $s_R = -\frac{1}{m}$, otrzymując w wyniku ($m = T = 1$):

$$G_c(s) = \frac{1/Y}{T_c s + 1}, \quad T_c = \frac{V}{KK_p Y}$$

i następnie przyjęto pożądaną stałą czasową układu zamkniętego $T_c = 0,1 \text{ s}$ (co oznacza 10-krotne przyspieszenie pracy obiektu regulacji), otrzymując w wyniku $V = 0,1$.



Rys. 7. Struktury symulacyjne układu analogowego i cyfrowego

W procesie dyskretyzacji regulatora ciągłego wykorzystano zależności (35), gdzie przyjęto czas próbkowania $T_s = 0,1$, $T_c = 0,01$ s i uzyskano nastawy regulatora dyskretnego:

$$K_1 = 10, \quad K_2 = -9,9 \quad (38)$$

Powyższe współczynniki poddano normalizacji do zakresu ± 1 , czyli zostały one podzielone przez wartość K_1 . W wyniku uzyskano współczynniki K_{11} i K_{21} , które wykorzystano w schemacie symulacyjnym (rys. 7). W związku z przeprowadzoną normalizacją schemat symulacyjny układu regulacji cyfrowej został uzupełniony przez bloki K_{p1} oraz Y_{i1} . Bloki A/D i D/A oznaczają przetwornik analogowo-cyfrowy i cyfrowo-analogowy. W pierwszym z nich jest realizowana dyskretyzacja (z czasem próbkowania T_s) oraz kwantowanie (przyjęto 16-bitowe przetwarzanie sygnałów).

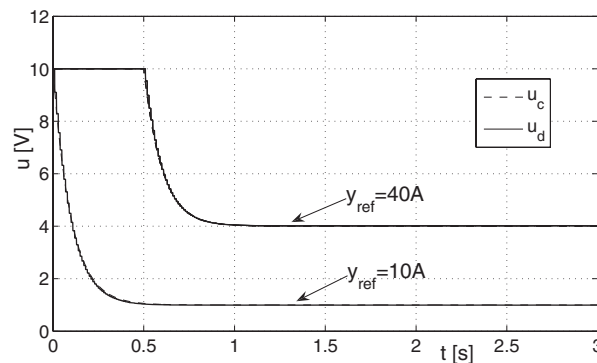
Poniżej przedstawiony został m-plik programu Matlab, w którym wykonywane są wszystkie wyżej omówione obliczenia:

```
K=0.2; T=1;
In=40; Un=200;
%
Kp=2.5*Un/10; Y=10/(2.5*In);
%
Tc=0.1; m=T;
V=Tc*K*Kp*Y;
%
Ts=0.01;
K11=(m/V)/(m/V); K21=abs((Ts-m)/V)/(m/V);
Yi1=0.1; Kpi1=10*m/V;
```

Wszystkie obliczenia pomiędzy blokami A/D i D/A są realizowane na liczbach stałoprzecinkowych, dodatkowo w celu upodobnienia regulatora cyfrowego do analogowej wprowadzono do układu ograniczenie $sat1$ równe odwrotności współczynnika normalizującego $\pm \frac{1}{K_1}$.

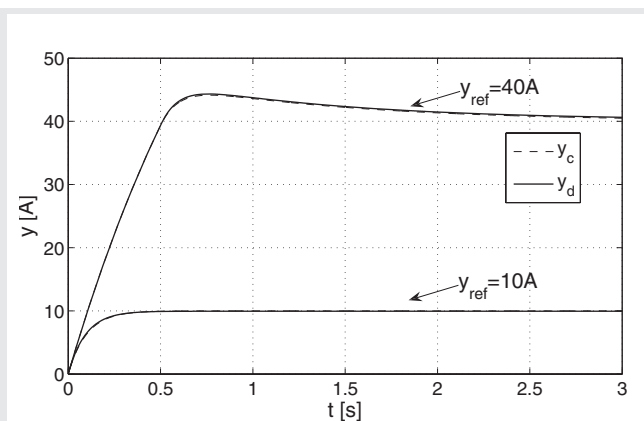
Badania symulacyjne

Symulacje układów z rysunku 7 zostały przeprowadzone z wykorzystaniem biblioteki Fixed-Point Toolbox środowiska Matlab-Simulink.



Rys. 8. Sterowanie wzmacniaczem mocy dla różnych wartości zadanych

Na rysunku 8 przedstawiono przebiegi sygnałów sterujących wzmacniaczem mocy dla wartości zadanej y_{ref} równej 10 A i 40 A. Sygnały w układzie analogowym i cyfrowym praktycznie się pokrywają, ale dla $y_{ref} = 40$ A widać, że elementy całkujące ulegają nasyceniu. Z tego powodu stan przejściowy przy takim sterowaniu będzie trwał dłużej i potwierdzeniem tych obserwacji są przebiegi przedstawione na rysunku 9. Działanie elementu nieliniowego, jakim jest nasycenie, powoduje zniekształcenie przebiegu sygnału wyjściowego y i nie jest on zgodny z przyjętym w fazie doboru parametrów przebiegiem eksponencjalnym (transmitancja wzorcowa $G_c(s)$). Widoczne jest tu również co najmniej 6-krotne wydłużenie stanu przejściowego oraz 11% przeregulowanie.



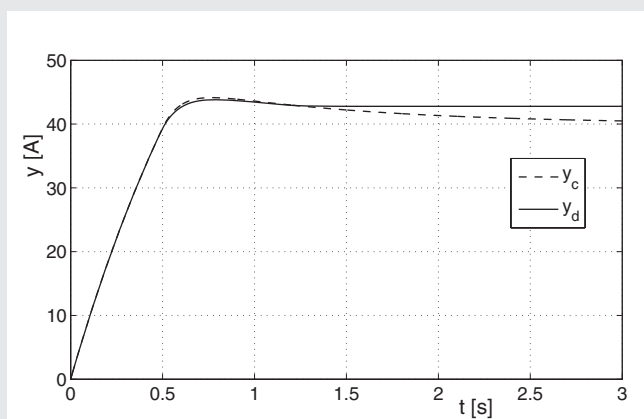
Rys. 9. Sygnał wyjściowy obiektu dla różnych wartości zadanych

Interesujące wyniki uzyskuje się po przyjęciu czasu próbkowania $T_s = 0,01$ $T_c = 0,001$ s, wówczas współczynniki regulatora dyskretnego (34):

$$K_1 = 10, \quad K_2 = -9,99 \quad (39)$$

i po dokonaniu normalizacji wynoszą $K_{11} = 0,99997$, $K_{21} = -0,999$. Z uwagi na przyjętą w symulacjach 16-bitową rozdzielczość liczb (SF = 3,052 4 10⁻⁵) uzyskuje zwiększenie niedokładności wyznaczania różnicy pomiędzy kolejnymi próbkami sygnału błędu. Wynika to z niewielkiej wartości $K_{11} + K_{21} = 0,00097$, która jest wyliczana w stanie ustalonym.

Uzyskane w wyniku symulacji przebiegi przedstawiono na rysunku 10 i można zauważyć tu występowanie zjawiska statyzmu. Dla przedstawionych wyników błąd w stanie ustalonym wynosi ok. 7%. Oznacza to, że regulator cyfrowy przy zbyt szybkim próbkowaniu traci właściwości całkujące. Dodatkowo w takim systemie należałoby uwzględnić kumulację błędu wynikającego z rekurencyjnego charakteru algorytmu regulacji.



Rys. 10. Sygnał wyjściowy obiektu dla $T_s = 0,001$ i $y_{ref} = 40$ A

W omawianym przykładzie obliczeniowo-symulacyjnym nie ma możliwości wystąpienia cyklu granicznego z powodu zbyt niskiego rzędu zamkniętego systemu regulacji, ale układach regulacji kaskadowej napędami elektrycznymi takie zjawiska mogą mieć miejsce.

8. PODSUMOWANIE

W artykule została przedstawiona procedura projektowania systemów regulacji cyfrowej napędami elektrycznymi. Standardowe metody optymalizacji zostały zaprezentowane dla uogólnienia modeli matematycznych silników obcowzbudnych i synchronicznych z magnesami trwałymi. Omówiono metody dyskretyzacji i kodowania współczynników oraz zwrócono uwagę na zjawisko cyklu granicznego, które może wystąpić w omawianych systemach.

Przedstawiony przykład projektu cyfrowego systemu sterowania ukazał, że w układach, w których występuje kwantowanie współczynników regulatorów i sygnałów pomiarowych, zawsze będzie występowało zjawisko statyzmu i można je minimalizować, dobierając umiejętnie czas próbkowania. Wartość tego czasu nie powinna być zbyt mała, ponieważ wówczas zanikają właściwości całkujące regulatora PI.

Innym istotnym problemem jest występowanie ograniczeń sygnałów w algorytmie regulacji, które doprowadzają do utraty liniowości układu dynamicznego (zamkniętego systemu regulacji). W takim przypadku uzyskane przebiegi mogą nawet znacząco odbiegać od zakładanych w procesie optymalizacji parametrycznej.

Literatura

- [1] Kaźmierkowski M.P., Tunia H.: *Automatic Control of Converter-Fed Drives*. Warszawa, Elsevier 1994
- [2] Pełczewski W., Krynyk M.: *Metoda zmiennych stanu w analizie dynamiki układów napędowych*. Warszawa, WNT 1984
- [3] Bisztyga K.: *Sterowanie i regulacja silników elektrycznych*. Warszawa, WNT 1989
- [4] Leonhard W.: *Control of Electrical Drives*. Berlin, Springer-Verlag, 2001.
- [5] Chiasson J.: *Modeling and High-Performance control of Electric Machines*. NJ, Wiley-IEEE Press 2005
- [6] Ciepela A.: *Automatyka przekształtnikowego napędu prądu stałego*. Kraków, Skrypty uczelniane, Nr 1317, Wydawnictwa AGH 1992
- [7] Vas P.: *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. Oxford University Press 1998
- [8] Zawirski K.: *Sterowanie silnikiem synchronicznym o magnesach trwałych*. Poznań, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej 2005
- [9] Sieklucki G., Orzechowski T., Sykulski R., Szostak B.: *Startup of DC drive under load*. Archives of Control Sciences, 17(3), 2007, 283–293
- [10] Astrom K.J., Wittenmark B.: *Computer-Controlled Systems*. NJ, Prentice Hall 1997
- [11] Vaccaro J.R.: *Digital Control. A State-Space Approach*. Mc Graw-Hill, Inc. 1995
- [12] Slotine J.-J.E., Weiping L.: *Applied Nonlinear Control*. New Jersey, Prentice Hall 1991
- [13] Pułaczewski J., Szacka K., Manitius A.: *Zasady automatyki*. Warszawa, WNT 1974
- [14] Khalil H.: *Nonlinear systems*. NJ, Prentice Hall 1996.

Wpłynęło: 4.03.2008 r.

Grzegorz SIEKLUCKI



Grzegorz Sieklucki urodził się 2 lutego 1972 roku w Krakowie. Ukończył w 1997 roku kierunek Automatyka i Robotyka w Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. W 2000 roku uzyskał tytuł doktora nauk technicznych w dyscyplinie elektrotechnika. Obecnie zatrudniony jest w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych. Zajmuje się sterowaniem cyfrowym napędami elektrycznymi.



Tomasz KOŁACZ

Tomasz Kołacz urodził się 29 kwietnia 1978 roku w Tarnowie. Ukończył w 2002 roku studia inżynierskie w Państwowej Wyższej Szkole Zawodowej w Tarnowie na kierunku Elektrotechnika o specjalności układy sterowania i systemy pomiarowe. Studia magisterskie ukończył w 2004 w Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie na kierunku Elektrotechnika o specjalności Automatyka i metrologia. Obecnie zatrudniony jest w Zakładzie Elektrotechniki PWSZ w Tarnowie.



Grzegorz AKSAMIT

Grzegorz Aksamit urodził się 22 lutego 1978 roku w Tarnowie. Ukończył w 2002 roku studia inżynierskie w Państwowej Wyższej Szkole Zawodowej w Tarnowie na kierunku Elektrotechnika o specjalności układy sterowania i systemy pomiarowe. Studia magisterskie ukończył w roku 2004 w Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie na kierunku Elektrotechnika o specjalności Automatyka i metrologia. Obecnie zatrudniony jest w Zakładzie Elektrotechniki PWSZ w Tarnowie.