

Mariusz R. Rząsa\*

## **Wpływ jakości mapy czułości i metody rekonstrukcji na wynik pomiaru koncentracji w przepływie gaz-ciecz**

### **1. Wprowadzenie**

Przepływy dwufazowe gaz-ciecz występują w wielu procesach przemysłowych. Jednym z podstawowych parametrów jest koncentracja faz. Podstawową trudnością w prawidłowym określeniu udziału są szybkie zmiany profilu przepływającej mieszaniny, a co z tym się wiąże, zmiany koncentracji. Przepływy dwufazowe mają zróżnicowaną strukturę: począwszy od przepływów rozwarstwionych po przepływy korkowe i pęcherzykowe [1]. Związki ilościowe pomiędzy fazą ciągłą, fazą rozproszoną i mieszaniną są wyrażone w postaci udziałów objętościowych lub masowych:

$$\alpha = \frac{V_g}{V} = \frac{A_g}{A} \quad (1)$$

gdzie:

$A_g$  – powierzchnia przekroju poprzecznego gazu [ $\text{m}^2$ ],

$A$  – powierzchnia przekroju poprzecznego rurociągu [ $\text{m}^2$ ],

$V_g$  – objętość gazu [ $\text{m}^3$ ],

$V$  – objętość mieszaniny [ $\text{m}^3$ ].

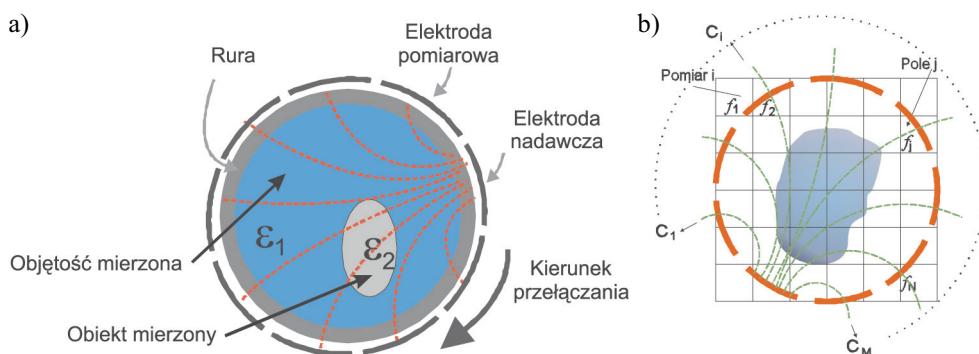
Ze względu na różnorodny charakter struktur występujących podczas przepływu dwufazowego, trudno jest opracować uniwersalną metodę pomiarową umożliwiającą wyznaczanie udziału objętościowego w szerokim zakresie pomiarowym. Jedną z metod umożliwiających wyznaczenie udziału objętościowego mieszaniny dla struktur rozwarstwionych i takich, dla których rozkład koncentracji jest stały na stosunkowo długim odcinku rurociągu, jest tomografia pojemnościowa [2]. Ograniczenie wynika z własności tomografu pojemnościowego, który uśrednia wartość pojemności mierzonej na długości elektrody. W praktyce przyjmuje się, że poprawne wyniki uzyskuje się, jeśli równomierny rozkład koncentracji występuje na długości kilku długości elektrod przed i za czujnikiem pomiarowym.

---

\* Politechnika Opolska, Opole

## 2. Idea działania tomografu pojemnościowego

Idea tomografii pojemnościowej opiera się na pomiarze zmian pojedyności pomiędzy kombinacją par elektrod znajdujących się w czujniku pomiarowym (rys. 1a) [3]. Zmiany pojedyności spowodowane są zmianami materiału znajdującego się w przestrzeni pomiarowej, który posiada inną przenikalność elektryczną. Przenikalność elektryczna dla cieczy i gazu niejednokrotnie różni się kilkudziesiąt razy, dlatego może ona służyć jako identyfikator obecności gazu.



Rys. 1. Idea tomografu pojemnościowego:  
a) budowa czujnika pomiarowego;  
b) idea rekonstrukcji

Dane pomiarowe przetwarzane są na sparametryzowany obraz za pomocą odpowiedniego algorytmu rekonstrukcji. Algorytm rekonstrukcji polega na obliczeniu wartości funkcji obrazu  $f_i$  odzwierciedlającej rozkład materii w czujniku pomiarowym (rys. 1b). Zagadnienie to jest o tyle trudne, iż wymaga niejednokrotnie wyliczenia wartości większej liczby niewiadomych niż liczba równań, jakie są możliwe do ułożenia na podstawie danych pomiarowych. Dodatkową trudność stanowi nielinowy rozkład pola elektrycznego, co powoduje złe uwarunkowanie układu równań [4]. W ogólnym zapisie układ równań można zapisać w postaci macierzowej:

$$C_{M \times 1} = W_{M \times N} F_{N \times 1} \quad (2)$$

gdzie:

$C$  – wektor pomiarowy,

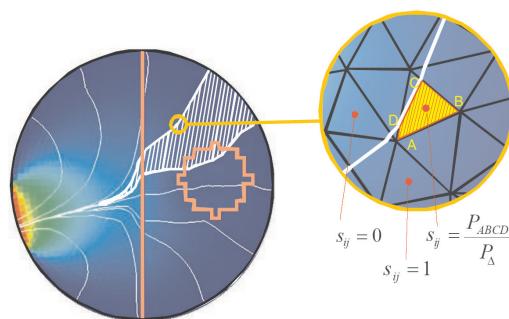
$W$  – macierz czułości,

$F$  – wektor funkcji obrazu.

Jak wynika z powyższego równania, na wynik rekonstrukcji obrazu, a tym samym na dokładność wyznaczenia udziału objęciowego ma wpływ zarówno jakość wyznaczenia mapy czułości, jak i przyjęta metoda rozwiązywania układu równań (metoda rekonstrukcji).

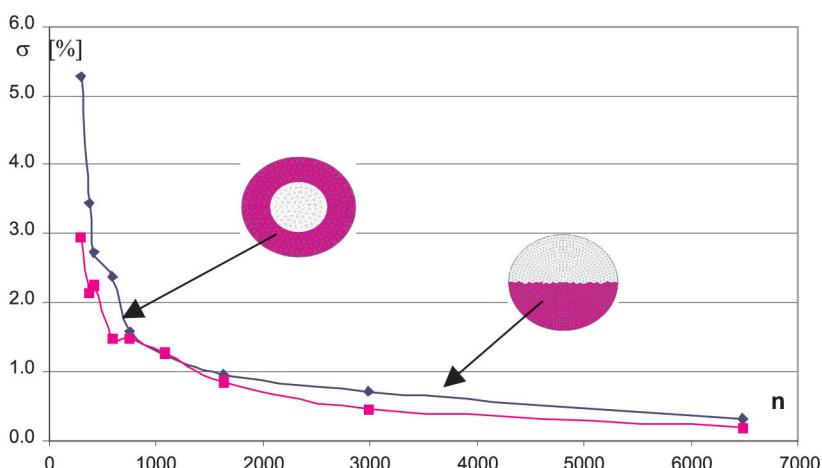
### 3. Wpływ jakości mapy czułości na wyznaczenie udziału objętościowego

Jedną z metod wyznaczania mapy czułości dla tomografii pojemnościowej jest algorytm wzdłuż linii pola (EFL – Electrical Field Lines) (rys. 2) [5]. Polega on na tym, że dla danej pary elektrod określone są dwie linie pola elektrycznego w obrębie krańców jednej z elektrod, na podstawie rozwiązania równania Laplace'a. Obszar ograniczony tymi liniami stanowi podstawę do wyznaczenia poszczególnych elementów mapy czułości.



Rys. 2. Idea metody EFL wyznaczania mapy czułości [5]

W celu określenia wpływu mapy czułości na wynik rekonstrukcji obrazu przeprowadzono badania polegające na zmianie ilości węzłów siatki, na której obliczono linię pola. Wyniki błędu określania udziału objętościowego dla typowych struktur występujących w przepływie dwufazowym przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Błędy wyznaczania udziału objętościowego w zależności od liczby węzłów siatki

Badania obejmują strukturę rozwarstwioną o wypełnieniu 50% oraz strukturę w środku wypełnioną gazem o udziale objętościowym 20%. Fantomy wypełnienia rurociągu były wyznaczane numeryczne z rozdzielcością  $32 \times 32$  piksele. Dla zadanego fantomu przeprowadzano rekonstrukcję obrazu w oparciu o mapę czułości generowaną metodą EFL, a następnie udział objętościowy wyliczono na podstawie wartości w poszczególnych polach funkcji rekonstrukcji obrazu z zależności:

$$\alpha_G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_j \quad (3)$$

gdzie:

- $f_j$  – wartość  $j$ -tego elementu funkcji obrazu,
- $N$  – liczba elementów w funkcji obrazu.

Duża liczba węzłów przy generowaniu map czułości prowadzi do zmniejszenia błędu rekonstrukcji, a tym samym do dokładniejszego określenia udziału objętościowego. Jednak znacznie wydłuża proces rekonstrukcji oraz generowania mapy, stąd optymalnym rozwiązaniem bez względu na rodzaj struktury jest generowania map czułości na podstawie siatek posiadających 1000 do 2000 węzłów. Dalsze badania prowadzono przy założeniu, że mapa czułości jest generowana na siatce 1630 węzłów

#### 4. Wpływ metody rekonstrukcji i rodzaju struktury przepływu na wyznaczenie udziału objętościowego

Przeprowadzono szereg badań na dwóch typowych strukturach występujących w przepływach dwufazowych. Wyniki obliczono, korzystając z czujnika składającego się z 16 elektrod pomiarowych, przy tej samej mapie czułości wygenerowanej metodą EFL na zbiorze 1634-węzłowej siatce. W celu oszacowania wpływu metody rekonstrukcji obrazu na wynik wyznaczenia udziału objętościowego, przeprowadzono obliczenia dla dwóch metod rekonstrukcji: liniowej projekcji wstecznej (LBP) oraz regularizacji Tikhonova

##### 4.1. Idea liniowej projekcji wstecznej (LBP)

Liniowa Projekcja Wsteczna jest bardzo popularną i szeroko stosowaną metodą rekonstrukcji obrazu w tomografii procesowej [4]. Jej zaletą jest prostota i szybkość działania. W aplikacjach inżynierskich wartości  $f_i$  w poszczególnych polach obrazu wylicza się na podstawie wzoru:

$$\forall_{j=1..N} \quad f_j = \frac{\sum_{i=1}^M w_{ij} \cdot C_i}{\sum_{i=1}^M w_{ij}} \quad (4)$$

gdzie:

- $w_{ijj}$  – element macierzy czułości wyznaczonej,
- $C_i$  – znormalizowana wartość wielkości mierzonej.

#### 4.2. Regularyzacja Tikhonova

Techniki regularyzacyjne wyznaczają rozwiązanie równania (2) poprzez linearyzację na bazie odwrotności macierzy  $W$ . Aproxymacją odwrotności macierzy  $W$  może być macierz Moore'a–Penrose'a, która przyjmuje postać:

- dla podkreślenia macierzy  $W$ :

$$W_t = W^T (W W^T)^{-1} \quad (5)$$

- dla nadokreślenia macierzy  $W$ :

$$W_t = (W^T W)^{-1} W^T \quad (6)$$

Zastępując w równaniu (2) macierz  $W$  macierzą  $W_t$ , otrzymuje się rozwiązanie oparte na metodzie *najmniejszych kwadratów*: Bardzo często równanie to jest źle uwarunkowane, dlatego odwrotność  $W^T W$  lub  $WW^T$  będą wyznaczone z dużym błędem. Powoduje to, że mało znacząca zmiana własności wewnętrz czujnika pomiarowego może powodować znaczną rozbieżność w wynikach. Aby temu zapobiec, zamiast stosowania rozwiązania metodą najmniejszych kwadratów, wprowadza się założenie (tzw. informację *a priori*) [6]:

$$\|\vec{f}\| = \sqrt{\sum_{j=1}^N f_j^2} \quad (7)$$

Następnie poszukuje się zbioru rozwiązań z uprzednio ograniczonymi informacjami, a następnie na wybiera się jedno rozwiązanie [6]. Wartość tej normy nie może być zbyt duża, a wartości funkcji rekonstrukcji oblicza się z zależności:

$$\hat{f} = W^T (W W^T + \alpha^2 \mathbf{I})^{-1} \vec{C} \quad (8)$$

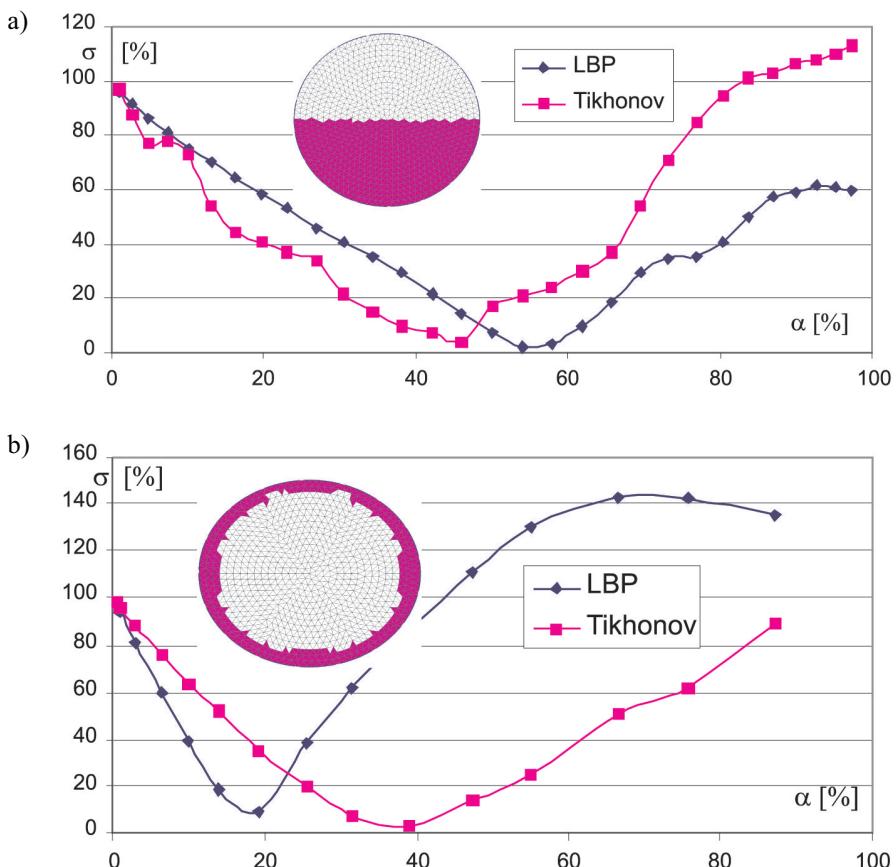
gdzie:

- $\alpha$  – parametr regularyzacji,
- $\mathbf{I}$  – macierz osobiwa o rozmiarze zgodnym z macierzą obrazu.

#### 4.3. Badania wpływu rodzaju struktury przepływu dwufazowego na wartość wyznaczenia udziału objętościowego metodą LBP i Tikhonova

Przeprowadzono badania polegające na wyznaczeniu udziału objętościowego dla struktury rozwartwionej oraz struktury pierścieniowej. Badania przeprowadzono w szerokim

zakresie udziału objętościowego. Zbadano również, jaki wpływ na wynik, ma zmiana zastosowanej metody rekonstrukcji. Badania ograniczono do przepływów o charakterze rozwarstwionym i pierścieniowym, w których uśrednianie na długości elektrody nie wpływa w znaczący sposób na wynik pomiaru. Wyniki przedstawiono na rysunku 4. Bez względu na zastosowaną metodę rekonstrukcji obrazu dla bardzo małych udziałów gazu lub cieczy uzyskuje się bardzo duże błędy. Spowodowane to jest uśrednianiem wartości na długości elektrody co w przypadku małych udziałów powoduje duży błąd procentowy.



Rys. 4. Błędy wyznaczenia udziału objętościowego wykorzystaniem nieiteracyjnych metod rekonstrukcji: a) dla struktury rozwarstwionej; b) dla struktury pierścienowej

## 5. Wnioski

Uzyskane rezultaty obrazują, jaki wpływ na wyniki pomiaru ma stopień wypełnienia rurociągu. Dla niewielkich udziałów objętościowych występują bardzo duże błędy, spow-

dowane jest to niewielkimi zmianami pojemności wewnętrz czujnika pomiarowego. Przyzną błędę jest to, że chociaż obraz przypomina badaną strukturę to brak jest w wartościach funkcji obrazu wyraźnej granicy faz, co w przypadku wyliczenia udziału objętościowego prowadzi do znacznych błędów. Rozwiążanie to może służyć jedynie do celów poglądowych. Znaczną poprawą wyników można uzyskać poprzez zastosowanie metod poprawy jakości obrazu takich jak progowanie lub poprawa kontrastu [7] lub zastosowanie iteracyjnych metod rekonstrukcji obrazu.

## Literatura

- [1] Ulbrich R., *Identyfikacja przepływu dwufazowego gaz-ciecz*. Studia i monografie Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Opolu, Opole, 1989.
- [2] Pląskowski A., Beck M.S., Thorn R., Dyakowski T., *Imaging Industrial Flows Application of Electrical Process Tomography*. Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, Bristol, 1995.
- [3] Warsito W., Marashdeh Q., FAN L.S., *Electrical Capacitance Volume Tomography*. IEEE Sensors Journal, No. 7, 2007.
- [4] Engl H.W., Hanke M., Neubauer A., *Regularization of inverse problems*. Kluwer, Dordrecht, 1996.
- [5] Wajman R., Mazurkiewicz Ł., Sankowski D., *The Sensitivity Map in the Image Reconstruction Process for Electrical Capacitance Tomography*. 3th International Symposium on Process Tomography in Poland 2004. Łódź, 9th –10th September 2004.
- [6] Yang W.Q., Peng L., *Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography*. Measurement Scince and Technology; Institute of Physics Publishing, 14, No. 1, 2003.
- [7] Rząsa M.R., *Wpływ metody wyznaczania mapy czułości na jakość obrazu otrzymywaneego z tomografii optycznego*. Napędy i Sterowanie, nr 5, 2010.

