

Bogdan Kosturkiewicz*

Matematyczny model obciążenia elementu roboczego zasilacza ślimakowego

1. Wprowadzenie

Istotnym czynnikiem warunkującym otrzymanie dobrych jakościowo brykietów w prasie walcowej jest uzyskanie odpowiednio wysokiego stopnia zagęszczenia scalanego materiału drobnoziarnistego. Jego wartość jest uzależniona m.in. od sposobu dozowania materiału drobnoziarnistego między walce. Wyposażenie pras walcowych w zasilacz ślimakowy umożliwia uzyskanie wyższego stopnia zagęszczenia scalanego materiału drobnoziarnistego w porównaniu z zasilaniem grawitacyjnym. Jest to szczególnie ważne w przypadku brykietowania materiałów drobnoziarnistych określanymi pojęciem „trudnych do zbrylania”. Wyniki prac badawczych realizowanych w AGH [2] wskazały na jeszcze inne zalety zasilania wymuszonego. Okazało się, że istnieje możliwość zwiększenia prędkości obrotowej walców prasy, gdy wyposażą się ją w zasilacz ślimakowy, przy uzyskaniu podobnych, w stosunku do zasilania grawitacyjnego, wartości wskaźników jakościowych brykietów. Zwrócono uwagę na fakt, że w czasie podawania materiału drobnoziarnistego w strefę zagęszczania prasy walcowej element roboczy zasilacza ślimakowego jest narażony na zniszczenie wskutek występowania obciążeń od siły poosiowej i momentu skręcającego. Szczególnie podatny na uszkodzenie jest pierwszy zwój ślimaka. W Katedrze Systemów Wytwarzania AGH przeprowadzono badania, których celem było określenie wpływu kąta pochylenia linii śrubowej ślimaka mierzzonego na średnicy wewnętrznej φ_w oraz kąta zbieżności ślimaka κ na wartość momentu skręcającego i siły poosiowej obciążających element roboczy zasilacza ślimakowego, a w artykule dokonano ich podsumowania przez zaprezentowanie matematycznego modelu obciążenia elementu roboczego zasilacza ślimakowego.

2. Określenie stanu obciążeń elementu roboczego zasilacza ślimakowego siłą poosiową

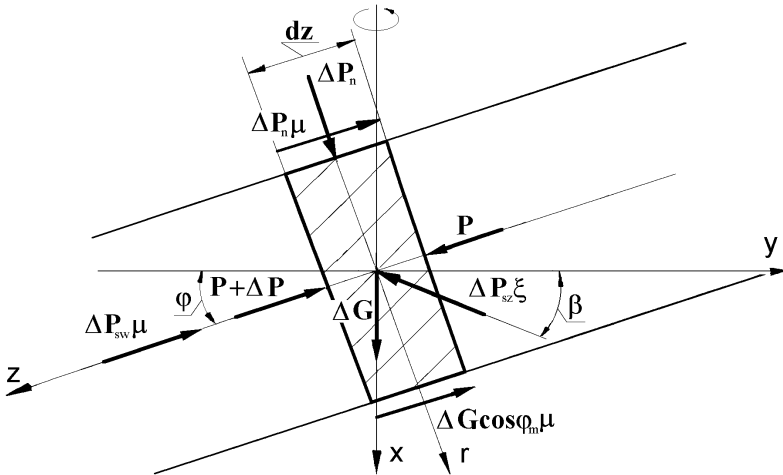
Podczas wyprowadzania wzoru na wartość obciążeń elementu roboczego zasilacza ślimakowego przyjęto założenia upraszczające.

* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Katedra Systemów Wytwarzania

Przyjęto następujące założenia upraszczające:

- pominięto wpływ siły odśrodkowej,
- w kanale ślimaka, w obrębie pasma, nie dochodzi do ścinania wewnętrznego materiału,
- zagęszczany materiał wypełnia całkowicie kanał ślimaka,
- na całej długości przepływu materiału na styku pary ciernej: stal – materiał zagęszczany, mamy do czynienia z kinetycznym tarcieniem zewnętrznym,
- wartość współczynnika bocznego nacisku jest stała,
- wartość współczynników tarcia zewnętrznego oraz wewnętrznego w zakresie nacisków jednostkowych $0 \div 2$ MPa jest stała,
- rozważania ograniczono do analizy przepływu materiału droбноziarnistego w zasilaczu wyposażonym w jeden jednozwojowy ślimak walcowy ($i = 1, j = 1, \kappa = 0^0$).

W celu określenia wartości siły poosiowej oraz momentu wstępnego zagęszczania (momentu skręcającego) wydzielono element materiału ograniczony zwojami ślimaka oraz dwiema płaszczyznami prostopadłymi do kierunku przemieszczania się materiału, odległymi od siebie o nieskończenie małą wartość dz (rys. 1), a następnie skorzystano z warunku równowagi sił działających na ten element.



Rys. 1. Schemat rozkładu sił działających na wydzielony element materiału przepływającego przez zasilacz ślimakowy

Na wydzielony element objętości materiału działają następujące siły:

- G – siła ciężkości materiału, prostopadła do powierzchni odniesienia;
- $G \cos \varphi_m \mu$ – siła tarcia zewnętrznego na powierzchni zwoju ślimaka pochodząca od składowej siły ciężkości, kąt jej z płaszczyzną odniesienia wynosi φ_m ;
- P_n – siła normalna do powierzchni zwoju ślimaka, kąt jej z płaszczyzną odniesienia wynosi $90^0 - \varphi_m$;

- $P_n\mu$ – siła tarcia zewnętrznego na powierzchni zwoju ślimaka, kąt jej z płaszczyzną odniesienia wynosi φ_m ;
- $P_{sw}\mu$ – siła tarcia zewnętrznego na powierzchni wału ślimaka; siła ta przeciwdziała ruchowi materiału pod kątem φ_w do płaszczyzny odniesienia;
- $P_{sz}\xi$ – siła tarcia wewnętrznego pomiędzy materiałem nagromadzonym w rowkach cylindra, a materiałem przepływającym przez kanał ślimaka; siła ta działa pod kątem β do płaszczyzny odniesienia;
- P – siła wynikająca z przyrostu ciśnienia materiału; siła ta działa pod kątem φ_m do płaszczyzny odniesienia.

Na podstawie schematu rozkładu sił działających na wydzielony element materiału przepływającego przez zasilacz ślimakowy można je opisać następującymi równaniami:

- Siła ΔP_{sz} :

$$\Delta P_{sz} = p \cdot A_1 \cdot m \quad (1)$$

gdzie p – ciśnienie materiału w zasilaczu ślimakowym,

$$A_1 = S \cdot \cos \varphi_z \cdot \frac{D_z}{D_m} \cdot dz \quad (2)$$

gdzie:

S – skok ślimaka,

j_z – kąt pochylenia linii śrubowej ślimaka mierzony na średnicy zewnętrznej,

D_z – średnica zewnętrzna ślimaka,

$$D_m = \frac{D_w + D_z}{2} \quad (3)$$

D_w – średnica wewnętrzna ślimaka.

$$\Delta P_{sz} = p \cdot S \cdot \cos \varphi_z \cdot \frac{D_z}{D_m} \cdot m \cdot dz \quad (4)$$

gdzie m – współczynnik bocznego nacisku.

- Siła ΔG :

$$\Delta G = V \cdot \rho \cdot g \quad (5)$$

gdzie:

V – objętość rozpatrywanego elementu materiału,

ρ – gęstość materiału,

g – przyspieszenie ziemskie.

$$V = \frac{D_z - D_w}{2} \cdot S \cdot \cos \varphi_z \cdot dz \quad (6)$$

zakładając, że:

$$\rho = a \cdot p \quad (7)$$

gdzie a – moduł zagęszczenia (odpowiednik modułu Younga dla ośrodków zagęszczanych).

$$\Delta G = \frac{D_z - D_w}{2} \cdot a \cdot p \cdot g \cdot S \cdot \cos \varphi_z \cdot dz \quad (8)$$

– Siła ΔP :

$$\Delta P = A_2 \cdot dp \quad (9)$$

$$A_2 = \frac{D_z - D_w}{2} \cdot S \cdot \cos \varphi_m \quad (10)$$

$$\Delta P = \frac{D_z - D_w}{2} \cdot S \cdot \cos \varphi_m \cdot dp \quad (11)$$

– Siła ΔP_{sw} :

$$\Delta P = p \cdot A_3 \cdot m \quad (12)$$

$$A_3 = S \cdot \cos \varphi_w \cdot \frac{D_w}{D_m} \cdot dz \quad (13)$$

$$\Delta P_{sw} = S \cdot \cos \varphi_w \cdot \frac{D_w}{D_m} \cdot p \cdot m \cdot dz \quad (14)$$

Całkowita siła poosiowa, jaką jest obciążony ślimak, jest sumą sił cząstkowych:

$$\Sigma P_x = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 \quad (15)$$

gdzie:

- P_1 – siła cząstkowa pochodząca od rzutu siły G na oś x ,
- P_2 – siła cząstkowa pochodząca od rzutu siły P_n na oś x ,
- P_3 – siła cząstkowa pochodząca od rzutu siły $P_n \mu$ na oś x ,
- P_4 – siła cząstkowa pochodząca od rzutu siły $P_{sw} \mu$ na oś x ,
- P_5 – siła cząstkowa pochodząca od rzutu siły P na oś x .

Zatem:

$$\Sigma \Delta P_x = -\Delta G + \Delta P_n \cdot \cos \varphi_m - \Delta P_n \cdot \mu \cdot \sin \varphi_m - \Delta P_{sw} \cdot \mu \cdot \sin \varphi_w - \Delta P \cdot \sin \varphi_m \quad (16)$$

gdzie:

- φ_m – kąt pochylenia linii śrubowej ślimaka mierzony na średnicy D_m ,
- μ – współczynnik kinetycznego tarcia zewnętrznego,
- φ_w – kąt pochylenia linii śrubowej ślimaka mierzony na średnicy wewnętrznej.

Suma współrzędnych sił prostopadłych do kanału ślimaka wynosi:

$$\Delta P_r = \Delta P_n - \Delta P_{sz} \cdot \xi \cdot \sin(\varphi_z + \beta) + \Delta G \cdot \cos \varphi_m = 0 \quad (17)$$

gdzie:

- ξ – efektywny współczynnik tarcia wewnętrznego,
- β – kąt przepływu materiału w zasilaczu ślimakowym.

Po założeniu, że:

$$\rho = ap \quad (18)$$

gdzie a – moduł zagęszczania (odpowiednik modułu Younga dla ośrodków zagęszczanych),
i podstawieniu do równania (16), otrzymano wzór na ΔP_n :

$$\Delta P_n = S \cdot \cos \varphi_z \cdot \xi \cdot \sin(\varphi_z + \beta) \cdot p \cdot m \cdot dz \frac{D_z}{D_m} - \frac{D_z - D_w}{2} \cdot S \cdot a \cdot p \cdot g \cdot \cos^2 \varphi_m \cdot dz \quad (19)$$

Po podstawieniu (18) do (15) oraz po przekształceniach otrzymano:

$$\begin{aligned} \Sigma \Delta P_x = & -\frac{D_z - D_w}{2} S \cos \varphi_m a p g dz + \\ & + [S \cos \varphi_z \xi \sin(\varphi_z + \beta) p m \frac{D_z}{D_m} dz - \frac{D_z - D_w}{2} S a p g \cos^2 \varphi_m dz] [\cos \varphi_m - \sin \varphi_m \mu] + \\ & - S \cos \varphi_w \mu \sin \varphi_w p m \frac{D_w}{D_m} dz - \frac{D_z - D_w}{2} S \cos \varphi_m \sin \varphi_m dp \end{aligned} \quad (20)$$

Po dalszych przekształceniach:

$$\begin{aligned} \Sigma \Delta P_x = & p S dz \left\{ -\frac{D_z - D_w}{2} \cos \varphi_m a g + \left[\cos \varphi_z \xi \sin(\varphi_z + \beta) m \frac{D_z}{D_m} + \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{D_z - D_w}{2} a g \cos^2 \varphi_m \right] [\cos \varphi_m - \sin \varphi_m \mu] + \right. \\ & \left. - \cos \varphi_w \mu \sin \varphi_w m \frac{D_w}{D_m} \right\} - \frac{D_z - D_w}{2} S \cos \varphi_m \sin \varphi_m dp \end{aligned} \quad (21)$$

Po podstawieniu za:

$$C(\beta) = S \left\{ -\frac{D_z - D_w}{2} \cos \varphi_m a g + \left[\cos \varphi_z \xi \sin(\varphi_z + \beta) m \frac{D_z}{D_m} + \right. \right. \\ \left. \left. -\frac{D_z - D_w}{2} a g \cos^2 \varphi_m \right] [\cos \varphi_m - \sin \varphi_m \mu] - \cos \varphi_w \mu \sin \varphi_w m \frac{D_w}{D_m} \right\} \quad (22)$$

oraz za:

$$D = \frac{D_z - D_w}{2} \cdot S \cdot \cos \varphi_m \cdot \sin \varphi_m \quad (23)$$

otrzymano wzór na wartość siły poosiowej obciążającej wał ślimaka P_x :

$$\Sigma P_x = C(\beta) \cdot p_k \cdot z + D \cdot (p_k - p_p) \quad (24)$$

gdzie z – długość wstępnie zagęszczanego pasma materiału drobnoziarnistego.

Wartość ciśnienia wywieranego przez zagęszczany materiał drobnoziarnisty na ostatni zwój ślimaka p_k wynosi wg [3]:

$$p_k = p_p \cdot e^{\frac{E}{F} z} \quad (25)$$

gdzie:

p_p – ciśnienie wywierane przez zagęszczany materiał na pierwszy zwój ślimaka,
 E, F – stałe.

Wartość ciśnienia wywieranego przez zagęszczany materiał drobnoziarnisty na pierwszy zwój ślimaka p_p wynosi wg [1]:

$$p_p = \frac{g \cdot \rho_0 \cdot h \cdot l}{2\mu \cdot m \cdot (h + l)} \quad (26)$$

3. Określenie stanu obciążeń elementu roboczego zasilacza ślimakowego momentem skręcającym

Równanie momentów względem osi ślimaka można przedstawić w następujący sposób:

$$\Sigma M_y = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 \quad (27)$$

gdzie:

M_1 – moment oporu pochodzący od składowej siły P_n na oś y ,

M_2 – moment oporu pochodzący od składowej siły $P_n \mu$ na oś y ,

- M_3 – moment oporu pochodzący od siły $G\mu$,
- M_4 – moment oporu pochodzący od składowej siły $P_{sw}\mu$ na oś y ,
- M_5 – moment oporu pochodzący od składowej siły P na oś y .

$$\begin{aligned} \Sigma \Delta M_y = & \Delta P_n \sin \varphi_m \frac{D_m}{2} + \Delta P_n \mu \cos \varphi_m \frac{D_m}{2} + \\ & + \Delta G \mu \frac{D_m}{2} + \Delta P_{sw} \mu \cos \varphi_w \frac{D_w}{2} + \Delta P \cos \varphi_m \end{aligned} \quad (28)$$

Po przekształceniach otrzymano:

$$\begin{aligned} \Sigma \Delta M_y = & \left[\sin \varphi_m \frac{D_m}{2} + \mu \cos \varphi_m \frac{D_m}{2} \right] + \left[S \cos \varphi_z \xi \sin (\varphi_z + \beta) p m d z \frac{D_z}{D_m} + \right. \\ & \left. - \frac{D_z - D_w}{2} S a p g \cos^2 \varphi_m d z \right] + \frac{D_z - D_w}{2} S \cos \varphi_m a p g G \mu \frac{D_m}{2} d z + \\ & + S \mu \cos^2 \varphi_w p m \frac{D_w}{2} d z \frac{D_w}{D_m} + \frac{D_z - D_w}{2} S \cos^2 \varphi_m \frac{D_m}{2} d p \end{aligned} \quad (29)$$

po podstawieniach:

$$\begin{aligned} \Sigma \Delta M_y = & p d z S \left\{ \left[\sin \varphi_m + \mu \cos \varphi_m \right] \left[\cos \varphi_z \xi \sin (\varphi_z + \beta) m \frac{D_z}{2} + \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{D_z - D_w}{2} a g \cos^2 \varphi_m \frac{D_m}{2} \right] + \mu \left[\frac{D_z - D_w}{2} \cos \varphi_m a g \frac{D_m}{2} + \cos^2 \varphi_w m \frac{D_w^2}{2 D_m} \right] \right\} + \\ & + \frac{D_z - D_w}{2} S \cos^2 \varphi_m \frac{D_m}{2} d p \end{aligned} \quad (30)$$

po podstawieniu za:

$$\begin{aligned} A(\beta) = & S \left\{ \left[\sin \varphi_m + \mu \cos \varphi_m \right] + \left[\cos \varphi_z \xi \sin (\varphi_z + \beta) m \frac{D_z}{2} + \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{D_z - D_w}{2} a g \cos^2 \varphi_m \frac{D_m}{2} \right] + \mu \left[\frac{D_z - D_w}{2} \cos \varphi_m a g \frac{D_m}{2} + \cos^2 \varphi_w m \frac{D_w^2}{2 D_m} \right] \right\} \end{aligned} \quad (31)$$

oraz za:

$$B = \frac{D_z - D_w}{2} S \cos^2 \varphi_m \frac{D_m}{2} \quad (32)$$

otrzymano wzór na wartość momentu skręcającego obciążającego wał ślimaka M_{sl} :

$$M_{sl} = A p_k z + B(p_k - p_p) \quad (33)$$

Określenie wartości siły poosiowej i momentu skręcającego pozwala na wyznaczenie geometrycznych cech konstrukcyjnych elementu roboczego zasilacza ślimakowego oraz dobór napędu dla tego podzespołu. Pozwoli ponadto na przeprowadzenie symulacji komputerowej z wykorzystaniem omawianego modelu, zastępując tym samym pracochłonne badania empiryczne.

4. Podsumowanie

W przypadku gdy scalenie materiału wymaga dużego stopnia zagęszczenia, bądź ma on tendencje do zawieszania się w zasobniku grawitacyjnym, wskazane jest zastosowanie zasilacza ślimakowego [4]. Pomimo to, że wykonano szereg prac z zakresu przepływu materiałów sypkich, ośrodków ciągłych, kruchych i plastycznych w urządzeniach wyposażonych w element roboczy w kształcie ślimaka, to jednak żadne z analizowanych opracowań nie można bezpośrednio wykorzystać na potrzeby identyfikacji procesu wstępnego zagęszczania w zasilaczach ślimakowych. Opis obciążeń jego elementu roboczego, którego oś jest zgodna z kierunkiem działania sił grawitacji, za pomocą modelu matematycznego, umożliwi zdefiniowanie wartości parametrów konstrukcyjnych, materiałowych i kinematycznych decydujących o przebiegu procesu scalania materiału droбноziarnistego w prasie walcowej wyposażonej w omawiany podzespół.

Literatura

- [1] Drzymała Z., *Podstawy inżynierii procesu zagęszczania i prasowania materiałów*. PWN, Warszawa 1988.
- [2] Kosturkiewicz B., *Zagadnienie doboru geometrycznych cech konstrukcyjnych ślimaków w urządzeniach do scalania droбноziarnistych materiałów odpadowych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej, Nauki Techniczne Nr 139, seria: Budowa i Eksploatacja Maszyn, z. 8, 2001, 205–214.
- [3] Kosturkiewicz B., *Zagadnienie przepływu materiałów droбноziarnistych w zasilaczu ślimakowym*. Problemy Maszyn Roboczych, z. 17, Warszawa 2001, 135–143.
- [5] Bembenek M., Hryniewicz M., *Badania i opracowanie metody doboru układu zagęszczania prasy walcowej*. Wydawnictwa AGH, Kraków 2010.