

Jolanta Krystek*, Marek Kozik*

Analiza działania systemu gniazdowego z uwzględnieniem transportu i czasów przebrojeń**

1. Wprowadzenie

Problemy planowania i harmonogramowania produkcji są niezwykle istotne w działalności współczesnych przedsiębiorstw produkcyjnych. Niezależnie od typu realizowanej w danym przedsiębiorstwie produkcji, często istnieje problem wyznaczenia takiego rozdziału w czasie dostępnych zasobów produkcyjnych, który przy maksymalnym wykorzystaniu zasobów (maszyn, środków transportu, ludzi, narzędzi) zapewni zaspokojenie zapotrzebowania na produkowane wyroby. Proces przydziału zadań do zasobów nazywany jest szeregowaniem zadań i jest klasyczną metodą harmonogramowania. Do oceny uzyskanego w wyniku szeregowania zadań harmonogramu, wykorzystywane są różnorodne wskaźniki jakości (miary jakości), a ich wybór zależy często od rodzaju systemu produkcyjnego i założonego celu.

Proces produkcyjny typu gniazdowego stanowi najogólniejszy typ procesu produkcyjnego, w którym maszyny tworzą sieć, a poszczególne wyroby przechodzą w różnej kolejności (tworząc marszruty) przez różne podzbiory maszyn. Każdy wyrób wymaga wykonania wielu zadań technologicznych w ściśle określonym porządku na różnych maszynach, co oznacza, że dla każdego wyrobu rodzaj i liczba wymaganych zadań oraz odpowiadające im maszyny mogą być inne. Dla każdego zadania określony jest czas wykonania, którego część stanowi zazwyczaj czas niezbędny do przygotowania stanowiska do wykonania danego zadania, a czasem przywrócenia go do stanu poprzedniego. Często jest w nim również zawarty czas transportu wytwarzanego przedmiotu do danego stanowiska.

W klasycznych problemach szeregowania zadań decyzje dotyczące wykonywania zadań technologicznych i zadań transportowych były rozwiązywane niezależnie lub problemy ograniczane były tylko do zadań technologicznych. Takie uproszczenie powoduje, że jakość oceny harmonogramu produkcji nie jest zadowalająca. W rzeczywistych procesach produkcyjnych niejednokrotnie mamy do czynienia z sytuacją, w której czas przebrojenia stanowiska wielokrotnie przekracza rzeczywisty czas trwania operacji. W artykule przedstawiony

* Instytut Automatyki, Politechnika Śląska w Gliwicach

** Praca finansowana w ramach badań statutowych BK 218/Rau1/2009.

zostanie ważny z praktycznego punktu widzenia problem harmonogramowania produkcji w takim systemie gniazdowym, w którym wyodrębnione zostały czasy realizacji zadań technologicznych, czasy przebrożeń stanowisk oraz czasy zadań transportowych pomiędzy stanowiskami. Celem szeregowania operacji technologicznych i transportowych jest wyznaczenie harmonogramu pracy każdej maszyny oraz harmonogramu pracy systemu transportowego (np. wózków przewożących wytwarzane przedmioty pomiędzy maszynami).

W pracy analizowano przypadki (rozdział 5), w których liczba zasobów transportowych jest dużo mniejsza od liczby zadań (w skrajnym przypadku – przykład 2, dysponujemy jednym środkiem transportu), co powoduje że na poszczególnych etapach procesu produkcyjnego mogą pojawić się „konflikty transportowe”.

2. Sformułowanie problemu

Dane są: zbiór zleceń produkcyjnych $J = \{1, \dots, n\}$ odpowiadający liczbie wyrobów, zbiór maszyn $M = \{1, \dots, m\}$ i zbiór zadań technologicznych $O = \{1, \dots, o\}$. Zbiór O jest dekomponowany na podzbiory odpowiadające zleceniom. Zlecenie j składa się z sekwencji o_j zadań technologicznych identyfikowanych kolejno przez $(l_{j-1}+1, \dots, l_j)$, które powinny być wykonane w podanej kolejności, gdzie $l_j = \sum_{i=1}^j o_i = o$. Zadanie i musi być wykonana na maszynie $v_i \in M$ w nieprzerwanym czasie $p_i > 0$, $i \in O$. Celem jest ustalenie takiej dopuszczalnej kolejności wykonywania zleceń na poszczególnych maszynach, aby żadne zlecenia nie korzystały jednocześnie z tej samej maszyny, a przyjęta funkcja celu osiągnęła wartość optymalną [2]. Każda maszyna może wykonywać, co najwyżej jedno zadanie, w dowolnej chwili czasu. Rozwiązaniem dopuszczalnym jest wektor terminów rozpoczęcia zadań $S = (S_1, \dots, S_o)$, taki, że poniższe ograniczenia są spełnione [3]:

$$S_{l_{j-1}+1} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$S_i + p_i \leq S_{i+1}, \quad i = l_{j-1} + 1, \dots, l_j - 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$(S_i + p_i \leq S_j) \vee (S_j + p_j \leq S_i) \quad i, j \in O, \quad v_i = v_j, \quad i \neq j \quad (3)$$

Warunek dysjunktywny (równanie (3)) wymaga, aby każde dwie operacje wykonywane na tej samej maszynie posiadały jednoznacznie rozstrzygniętą kolejność ich wykonywania, $i \rightarrow j$ albo $j \rightarrow i$, ze względu na jednostkową przepustowość maszyny. Do zbioru ograniczeń należy dołączyć funkcję celu odpowiednią do rozwiązywanego problemu. Wybór kryteriów optymalności harmonogramu produkcji często jest kompromisem pomiędzy terminowością realizacji zamówień klientów a kosztami produkcji oraz kosztami częstych zmian asortymentu produkcji, w tym kosztami przebrożeń. Kryteria czasowe reprezentują jakość harmonogramu i stopień wykorzystania zasobów systemu. Najczęściej stosowane kryteria są wyznaczane dla zleceń produkcyjnych i określają czas zakończenia zlecenia, maksymalne opóźnienie, średni lub maksymalny czas przepływu przez system, średni lub

maksymalny czas opóźnienia w stosunku do zadanych terminów, liczbę spóźnionych zleceń. Można ocenić otrzymane uszeregowanie lecz nie istnieje uniwersalne kryterium optymalności. Za każdym razem minimalizowane są koszty związane z wyborem kolejności wykonywanych zadań, a te związane są ze specyfiką danego procesu produkcyjnego. Czasami największymi kosztami obarczona będzie liczba opóźnionych lub spóźnionych zleceń, innym razem firma narażona będzie na największe straty, gdy przekroczony zostanie łączny czas przewidziany na wykonanie całego przedsięwzięcia.

Ze względu na zastosowania praktyczne jednym z najczęściej używanych jest kryterium terminu zakończenia wykonywania wszystkich zleceń C_{\max} .

3. Algorytmy priorytetowe

Ze względu na NP-trudność rozważanego problemu do rozwiązania wykorzystano algorytmy priorytetowe. Są one jednofazowymi algorytmami, których bardzo cenną w praktyce zaletą jest duża szybkość otrzymywania harmonogramu produkcji, niestety czasami kosztem jakości otrzymywanych rozwiązań.

Do implementacji wybrano sześć reguł priorytetowego przydziału zleceń do systemu gniazdowego:

- 1) FIFO (*First In First Out*) – zlecenie, które pojawi się pierwsze w kolejce przed maszyną, jest obsługiwane jako pierwsze;
- 2) LIFO (*Last In – First Out*) – zlecenie, które pojawi się jako ostatnie w kolejce przed maszyną, jest obsługiwane jako pierwsze;
- 3) SPT (*Shortest Processing Time*) – zlecenia są umieszczane na maszynach według niemalejących czasów realizacji zadań;
- 4) LPT (*Longest Processing Time*) – zlecenia są umieszczane na maszynach według malejących czasów realizacji zadań;
- 5) LWR (*Least Work Remaining*) – zlecenia są umieszczane na maszynach według rosnących sum czasów przetworzenia zadań pozostałych do wykonania w zleceniach;
- 6) EDD (*Earliest Due Date*) – zlecenia są umieszczane na maszynach według niemalejących żądanych najwcześniejszych czasów zakończenia wykonywania zleceń.

W każdym algorytmie zlecenia porządkuje się zgodnie z określoną regułą priorytetu, a następnie z tak utworzonej listy przydziela się zlecenia do maszyn w chwilach ich zwolnienia przez uprzednio wykonane zadanie. Decydowanie o kolejności wykonania zleceń produkcyjnych jest jednym z problemów szeregowania. Decyzje takie podejmuje się przede wszystkim w trakcie bieżącego przydziału zleceń do maszyn, na których będą wykonywane. Każda decyzja dotycząca wyboru zlecenia (spośród ich zbioru oczekującego na zaplanowanie do wykonania) bez względu na przyjęte kryterium, jest nadaniem temu zleceniu priorytetu. Planowanie obciążeń stanowisk (harmonogramowanie) odbywa się wyłącznie przez mniej lub bardziej świadome sukcesywne nadawanie priorytetów zleceniom. W procesie szeregowania zleceń produkcyjnych reguły priorytetu mogą być stosowane wszędzie

tam, gdzie ze względu na istnienie zasady wykluczania przydziału kilku zleceń do jednej maszyny tworzą się kolejki zleceń przed maszynami i należy podjąć decyzję, które zlecenie ma być wykonane w pierwszej kolejności [4].

4. Opis aplikacji

Do rozwiązania rozważanego problemu została stworzona aplikacja obliczeniowa [1], w której do szeregowania zleceń zostały zaimplementowane reguły priorytetu wymienione w rozdziale 3.

Na podstawie podanych przez użytkownika danych wejściowych (rys. 1): liczby maszyn, liczby zleceń, liczby zasobów transportowych, czasów wykonywania zadań, marszrut, czasów przybycia zleceń do systemu, żądanych czasów zakończenia zleceń, czasu transportu pomiędzy maszynami, czasów przebrojeń maszyn oraz określeniu reguły szeregowania (FIFO, LIFO, SPT, LPT, LWR, EDD) tworzone są harmonogramy pracy maszyn i zasobów transportowych oraz harmonogramy przebrojeń maszyn.

The screenshot shows the main window of the application with the following sections:

Parametry

- Liczba maszyn: 5
- Liczba zleceń: 8
- Maksymalna liczba zadań: 4
- Reguła priorytetu: FIFO
- Liczba zasobów transportowych: 3
- Buttons: **Uszereguj!**, **Ustawienia początkowe**, **Rysuj wykres**, **Oblicz wskaźniki**

Dane

Czasy wykonywania zadań:

	1	2	3	4
1	10	20	25	
2	25	20	10	15
3	10	10		
4	15	10	20	
5	10	15		
6	15	10	20	10
7	20	10		
8	15	20	10	

Marszruty:

	1	2	3	4
1	1	2	3	
2	2	1	5	4
3	2	4		
4	1	3	4	
5	3	5		
6	2	3	1	5
7	5	1		
8	4	5	1	

Czasy przybycia:

	1
1	10
2	5
3	20
4	5
5	10
6	20
7	15
8	10

Żądane czasy zak. zleceń:

	1
1	100
2	100
3	100
4	100
5	100
6	100
7	100
8	100

Koszty przebrojeń:

	1
1	5
2	7
3	1
4	2
5	2

Czasy transportu pomiędzy maszynami:

	1	2	3	4	5
1	0	10	10	10	10
2	10	0	10	10	10
3	10	10	0	10	10
4	10	10	10	0	10
5	10	10	10	10	0

Czasy przebrojeń:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	5					5	
2	0						5	5
3			0					
4	5			0				
5					0			
6						0		
7		5					0	5
8						5		0

Wybierz maszynę: 1

Przykład

Przykład krótki

Zapisz zmiany dla maszyny 1

Output:

```
M4: 8(10:25), 3(70:80), 4(85:105), 2(120:135),
M5: 7(15:35), 5(40:55), 8(60:80), 2(90:100), 6(135:145).
```

Rys. 1. Główne okno programu

4.1. Uwzględnienie czasów przebrojeń maszyn

W aplikacji przewidziano możliwość określania dla każdej z maszyn czasów przebrojeń pomiędzy kolejnymi zadaniami technologicznymi. Przeobrażanie maszyny rozpoczyna się w momencie zakończenia realizacji poprzedniego zadania i zwolnienia maszyny tak, aby rozpocząć realizację kolejnego zadania technologicznego po zakończeniu operacji transportowej, o ile ona występuje.

4.2. Uwzględnienie czasów transportu międzystanowiskowego

Transport realizowany jest przez zasoby transportowe, których liczba jest określana przez użytkownika. Liczba tych zasobów jest mniejsza od liczby zadań transportowych. W chwili zakończenia realizacji zadania technologicznego pewnego zlecenia, sprawdzany jest czas transportu podany przez użytkownika. Jeżeli podana wartość jest > 0, do kolejki transportowej dodawane jest zadanie transportowe dla danego zlecenia. Zadania z kolejki transportowej są wybierane na podstawie reguły FIFO. Jeżeli zdarzy się sytuacja, w której dwa lub więcej zadań trafiają do kolejki w tym samym czasie, do realizacji zostaje wybrane zadanie o minimalnym pozostałym czasie wykonywania zadań w ramach tego zlecenia, do którego należy zadanie (reguła LWR).

Zadania są przydzielane do zasobów transportowych w chwili, kiedy zasób jest wolny. Harmonogramowanie pracy środka transportu polega na określeniu, między którymi elementami systemu produkcyjnego ma być przetransportowany obiekt, który ze środków transportu ma tego dokonać i kiedy ma się ono rozpocząć. Ponadto należy uwzględnić tzw. „puste przebiegi” w czasie których zasób nie wykonuje operacji transportu czyli operację dojazdu do położenia początkowego skąd będzie wykonywana kolejna operacja transportowa.

5. Eksperymenty obliczeniowe

Przykład 1

W systemie gniazdowym składającym się z 5 maszyn należy zrealizować 8 zleceń produkcyjnych. Dane dotyczące marszrut, czasów realizacji zadań, czasów przybycia zleceń do systemu i pożądaných terminów zakończenia ich realizacji przedstawione są w tabeli 1. Czasy transportu pomiędzy maszynami wynoszą 10 jednostek. Dysponujemy trzema zasobami transportowymi. Czas przebrojenia maszyn dla każdego zlecenia wynosi 5 jednostek, a jednostkowe koszty przebrojeń podano w tabeli 2.

Tabela 1
Dane wejściowe do programu

Zlecenie j	Marszruta nr maszyny (czas realizacji zadania)				Czas przybycia	Żądany czas zakończenia zlecenia
1	M1(10)	M2(20)	M3(25)		10	100
2	M2(25)	M1(20)	M3(10)	M4(15)	5	100
3	M2(10)	M4(10)			20	100
4	M1(15)	M3(10)	M4(20)		5	100
5	M3(10)	M5(15)			10	100
6	M2(15)	M3(10)	M1(20)	M5(10)	20	100
7	M5(20)	M1(10)			15	100
8	M4(15)	M5(20)	M1(10)		10	100

Tabela 2
Koszty przebrojeń

Maszyna	Koszt przebrojenia
1	5
2	7
3	1
4	2
5	5

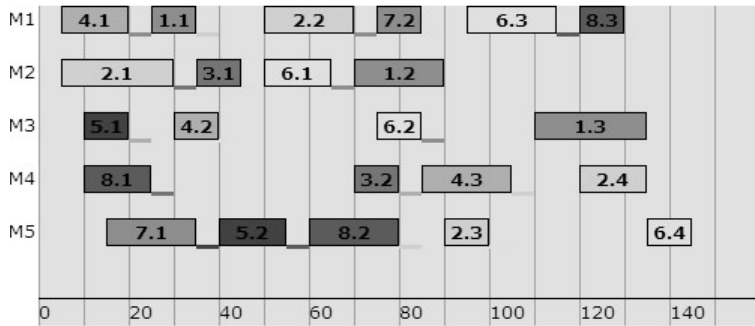
Na rysunkach 2–4 przedstawione są harmonogramy pracy maszyn, systemu transportowego i przebrojeń. Szeregowanie zadań odbywa się zgodnie z wybraną przez użytkownika regułą szeregowania (wybrano regułę FIFO). Jeżeli okaże się, że w chwili wystąpienia konfliktu nie będzie możliwości przyporządkowania zlecenia do określonej maszyny (reguła szeregowania nie wyłoni zlecenia), przyporządkowane zostanie zlecenie o niższym indeksie.

W analizowanym przykładzie występują dwa konflikty:

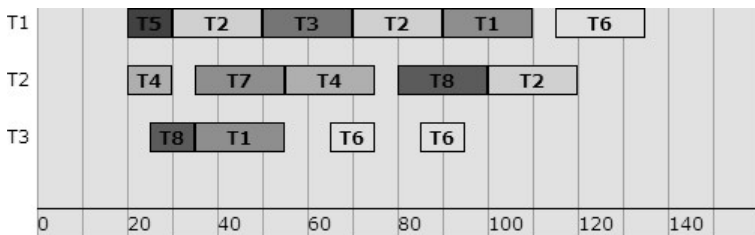
Zlecenia: 3, 6, czas = 30, maszyna 2

Zlecenia: 5, 8, czas = 35, maszyna 5

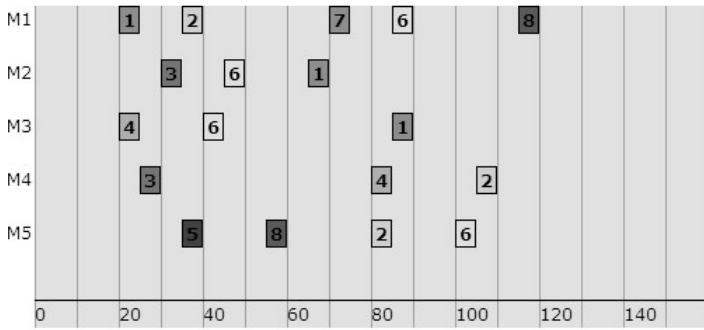
W aplikacji tworzone są również wykazy zrealizowanych operacji transportowych oraz przebrojeń (rys. 5 i 6). Użytkownik ma możliwość wydrukowania tych zestawień.



Rys. 2. Wykres Gantta (harmonogram pracy maszyn)



Rys. 3. Wykres Gantta (harmonogram systemu transportowego T1÷T3)



Rys. 4. Wykres Gantta (harmonogram przebrojeń maszyn M1÷M5)

Koszty przebrojeń poszczególnych maszyn wynoszą odpowiednio:

Maszyna 1: $25 \cdot 5 = 125$

Maszyna 2: $15 \cdot 7 = 105$

Maszyna 3: $15 \cdot 1 = 15$

Maszyna 4: $15 \cdot 2 = 30$

Maszyna 5: $20 \cdot 5 = 100$

- Zasób transportowy 1, zlecenie: 5, czas: od 20 do 30
- Zasób transportowy 1, zlecenie: 2, czas: od 30 do 50
- Zasób transportowy 1, zlecenie: 3, czas: od 50 do 70
- Zasób transportowy 1, zlecenie: 2, czas: od 70 do 90
- Zasób transportowy 1, zlecenie: 1, czas: od 90 do 110
- Zasób transportowy 1, zlecenie: 6, czas: od 115 do 135
- Zasób transportowy 2, zlecenie: 4, czas: od 20 do 30
- Zasób transportowy 2, zlecenie: 7, czas: od 35 do 55
- Zasób transportowy 2, zlecenie: 4, czas: od 55 do 75
- Zasób transportowy 2, zlecenie: 8, czas: od 80 do 100
- Zasób transportowy 2, zlecenie: 2, czas: od 100 do 120
- Zasób transportowy 3, zlecenie: 8, czas: od 25 do 35
- Zasób transportowy 3, zlecenie: 1, czas: od 35 do 55
- Zasób transportowy 3, zlecenie: 6, czas: od 65 do 75
- Zasób transportowy 3, zlecenie: 6, czas: od 85 do 95

Rys. 5. Wykaz operacji transportowych

- Maszyna 1, zlecenie: 1, czas: od 20 do 25
- Maszyna 1, zlecenie: 2, czas: od 35 do 40
- Maszyna 1, zlecenie: 7, czas: od 70 do 75
- Maszyna 1, zlecenie: 6, czas: od 85 do 90
- Maszyna 1, zlecenie: 8, czas: od 115 do 120
- Maszyna 2, zlecenie: 3, czas: od 30 do 35
- Maszyna 2, zlecenie: 6, czas: od 45 do 50
- Maszyna 2, zlecenie: 1, czas: od 65 do 70
- Maszyna 3, zlecenie: 4, czas: od 20 do 25
- Maszyna 3, zlecenie: 6, czas: od 40 do 45
- Maszyna 3, zlecenie: 1, czas: od 85 do 90
- Maszyna 4, zlecenie: 3, czas: od 25 do 30
- Maszyna 4, zlecenie: 4, czas: od 80 do 85
- Maszyna 4, zlecenie: 2, czas: od 105 do 110
- Maszyna 5, zlecenie: 5, czas: od 35 do 40
- Maszyna 5, zlecenie: 8, czas: od 55 do 60
- Maszyna 5, zlecenie: 2, czas: od 80 do 85
- Maszyna 5, zlecenie: 6, czas: od 100 do 105

Rys. 6. Wykaz przebrojeń

Po utworzeniu harmonogramów użytkownik ma możliwość dokonania oceny jakości uszeregowaną oglądając zestawienia wszystkich zaimplementowanych w aplikacji kryteriów optymalności (rys. 7).

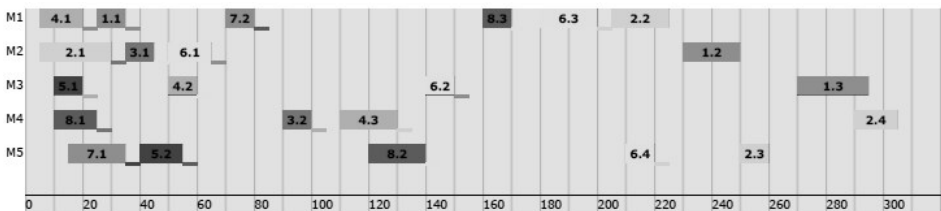


Rys. 7. Zrzut ekranu – ocena jakości harmonogramu

Przykład 2

Rozważmy ten sam system gniazdowy co w przykładzie 1, z tą różnicą, że teraz dysponujemy tylko jednym zasobem transportowym.

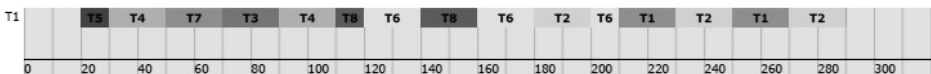
Na rysunkach 8–10 przedstawiono harmonogramy pracy maszyn, harmonogram pracy systemu transportowego oraz harmonogram przebrojeń poszczególnych maszyn.



Rys. 8. Wykres Gantta (harmonogram produkcji)

W przykładzie 2 występuje tylko jeden konflikt:

Zlecenia: 3, 6, czas = 30, maszyna 2



Rys. 9. Wykres Gantta (harmonogram transportu)

6. Podsumowanie

Prezentowana praca dotyczy takiego problemu harmonogramowania zleceń produkcyjnych w systemie gniazdowym, w którym uwzględniany jest transport międzystanowiskowy i przebrojenia maszyn. W stworzonej aplikacji obliczeniowej zaimplementowano wybrane algorytmy priorytetowe (FIFO, LIFO, LPT, SPT, EDD, LWR). Zastosowano różne kryteria do oceny jakości tworzonych harmonogramów. Zamieszczono wyniki numeryczne badań porównawczych omawianych algorytmów dla różnych kryteriów i reguł priorytetu.

Zaprezentowana aplikacja obliczeniowa może być również z powodzeniem wykorzystywana do zajęć dydaktycznych.

Literatura

- [1] Kozik M., *Symulacja działania systemu gniazdowego z uwzględnieniem transportu i czasów przebrojeń*. Gliwice 2009, praca dyplomowa (niepublikowana).
- [2] Sawik T., *Optymalizacja dyskretna w elastycznych systemach produkcyjnych*. WNT, Warszawa 1992.
- [3] Smutnicki Cz., *Algorytmy szeregowania*. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2002.
- [4] Wróblewski K.J., Krawczyński R., Kosieradzka A., Kasprzyk S., *Reguły priorytetu w sterowaniu przepływem produkcji*. WNT, Warszawa 1984.