AUTOMATYKA • 2009 • Tom 13 • Zeszyt 2

Waldemar Kaczmarczyk*

Planowanie wielkości i szeregowanie partii z długimi czasami przezbrojeń

1. Wprowadzenie

W pracy tej rozważany jest model zadania PLSP (*Proportional Lot-sizing and Scheduling Problem*) planowania wielkości i szeregowania partii, dopuszczający *wykonywanie w jednym okresie dwóch wyrobów, jednego przed przezbrojeniem, a drugiego po przezbrojeniu*, zaproponowany przez Drexla i Haasego [1, 2]. Klasyfikację zadań planowania wielkości i szeregowania partii można znaleźć w pracach [3, 4].

Tak jak wykonywanie partii produkcyjnych jest dzielone pomiędzy kilka kolejnych okresów, tak i wykonywanie przezbrojeń może się nakładać na kilka okresów. Wynikać to może z ich długości, ale czasem, nawet krótkie przezbrojenie, wygodnie jest zacząć pod koniec jednego okresu, a zakończyć na początku następnego. Jest to tym ważniejsze, że w zadaniach planowania wielkości i szeregowania partii horyzont planowania jest zazwyczaj podzielony na małe, fikcyjne okresy, co umożliwia konstruowanie bardziej szczegółowych planów. Pierwszy model PLSP dopuszczający podział czasów przezbrojeń pomiędzy kilka okresów został zaproponowany już w pracy Drexla i Haasego [1]. Jednak Suerie wykazał [5], że nie jest on w pełni poprawny, i zaproponował dwa nowe modele.

Kimms i Drexl w pracy [2] zaproponowali nieco odmienny model PLSP bezpośrednio wyznaczający czasy przed przezbrojeniami i po przezbrojeniach, oznaczany tu dalej jako PLSP/E. Model ten opracowali z myślą o przypadku, gdy oprócz czasu pracy maszyny, zaplanować trzeba wykorzystanie również i innych zasobów. Model ten w pracy [6] został rozbudowany dla przypadku z wieloma identycznymi maszynami równoległymi, a w pracy [7] dostosowany do przypadku z krótkimi czasami przezbrojeń dzielonymi pomiędzy dwa sąsiednie okresy. Porównanie wyników modelu z całymi przezbrojeniami wykonywanymi w jednym okresie z wynikami modelu dopuszczającego podział czasu przezbrojenia pomiędzy dwa okresy pokazało, że łączne koszty można w ten sposób obniżyć średnio o 1,9% [7].

W tej pracy przedstawiona jest kolejna wersja modelu PLSP/E z pojedyncza maszyną tym razem dla przypadku z dowolnie długimi czasami przezbrojeń. W następnym rozdziale

* Katedra Badań Operacyjnych i Technologii Informacyjnych, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

przedstawiony jest klasyczny model PLSP i jeden z modeli dla długich czasów przezbrojeń przedstawionych w pracy [5]. W rozdziale 3 opisany został nowy model, a w rozdziale 4 wyniki obliczeń i wnioski.

2. Model klasyczny

Rozważane tu zadanie planowania wielkości i szeregowania produkcji polega na zaplanowaniu produkcji wielu wyrobów $j \in \mathcal{N}$ w celu zaspokojenia zmiennego popytu d_{jt} w okresach $t \in \mathcal{T}$. Produkcja odbywa się na pojedynczej maszynie o ograniczonej, stałej zdolności produkcyjnej. Przy uruchomieniu produkcji wyrobu j (*start-up*) ponoszone są jednorazowo koszty przezbrojenia SC_j, a samo przezbrojenie pochłania czas ST_j. Jeżeli w dwóch kolejnych okresach wykonywany jest ten sam produkt, to pomiędzy tymi okresami nie są potrzebne przezbrojenia.

W tabeli 1 przedstawione są parametry tego zadania. Należy zwrócić uwagę na zastosowaną tu normalizację wartości zmiennej produkcji i niektórych parametrów. Za podstawowa jednostkę miary przyjęto tu zdolność produkcyjną w jednym okresie dla danego produktu. Dzięki czemu zmienna produkcji przyjmuje wartości z przedziału [0, 1], a długość okresu i czasy wykonywania są równe 1, co ułatwia analizę wyników. W oryginalnym modelu parametry i zmienne nie były znormalizowane zdolnością produkcyjną, co nie ma większego wpływu na rozwiązywanie zdania.

Tabela 1

Parametry i zmienne w modelu PLSP

$\mathcal{T}$	–	$\{1, ..., T\}$ – zbiór okresów, gdzie T to liczba okresów,
$\mathcal{N}$	=	$\{1, ..., n\}$ – zbiór produktów, gdzie n to liczba produktów,
C	–	długość okresu,
SC_j	–	koszt przezbrojenia przed produktem j,
p_j	–	czas wykonywania produktu j,
P_j	=	C / p_j – zdolność produkcyjna dla produktu j,
ST_j	–	czas przezbrojenia przed produktem j jako wielokrotność C, tzn. liczba (ułamek) okresów potrzebnych na wykonanie przezbrojenia
h_j	–	jednostkowy koszt magazynowania porcji P_j produktu j,
d_{jt}	–	popyt na produkt j w okresie t jako wielokrotność P_j,
I_{jt}	–	zapas produktu j na koniec okresu t jako wielokrotność P_j, I_{j0} – zapas początkowy,
x_{jt}	–	wielkość produkcji produktu j w okresie t jako wielokrotność P_j,
y_{jt}	=	1, gdy maszyna jest gotowa do produkcji produktu j w okresie t, 0 inaczej (*setup*),
z_{jt}	=	1, gdy maszyna jest przezbrajana do produkcji produktu j w okresie t, tzn. w poprzednim okresie wykonywała jakiś inny produkt (*start-up*).

Zaprezentowany poniżej klasyczny model PLSP (1) zaproponowany przez Drexla i Haasego [1] oparty jest na założeniu, że w jednym okresie mogą być wykonywane tylko dwa wyroby, jeden przed przezbrojeniem, a drugi po przezbrojeniu. Przyjęto tu też założenie, że czasy przezbrojeń są krótsze od długości okresów ($ST_j \le C$), a ich wykonywanie nie jest dzielone pomiędzy dwa kolejne okresy.

$$\min \sum_{j\in\mathcal{N}} \sum_{t\in\mathcal{T}} (SC_j\, z_{jt} + h_j\, I_{jt}) \qquad (1a)$$

$$\text{p.o. } I_{j,t-1} + x_{jt} - d_{jt} = I_{jt} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \qquad (1b)$$

$$x_{jt} \le B_{jt}\,(\, y_{jt} + y_{j,t-1}) \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \qquad (1c)$$

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} y_{jt} = 1, \qquad t\in\mathcal{T}, \qquad (1d)$$

$$y_{jt} - y_{j,t-1} \le z_{jt}, \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \qquad (1e)$$

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} (\, x_{jt} + ST_j\, z_{jt}) = 1, \qquad t\in\mathcal{T}, \qquad (1f)$$

$$I_{jt} \ge 0, \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \qquad (1g)$$

$$x_{jt},\, z_{jt} \in [0,\, 1] \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \qquad (1h)$$

$$y_{jt} \in \{0,\, 1\} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \qquad (1i)$$

gdzie $B_{jt} = \min\left\{1,\ \sum_{l=t,\ldots,T} d_{jl}\right\}$ to największa możliwa wartość, jaką może przyjąć zmienna x_{jt}.

Ograniczenie (1b) opisuje bilans zapasów, (1c) zezwala na produkcje tylko gdy maszyna jest gotowa, (1d) dopuszcza gotowość do produkcji tylko jednego wyrobu na raz, (1e) wiąże zmienne gotowości ze zmiennymi przezbrojeń, a (1f) opisuje wykorzystanie zdolności produkcyjnej. Warto zwrócić uwagę na fakt, że w modelu tym czasy produkcji, przed i po przezbrojeniach, nie są bezpośrednio wyznaczane. Jedynie ich bilans jest kontrolowany przy pomocy ograniczenia (1f).

Suerie w pracy [5] przestawił poniższy model (2), nazywany PLSP-POST1 (*Period Overlapping Setup Times*), stanowiący rozszerzenie modelu (1), a umożliwiający zaplanowanie przezbrojeń trwających dłużej niż jeden okres. W tym celu najpierw wprowadzone zostały zmienne przedstawione w tabeli 2, a następnie uwzględnione je, zastępując ograniczenia (1d–f) ograniczeniami (2d–f):

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} (y_{jt} + u_{jt}) = 1, \qquad t\in\mathcal{T}, \qquad (2d)$$

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} (x_{jt} + s_{jt}) = 1, \qquad t\in\mathcal{T}, \qquad (2f)$$

Tabela 2
Dodatkowe zmienne w modelu PLSP-POST1

s_{jt}	–	czas w okresie t przeznaczony na przezbrajanie maszyny dla wyrobu j,
cs_{jt}	–	skumulowany czas w kolejnych okresach, aż do okresu t włącznie, przeznaczony na przezbrajanie maszyny dla wyrobu j,
u_{jt}	=	jeżeli przezbrojenie dla produktu j jest wykonywane w okresie t i musi być kontynuowane w okresie $t + 1$.

Na koniec dodane zostały nowe ograniczenia zapewniające dopuszczalne wartości zmiennych u_{jt} i s_{jt}:

$$cs_{j,t-1} + s_{jt} \geq cs_{jt} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{2j}$$

$$ST_{jt}\, z_{jt} \leq cs_{jt}, \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{2k}$$

$$s_{jt} + ST_{jt}\left(1 - \sum_{k\in\mathcal{N}:\ k\neq j}\left(y_{k,t-1} - u_{k,t-1}\right)\right) \geq cs_{jt}, \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{2l}$$

$$s_{jt} + ST_{jt}\left(1 - \sum_{k\in\mathcal{N}:\ k\neq j} z_{k,t-1}\right) \geq cs_{jt}, \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{2m}$$

$$1 - \sum_{k\in\mathcal{N}:\ k\neq j} z_{k,t} \geq y_{jt}, \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{2n}$$

$$z_{jt} + u_{j,t} \geq s_{jt}, \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{2o}$$

$$s_{jt} \in [0, 1] \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{2q}$$

$$u_{jt} \in \{0, 1\} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{2r}$$

$$K_{jt} \in [0, ST_j] \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{2s}$$

Wszystkie zmienne z indeksem $t = 0$ są w modelu (2) równe zeru. Aby przyspieszyć obliczenia do modelu, można dodać poniższe, znane ograniczenia dodatkowe (*valid ineequalities*) [4]:

$$\sum_{s=t}^{t+p} d_{js}\left(1 - y_{j,t-1} - \sum_{r=1}^{s} z_{jr}\right) \leq I_{j,t-1}, \qquad t\in\mathcal{T},\ p\in\{1, ..., T-t\},\ j\in\mathcal{N}, \tag{2t}$$

Suerie [5] zaproponował jeszcze jeden podobny model POST2, nieco trudniejszy do rozwiązywania.

3. Model z czasami przed przezbrojeniami i po przezbrojeniach

Model PLSP/E opisany poniżej równaniami (3) zaproponowany w pracy [1] bezpośrednio wyznacza czasy produkcji przed przezbrojeniami i po przezbrojeniach, reprezentowane przez zmienne b_{jt} i a_{jt} (patrz tab. 3).

Tabela 3

Dodatkowe zmienne w modelu PLSP/E

b_{jt}	–	ułamek czasu pracy maszyny *przed przezbrojeniem* w okresie t, jeżeli w poprzednim okresie wykonywany był produkt j,
a_{jt}	–	ułamek czasu pracy maszyny *po przezbrojeniu* w okresie t, jeżeli po przezbrojeniu wykonywany będzie produktu j.

$$\min \sum_{j\in\mathcal{N}} \sum_{t\in\mathcal{T}} (SC_j\, z_{jt} + h_j\, I_{jt}) \tag{3a}$$

p.o.

$$I_{j,t-1} + x_{jt} - d_{jt} = I_{jt} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{3b}$$

$$x_{jt} + ST_j\, z_{jt} = y_{jt} - z_{jt} + b_{jt} + a_{jt} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{3c}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} y_{jt} = 1, \qquad t\in\mathcal{T}, \tag{3d}$$

$$y_{jt} - y_{j,t-1} \le z_{jt}, \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{3e}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{N}} (b_{jt} + a_{jt}) \le \sum_{j\in\mathcal{N}} z_{jt}, \qquad t\in\mathcal{T}, \tag{3f}$$

$$b_{jt} \le z_{jt} - y_{jt} + y_{j,t-1}, \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{3g}$$

$$a_{jt} \le z_{jt}, \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{3h}$$

$$I_{jt} \ge 0, \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{3i}$$

$$x_{jt}, z_j, b_{jt}, a_{jt} \in [0, 1] \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{3j}$$

$$y_{jt} \in \{0, 1\} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{3k}$$

Na szczególną uwagę zasługuje fakt, że ograniczenie (3c) w odróżnieniu od ograniczenia (1c) w sposób precyzyjny opisuje limit zdolności produkcyjnej. Prawa strona (1c) może być nawet dwa razy większa od dopuszczalnej wielkości produkcji. Tym samym drugie ograniczenie limitujące wielkość produkcji (1e) stało się po prostu zbędne. Konieczne stało się natomiast dodanie trzech ograniczeń (3f–h) wyznaczających nowe zmienne b_{jt} i a_{jt}. Model (3) nieznacznie różni się od modelu zaproponowanego w pracy [2]: uwzględniony został czas przezbrojenia, a ograniczenie (3g) miało postać $b_{jt} \le y_{j,t-1}$.

Aby na bazie modelu (3) zbudować model uwzględniający długie przezbrojenia (4), nazywany tu PLSP/E-LST, trzeba wprowadzić najpierw nowe parametry i zmienne przedstawione w tabeli 4.

Tabela 4

Dodatkowe parametry i zmienne w modelu PLSP/E-LST

R_j	–	część ułamkowa ST_j,
Q_j	–	część całkowita ST_j,
s_{jt}	–	czas w okresie t przeznaczony na przezbrajanie maszyny dla wyrobu j, jak w (2),
v_{jt}	=	1, gdy przezbrojenie jest wykonywane w Q_j + 1 okresach, 0, gdy potrzebny jest jeszcze jeden okres.

W odróżnieniu od modelu (2), zmienna z_{jt} przyjmować tu będzie wartość 1 nie w okresie, w którym przezbrajanie się kończy, lecz w okresie, w którym się zaczyna. W tabeli 5 pokazane są dwa możliwe przypadki podziału $ST_j = 2{,}5$ ($Q_j = 2$, $R_j = 0{,}5$) pomiędzy kolejne okresy, opisane za pomocą nowych zmiennych. W przypadku 1., czas po przezbrojeniu b_{jt} w okresie t jest zbyt mały by pomieścić całe R_j, więc przezbrojenie wykonywane jest w $Q_j + 2$ okresach. W przypadku 2., b_{jt} jest większe od R_j, dzięki czemu przezbrajanie jest wykonywane tylko w $Q_j + 1$ okresach.

Tabela 5

Dwa możliwe przypadki podziału $ST_j = 2{,}5$ pomiędzy okresy

Przypadek 1.

Okres	t	t+1	t+2	t+3
z_{jt}	1			
v_{jt}	0			
b_{jt}	0,3			
s_{jt}	0,3	1	1	0,2

Przypadek 2.

Okres	t	t+1	t+2	t+3
z_{jt}	1			
v_{jt}	1			
b_{jt}	0,7			
s_{jt}	0,7	1	0,8	

Najpierw trzeba zmienić ograniczenie (3c) wprowadzając zmienną s_{jt}:

$$x_{jt} + s_{jt} = y_{jt} - z_{jt} + b_{jt} + a_{jt} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \tag{4c}$$

Nstępnie, dla przpadku $ST_j \geq 1$, czyli $Q_j \geq 1$, trzeba dodać następujące ograniczenia:

$$a_{jt} - R_j \leq v_{jt} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N} \tag{4l}$$

$$a_{jt} + z_{j,t-Qj} - v_{j,t-Qj} \leq s_{jt} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N} \tag{4m}$$

$$R_j\, z_{j,t-(Qj+1)} - a_{j,t-(Qj+1)} \leq s_{jt} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N} \tag{4n}$$

$$\sum_{r=t-(Q_j-1)}^{t-1} z_{rt} + (R_j + 1)\, v_{j,t-Qj} - a_{j,t-Qj} \leq s_{jt} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N} \qquad (4o)$$

$$s_{jt} \in [0, 1] \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \qquad (4r)$$

$$v_{jt} \in \{0, 1\} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N}, \qquad (4s)$$

Ograniczenie (4l) nadaje wartość zmiennej v_{jt}. Ograniczenia (4m–o) wymuszają odpowiednio duże wartości s_{jt}, czyli czasu poświęconego na przezbrajanie maszyny. Ich sens najłatwiej wyjaśnić odnosząc się do przypadków z tabeli 5. Pierwszy składnik ograniczenia (3m) zapewnia odpowiednią wartość s_{jt}, a pierwszy składnik (3o) określa $s_{j,t+1}$. Ostanie dwa składniki (3m) określają $s_{j,t+2}$ w przypadku 1., a ostatnie dwa składniki (3o) w przypadku 2. Ograniczenie (3n) ustawia wartość $s_{j,t+3}$.

Jeśli $ST_j < 1$, czyli $Q_j = 0$, to ograniczenia (4m–o) należy zastąpić ograniczeniami (4t–u):

$$R_j\, v_{jt} \leq s_{jt} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N} \qquad (4t)$$

$$a_{jt} - v_{jt} \leq s_{jt} \qquad t\in\mathcal{T},\ j\in\mathcal{N} \qquad (4u)$$

$$a_{jt} - R_j\, v_{jt} \leq s_{j,t+1} \qquad t\in\mathcal{T}\setminus\{\mathrm{T}\},\ j\in\mathcal{N} \qquad (4w)$$

Ograniczenia (4t–u) wymuszają właściwą wartość zmiennej s_{jt} w okresie, w którym zaczyna się przezbrojenie, (4t) gdy $R_j \leq a_{jt}$, a (4u) w przeciwnym przypadku. Ograniczenie (4w) wymusza dokończenie przezbrojenia w następnym okresie gdy $R_j > a_{jt}$.

Dodatkowe ograniczenia analogiczne do (2t), po uwzględnieniu odmiennej interpretacji z_{jt}, oraz przy wykorzystaniu zmiennej v_{jt}, przyjmują poniższą postać:

$$\sum_{s=t}^{t+p} d_{js}\left(1 - y_{j,t-1} - \left(y_{j,s-Q} - z_{j,s-Q} - v_{j,s-Q}\right)\right) - \sum_{s=t+(Q+1)}^{t+p} d_{js} \sum_{r=t}^{s-(Q+1)} z_{jr} \leq I_{j,t-1},$$

$$t\in\{1, ..., T-1\},\quad p \in \{1, ..., T-t\},\quad j\in\mathcal{N}, \qquad (4x)$$

Wszystkie zmienne o indeksach mniejszych lub równych 0 są tu równe 0. Jedynym wyjątkiem może być zmienna y_{j0}, która może opisywać początkowy stan maszyny. O ile jest zadany.

4. Wyniki obliczeń i podsumowanie

Do obliczeń wykorzystane zostały dwa rzeczywiste zestawy danych o popycie przez 30 dni, pierwszy z przemysłu elektronicznego [8] z trzema wyrobami, drugi z motoryzacyjnego [9] z dwoma wyrobami. W celu przetestowania nowego modelu wykonano obliczenia na różnych zestawach danych gdzie $ST \in \{0{,}7,\ 1{,}4,\ 2{,}1\}$, $SC \in \{100, 300, 500\}$.

Długość pojedynczego okresu dobierano tak, by po odliczeniu czasu na 3 przezbrojenia dla każdego wyrobu stopień wykorzystania maszyn przyjmował założoną wartość $u \in \{50\%, 60\%, 70\%, 80\%\}$, tzn. $C = \sum_{j \in \mathcal{N}} p_t \, d_{jt} \, / \, (T - 3\, n\, ST\,) \, / \, u$. Koszt magazynowania przyjmowano równy h = 100 / C. W ten sposób najniższy, rozważany koszt przezbrojenia, był równy kosztowi magazynowani maksymalnej, dziennej produkcji. Obliczenia wykonano za pomocą programu ILOG CPLEX 11 na komputerze z procesorem Intel T1300 1,66 MHz. Czas obliczeń był ograniczony do 300 sekund.

W tabeli 6 wyniki uzyskane dla nowego modelu PLSP/E-LST zostały porównane z wynikami dla modelu PLSP-POST1 Sueriego [5]. *Względny błąd* rozwiązania całkowitoliczbowego (*integrality gap*) jest tu zdefiniowany jako $(f^* - LB) / f^*$, gdzie f^* to wartość funkcji celu najlepszego znalezionego rozwiązania, a LB to jego dolne oszacowanie.

Koszty całkowite w tabeli 6 zostały przedstawione jako względna różnica wartości funkcji celu pomiędzy modelami: $(f^*_{\text{E-LST}} - f^*_{\text{POST1}}) / f^*_{\text{POST1}}$. Jak widać, nowy model PLSP/E-LST umożliwia poprawę wartości funkcji celu nawet do 4%. Wynika to w głównej mierze z faktu, iż model PLSP-POST1 nie zezwala na zakończenie jednego przezbrojenia, produkcje wyrobu i rozpoczęcie drugiego przezbrojenia w jednym okresie. Jest to istotne, gdy do wykonania są małe porcje produktu odległe w czasie od reszty popytu na dany wyrób.

Tabela 6

Wyniki eksperymentów obliczeniowych

Czas przezbrajania		ST = 0,7		ST = 1,4		ST = 2,1	
	u	E-LST	POST1	E-LST	POST1	E-LST	POST1
Koszty całkowite	0,5	-2,2%		-0,1%		-2,4%	
(względem modelu	0,6	-1,2%		0,0%		-0,9%	
POST1)	0,7	-2,5%		0,0%		-0,8%	
	0,8	-4,0%		1,3%		-0,9%	
Błąd względny	0,5	7,0%	13,4%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
rozwiązania	0,6	9,1%	11,7%	1,2%	0,0%	0,0%	0,0%
całkowitoliczbowego	0,7	10,1%	17,9%	3,7%	1,0%	0,9%	0,0%
	0,8	10,4%	19,9%	7,1%	4,7%	0,4%	0,0%
Czas obliczeń [s]	0,5	168	216	103	33	57	20
(limit czasu obliczeń	0,6	174	223	108	49	81	25
wynosił 300s)	0,7	179	227	159	113	110	25
	0,8	181	236	167	185	126	36

Złożoność obliczeniowa obu modeli jest podobna. Oba pozwalają na szybkie znalezienie rozwiązań optymalnych za pomocą programu CPLEX 11. Zarówno czas obliczeń, jak i względny błąd rozwiązania całkowitoliczbowego jest dla obu modeli podobny. Należy tu podkreślić dużą rolę dodatkowych ograniczeń (2t) i (4x). Przed ich dodaniem wyniki były zdecydowanie gorsze.

Ponieważ model PLSP/E, został już wcześniej efektywnie zaadoptowany do przypadku z identycznymi maszynami równoległymi [6–7], więc można mieć nadzieję, że i w przypadku PLSP/E-LST też się to uda. Ma więc większe szanse na wykorzystanie w praktyce przemysłowej.

Literatura

[1] Drexl A., Haase K., *Proportional lotsizing and scheduling*. Int. J. Prod. Econ., 40, 1995, 73–87.

[2] Kimms A., Drexl A., *Proportional lotsizing and scheduling: some Extensions*. Networks, 32 (2), 1998, 85–101.

[3] Drexl A., Kimms A., *Lot sizing and scheduling — survey and extensions*. Eur. J. Op. Res., 99, 1997, 221–235.

[4] Pochet Y., Wolsey L.A., *Production Planning by Mixed-Integer Programming*. Springer, New York 2006.

[5] Suerie C., *Modeling of period overlapping setup times*. Eur. J. Op. Res., 174, 2006, 874–886.

[6] Kaczmarczyk W., *Modele PLC planowania wielkości i szeregowania partii z identycznymi liniami równoległymi*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria: Automatyka, z. 144, 2006, 23–32.

[7] Kaczmarczyk W., *Modyfikacje modelu PLSP planowania wielkości i szeregowania partii z identycznymi liniami równoległymi*. Automatyka, t. 11, z. 1–2, 2007, 139–150.

[8] Kaczmarczyk W., Sawik T., Schaller A., Tirpak T., *Production planning and coordination in customer driven supply chains*. Wybrane Zagadnienia Logistyki Stosowanej, Komitet Transportu Polskiej Akademii Nauk, nr 3, 2006, 81–89.

[9] Miodońska B., *Koordynacja w łańcuchach dostaw*, praca dyplomowa. Wydział Zarządzania AGH, Kraków 2006.