

Marek Hryniewicz*, Paweł Gara*, Michał Bembenek*

Modelowanie rozkładu nacisku jednostkowego w procesie kompaktowania materiału sypkiego

1. Wprowadzenie

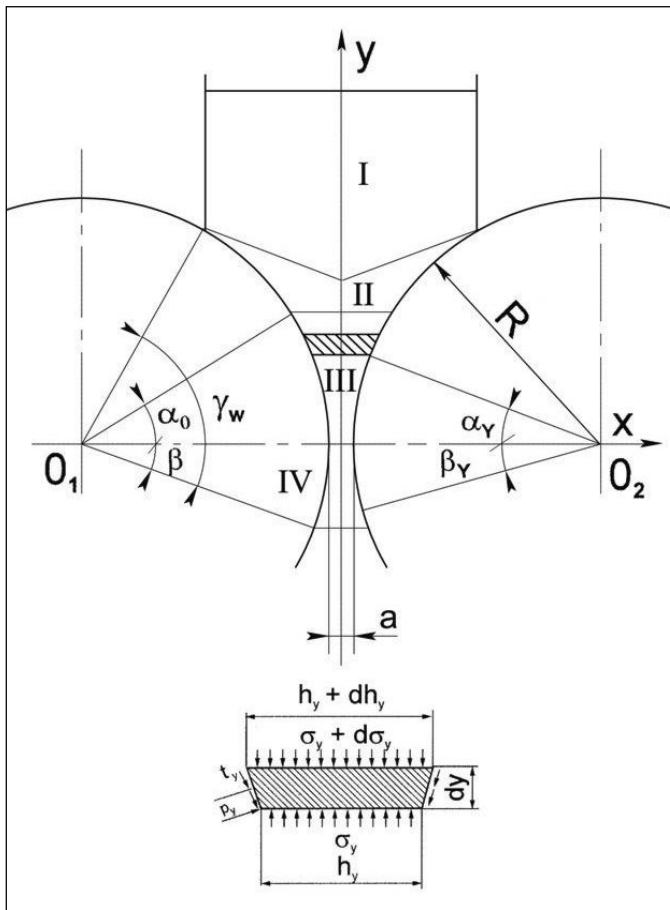
Ostatnio obserwuje się wzrost zainteresowania specyficznym rodzajem aglomeracji ciśnieniowej. Polega ona na nadawaniu materiałom pylistym lub drobnoziarnistym postaci kawałkowej bez wymogu zachowania powtarzalności kształtu [1, 4, 5, 8, 9]. Natomiast niezbędne jest zapewnienie odpowiedniej wytrzymałości mechanicznej kształtek oraz dążenie do minimalizacji kosztów takiej aglomeracji. Wiąże się to przede wszystkim z doskonaleniem specyficznego systemu scalania materiału sypkiego. Polega ono na dwustopniowej granulacji, w której nadawanie materiałowi postaci kawałkowej jest pierwszą operacją. Uzyskane w niej kształtki rozdrabniania się w celu otrzymania produktu o określonej frakcji ziarnowej. Do nadawania materiałowi sypkiemu postaci kawałkowej najczęściej używa się pras z gładkimi walcami roboczymi. Realizowane za ich pomocą zagęszczanie i scalanie materiału ziarnistego określa się mianem kompaktowania. Rozszerzanie zakresu jego stosowania wymaga rozwoju teorii, co przyczyni się m.in. do doskonalenia procesu kompaktowania oraz konstrukcji stosownych pras. Stanowiło to inspirację do opracowania modelu matematycznego umożliwiającego określenie rozkładu nacisku jednostkowego w procesie kompaktowania materiału sypkiego. Podjęto także próbę rozwiązania tego problemu w przypadku stosowania w prasie walcowej niesymetrycznego układu zagęszczania. Uzyskane wyniki przedstawiono w niniejszym artykule. Model powinien przyczynić się do rozwoju teorii kompaktowania oraz doskonalenia konstrukcji pras walcowych oraz układów sterowania.

2. Ogólna postać modelu matematycznego

W wyniku analizy stanu teorii zagęszczania i scalania materiałów sypkich zdecydowano się na rozwiązanie problemu modelowania rozkładu nacisku jednostkowego w procesie

* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Katedra Systemów Wytwarzania

kompaktowania na drodze modyfikacji własnego modelu matematycznego procesu brykietowania w prasie walcowej [7]. Z uwagi na gładki charakter powierzchni roboczej walców zrezygnowano z uproszczenia polegającego na wprowadzeniu zastępczego układu zagęszczania. W znacznym stopniu przybliży to teorię do rzeczywistej sytuacji fizycznej. Na rysunku 1 przedstawiono schemat układu zagęszczania prasy walcowej przeznaczonej do kompaktowania. Wyróżniono w nim 4 strefy: zasypu – I, podawania – II, zagęszczania – III, ekspansji zwrotnej – IV.



Rys. 1. Schemat układu zagęszczania prasy walcowej przeznaczonej do kompaktowania

Posługując się metodą „cienkich przekrojów” w strefie zagęszczania prasy wydzielono element objętości brykietowanego materiału ograniczony powierzchniami bocznymi walców i dwiema płaszczyznami prostokątnymi do kierunku przemieszczania się materiału, oddalonymi od siebie o nieskończenie małą wartość d_y (rys. 1) W celu określenia związku

między jednostkowymi siłami oraz naprężeniami występującymi na powierzchni wydzielonego elementu, korzystano z warunku równowagi działających na niego sił, uzyskując następujące równanie:

$$h_y d\sigma_y + \sigma_y dh_y - p_y dh_y + t_y \frac{dh_y}{\operatorname{tg}\alpha_y} = 0 \quad (1)$$

gdzie:

- h_y – odległość między walcami na poziomie kąta α_y ,
- σ_y – średnie naprężenie normalne,
- p_y – nacisk jednostkowy wywierany na materiał syпки,
- t_y – jednostkowa siła tarcia,
- α_y – kąt zagęszczenia.

Równanie (1) można przekształcić w wyniku uwzględnienia zależności między p_y i σ_y oraz p_y i t_y . Zgodnie z modelem Coulomba jednostkową siłę tarcia t_y , występującą na powierzchni walców, wyrażono poprzez nacisk jednostkowy p_y oraz współczynnik tarcia zewnętrznego μ , stanowiący zmienną zależną od stopnia zagęszczenia oraz wilgotności brykietowanego materiału:

$$t_y = \mu_{(s,w)} p_y \quad (2)$$

Zależność pomiędzy naciskiem jednostkowym p_y oraz średnim naprężeniem normalnym σ_y , zwaną warunkiem plastyczności posiada podobną postać jak w przypadku brykietowania materiału drobnziarnistego [7]:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \vartheta \quad (3)$$

gdzie:

- σ_1, σ_2 – naprężenia główne,
- ϑ – jednostkowy opór zagęszczania.

Jednostkowy opór zagęszczania ϑ stanowi zmienną, zależną od stopnia zagęszczenia s oraz wilgotności w brykietowanego materiału, stanowiącą wartość nacisku jednostkowego w określonej fazie zagęszczania materiału w cylindrycznej matrycy zamkniętej, przy zachowaniu porównywalnego stosunku wysokości brykieta do jego wymiaru poprzecznego. Dzięki wprowadzeniu do warunku plastyczności jednostkowego oporu zagęszczania uwzględniono wzmocnienie zęszczanego materiału w trakcie przebiegu procesu jego scalania.

Przyjmując, że $\sigma_1 = p_y$ oraz $\sigma_2 = \sigma_y$, uzyskano szczególną postać warunku plastyczności, wyrażającą związek pomiędzy naciskiem jednostkowym p_y oraz średnim naprężeniem normalnym σ_y :

$$p_y - \sigma_y = \vartheta \quad (4)$$

Po podstawieniu zależności (2) oraz (4) do równania (1) i wprowadzeniu uproszczenia polegającego na zastąpieniu łuku chwytu cięciwą ($\alpha_y = \alpha_0/2$) otrzymano równanie o podanej poniżej postaci:

$$\frac{dp_y}{dh_y} + p_y \frac{\mu \text{ctg}(\alpha_0/2)}{h_y} = \frac{\vartheta}{h_y} + \frac{d\vartheta}{dh_y} \quad (5)$$

Określa ono zależność pomiędzy naciskiem jednostkowym, wywieranym na ośrodek zagęszczany, geometrią układu zagęszczania oraz właściwościami brykietowanego materiału.

Zmienność jednostkowego oporu zagęszczania oraz współczynnika tarcia zewnętrznego w procesie zagęszczania i scalania materiału sypkiego wyznacza się w sposób eksperymentalny. Ogólne postacie stosownych formuł empirycznych, które określono na podstawie wyników badań własnych prowadzonych dla kilkunastu materiałów, podano poniżej:

$$\vartheta = C s^D w^E \quad (6)$$

$$\mu = F_S + G_W + K \quad (7)$$

gdzie:

- ϑ – jednostkowy opór zagęszczania,
- C, D, E, F, G, K – współczynniki równania regresji,
- s – stopień zagęszczenia,
- w – wilgotność materiału,

Formuła empiryczna (6) wyraża zmienność jednostkowego oporu zagęszczania. W procesie brykietowania zmienia się także współczynnik tarcia zewnętrznego. Zagadnienie to stanowiło przedmiot badań eksperymentalnych [3]. Wykazały one, że właściwości zagęszczanego materiału mają istotny wpływ na jakościowy oraz ilościowy charakter zmian współczynników statycznego i kinetycznego tarcia zewnętrznego pary ciernej: stal brykietowany materiał drobnoziarnisty. Zmienność kinetycznego współczynnika tarcia zewnętrznego wyraża formuła empiryczna (7).

Przedstawione poniżej równanie (8) umożliwia wyznaczenie przebiegu nacisku jednostkowego w strefie odprężania brykietów. Postać tego równania przyjęto na podstawie wyników badań eksperymentalnych, które prowadzono dla kilku materiałów drobnoziarnistych o zróżnicowanych właściwościach.

$$p_y = p_{\max} \left[1 - \left(\frac{\beta_y}{\beta} \right)^2 \right] \quad (8)$$

gdzie:

- p_{\max} – maksymalna wartość nacisku jednostkowego,
- β_y – kąt rozprężenia brykietów,
- β – kąt określający strefę rozprężania brykietów.

3. Określenie kąta chwytu

Kąt chwytu α_0 wyznacza początek strefy zagęszczania materiału w prasie walcowej. Istnieje możliwość obliczania go z zależności wyprowadzonej na drodze teoretycznej [6]. Dotyczy to jednak tylko przypadku brykietowania, którego efektem finalnym są kształtki o określonych wymiarach. Należy zaznaczyć, że maksymalna wartość nacisku jednostkowego silnie zależy od kąta chwytu. Dlatego powinno się przywiązywać odpowiednią wagę do precyzyjnego określenia jego wartości.

Kąt chwytu można także wyznaczyć na podstawie charakterystyki czasowej wartości nacisku jednostkowego, zarejestrowanej podczas scalania materiału sypkiego w prasie walcowej wyposażonej w odpowiedni tor pomiarowy. W tym przypadku może być on obciążony dużym błędem. Prowadząc badania podatności na brykietowanie różnych materiałów, zaobserwowano występowanie dwóch faz w przebiegu tego procesu [6]. Pierwszą z nich cechuje osiąganie dużych stopni zagęszczenia materiału przy niewielkim nacisku. W drugiej fazie zjawisko to ma odwrotny charakter, tzn. niewielkim stopniom zagęszczenia towarzyszy wysoki nacisk. Dlatego trudno jest precyzyjnie określić początek strefy zagęszczania na podstawie charakterystyki czasowej wartości nacisku jednostkowego.

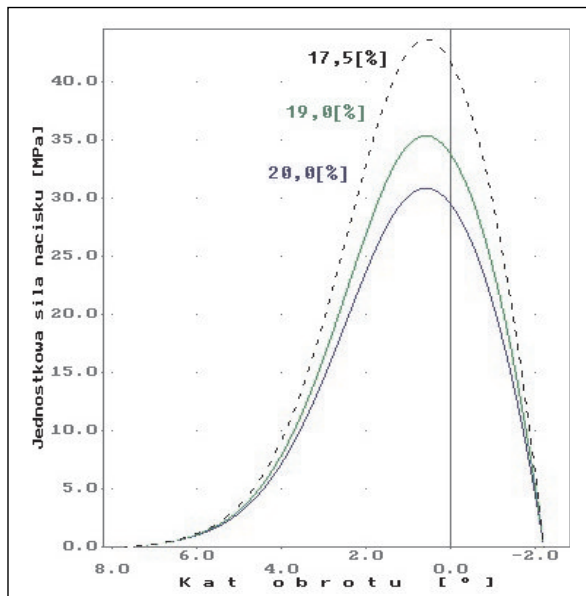
Inne rozwiązanie problemu [6] polega na wykorzystaniu przedstawionego modelu matematycznego oraz wyników badań laboratoryjnych. Znając charakterystykę czasową wartości nacisku jednostkowego, można odwrócić zadanie i obliczyć kąt, który nazwano „przewidywanym kątem chwytu”. Proponowana metoda jest przydatna, jeżeli dysponuje się wynikami badań prowadzonych w skali odpowiadającej obiektowi, będącemu przedmiotem zainteresowania.

Na podstawie przeprowadzonej analizy zdecydowano, że zarówno w przypadku brykietowania, jak i kompaktowania materiału sypkiego korzystne jest sięganie do ostatniego rozwiązania.

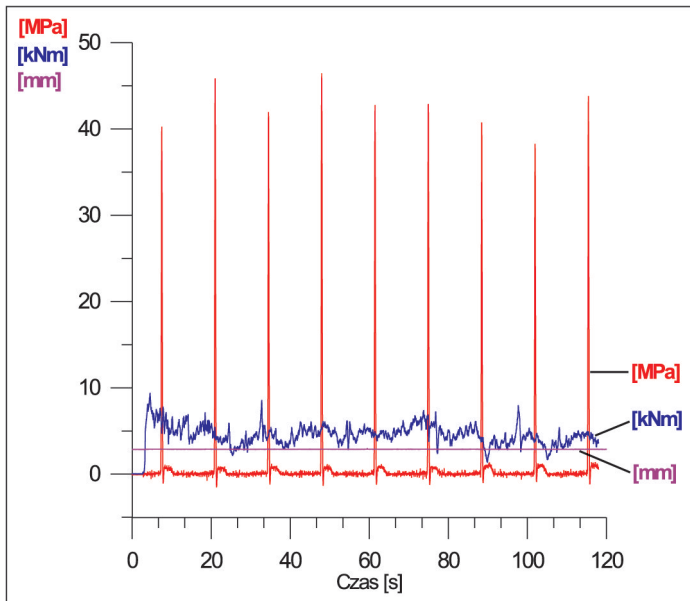
4. Symulacja rozkładu nacisku jednostkowego w procesie kompaktowania

Zmodyfikowany model matematyczny poddano weryfikacji, porównując rezultaty obliczeń teoretycznych z wynikami badań eksperymentalnych. Korzystając z modelu, przeprowadzono obliczenia symulacyjne rozkładu nacisku podczas kompaktowania wodorotlenku wapnia o różnej wilgotności. Zgodnie z teorią walcowania ośrodków ciągłych przyjęto, że przekrój, w którym występuje największa wartość nacisku poprzedza strefę maksymalnego zbliżenia walców o tzw. kąt wyprzedzenia. Słuszność tego założenia wykazano w badaniach eksperymentalnych prowadzonych z wykorzystaniem laboratoryjnej prasy LPW 450 o średnicy walców 450 mm. Opis stanowiska i metodyki badań zawarto w pracy [2].

Na podstawie uzyskanych wyników stwierdzono, że w przypadku kompaktowania wodorotlenku wapnia o wilgotności 17,5–20,0% kąt wyprzedzenia wynosi ok. $0,8^\circ$. Wyznaczono także „oczekiwaną wartość kąta chwytu” $\alpha_0 = 7,1^\circ$ oraz kąt określający strefę sprężystego rozprężania $\beta = 2,4^\circ$. W kolejnych badaniach eksperymentalnych wyznaczono zmienność jednostkowego oporu zagęszczania oraz kinetycznego współczynnika tarcia zewnętrznego. Dysponując szczególnymi postaciami formuł empirycznych 6 oraz 7 i znając wartości określonych parametrów, przeprowadzono eksperymenty symulacyjne, których celem było m.in. zbadanie wpływu wilgotności wodorotlenku wapnia na wartość nacisku jednostkowego oraz wartości obciążeń elementów roboczych prasy, dla korzystnej szerokości szczeliny między walcami $a = 3$ mm. Na podstawie analizy wyników badań symulacyjnych stwierdzono, że zgodnie z przewidywaniami wzrost wilgotności materiału powoduje zmniejszenie wartości maksymalnej nacisku jednostkowego. Wpływa to na obniżenie wartości siły wypadkowej działającej na walec oraz spadek wartości momentu oporu. Graficzny obraz wyników badań symulacyjnych przedstawiono na rysunku 2. Natomiast przykładowe charakterystyki czasowe wartości nacisku jednostkowego oraz momentu skracającego wał walca roboczego prasy przedstawiono na rysunku 3. Zarejestrowano je podczas kompaktowania w prasie LPW 450 wodorotlenku wapnia o wilgotności 17,5%, przy zachowaniu szerokości szczeliny $a = 3$ mm. Natomiast w tabeli 1 zamieszczono maksymalne wartości nacisku jednostkowego stanowiące wyniki badań eksperymentalnych oraz symulacyjnych.



Rys. 2. Wpływ wilgotności wodorotlenku wapnia na przebieg nacisku jednostkowego podczas kompaktowania materiału w prasie walcowej LPW 450 przy szerokości szczeliny $a = 3$ mm



Rys. 3. Przykładowe charakterystyki czasowe wartości nacisku jednostkowego oraz momentu skracającego uzyskane podczas scalania materiału o wilgotności 17,5% przy zachowaniu stałej szerokości szczeliny $a = 3$ mm oraz wartości prędkości obwodowej wałców $V = 0,1$ m/s

Tabela 1

Porównanie zmierzonych maksymalnych wartości nacisku jednostkowego z wynikami badań symulacyjnych dla przypadku kompaktowania wodorotlenku wapnia w prasie LPW 450

Wilgotność [%]	Parametr	Pomiar					Symulacja	Odchylenie [%]
		1	2	3	4	Średnia wartość		
17,5	Maksymalna wartość nacisku jednostkowego [MPa]	45,9	42,9	41,1	42,0	43,0	44,0	2,3
20	Maksymalna wartość nacisku jednostkowego [MPa]	29,3	33,0	32,8	32,9	32,0	31,0	3,1

Porównanie wyników badań zamieszczonych w tabeli 1 wskazuje na dużą zgodność teorii z rzeczywistą sytuacją fizyczną w przypadku kompaktowania wodorotlenku wapnia.

5. Podsumowanie

Modyfikacja modelu matematycznego procesu brykietowania materiału sypkiego dała pozytywne efekty. Korzystając z niego uzyskano dobrą zgodność teorii z rzeczywistą sytuacją fizyczną dla kompaktowania wodorotlenku wapnia. Podjęta tematyka będzie

kontynuowana. Przewiduje się realizację kolejnych badań weryfikacyjnych na przykładzie innych materiałów np. szlamów stanowiących odpady przemysłu chemicznego, które zawierają związki potasu oraz magnezu. Po poddaniu ich dwustopniowej granulacji można otrzymać nawozy dla niektórych roślin. Istnieje, zatem potrzeba prowadzenia badań wspomagających prace dotyczące zagospodarowania tego typu odpadów.

Odrębny problem stanowi modelowanie procesu kompaktowania materiału sypkiego w prasie z niesymetrycznym układem zagęszczania. Można go rozwiązać dokonując idealizacji takiego układu. Polega ona na zachowaniu rzeczywistej średnicy walców, założeniu, że posiadają one gładką powierzchnię roboczą i dokonanie zmiany szerokości szczeliny między nimi. Określa się ją przyjmując, że objętość wyprasek otrzymanych w rzeczywistym oraz zastępczym układzie zagęszczania jest taka sama. Przyjęta koncepcja idealizacji niesymetrycznego układu zagęszczania prasy przeznaczonej do kompaktowania materiału sypkiego będzie poddana weryfikacji.

Literatura

- [1] Bacher C., Olsen P.M., Bertelsen P., Kristensen J., Sonnergaard J.M., *Improving the compaction properties of roller compacted calcium carbonate*. International Journal of Pharmaceutics 2007, vol. 342, 115–123.
- [2] Bembenek M., Hryniewicz M., *Badania i opracowanie metody doboru układu zagęszczania prasy walcowej*. Wydawnictwa AGH, Kraków 2010.
- [3] Drzymała Z., Hryniewicz M., Kosturkiewicz B., *Badania zmienności tarcia zewnętrznego w procesie zagęszczania materiałów drobnoziarnistych*. Zeszyty Naukowe AGH, Mechanika (kwartalnik AGH), t. 11, z. 2, 1992, 135–144.
- [4] Gara P., Hryniewicz M., Wiśła-Walsh E., *New high surface area calcareous sorbent produced in mechanical operations*. Polish Journal of Environmental Studies, 2008, vol. 17, No. 3A, 198–202.
- [5] Herting M.G., Kleinebudde P., *Roll compaction/dry granulation: Effect of raw material particle size on granule and tablet properties*. International Journal of Pharmaceutics, 2007, vol. 338, 110–118.
- [6] Hryniewicz M., *Problem kąta chwytu w modelowaniu procesu brykietowania materiałów drobnoziarnistych w prasach walcowych*. Zeszyty Naukowe AGH, Mechanika (kwartalnik AGH), t. 9, z. 3, 1990, 83–89.
- [7] Hryniewicz M., *Metoda doboru pras walcowych oraz założeń do ich modernizacji lub konstrukcji*. Rozprawy monograficzne, Wydawnictwa AGH, Kraków 1997.
- [8] Kosturkiewicz B., Janewicz A., *Scalanie wieloskładnikowych nawozów sztucznych*. Problemy Inżynierii Mechanicznej i Robotyki. Zagadnienia urządzeń ochrony środowiska, Monografie, Kraków 2006, Nr 32, s. 261–267.
- [9] Yusofa Y.A., Smith A.C., Briscoe B.J., *Roll compaction of maize powder*. Chemical Engineering Science, vol. 60, 2005, 3919–3931.