AUTOMATYKA • 2008 • Tom 12 • Zeszyt 3

Krzysztof Przybyszewski*

Zastosowanie zbiorów rozmytych do ewaluacji różnych aspektów systemów kształcenia

1. Wprowadzenie

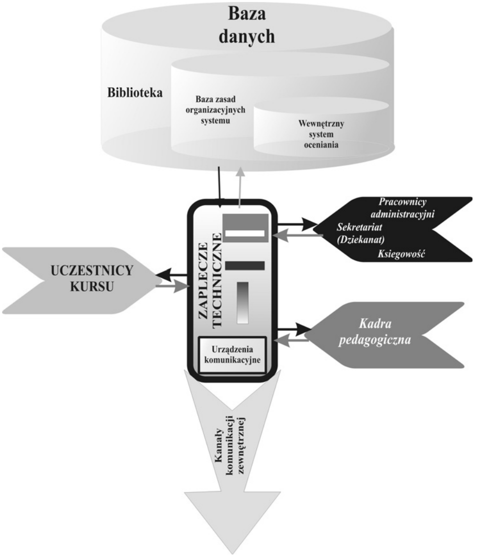
Każdy system nauczania można rozpatrywać jako system informacyjny. Dotyczy to zarówno klasycznych systemów kształcenia, jak i systemów kształcenia wspomaganych technologiami informatycznymi (systemy kształcenia na odległość, systemy e-kształcenia zwane też systemami kształcenia zdalnego). Nie są to jednak systemy proste – ich złożoność można rozpatrywać w różnych aspektach:

- Ze względu na poziom kształcenia (na przykład podział na poziomy: podstawowy, gimnazjalny, ponadgimnazjalny, wyższy: I, II i III stopnia).
- Ze względu na strukturę wewnętrzną takiego systemu (na przykład dla poziomu wyższego: uczelnia → wydział → kierunek → rok → semestr → kurs → grupa → student).
- Ze względu na rolę, jaką pełnią zespoły zaangażowane w proces nauczania (na przykład dla dowolnego systemu e-kształcenia: administratorzy systemu, grupa wsparcia technicznego, grupa realizatorów treści kursów przedmiotowych, autorzy kursów, metodycy, kierownicy przedmiotów, instruktorzy (prowadzący, nauczyciele, mentorzy), studenci (kursanci)).

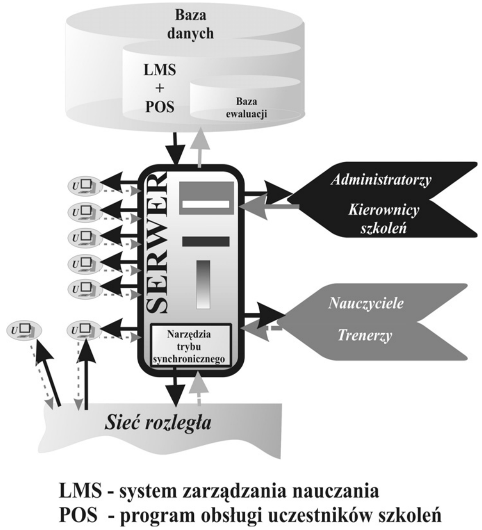
Każdy system kształcenia, bez względu na poziom, na którym się znajduje w strukturze zewnętrznej, posiada swoją własną strukturę. Można ją przedstawić w postaci schematu z rysunku 1. Na rysunku 2, dla porównania, przedstawiono strukturę systemu e-kształcenia.

W celu oceny efektywności działania dowolnego systemu kształcenia i jego poszczególnych elementów należy wyznaczyć zbiór parametrów lub funkcję, na podstawie wartości których można dokonać tej oceny. Powinna ona pozwolić na klasyfikację systemów (na przykład porównanie szkół odpowiedniego poziomu), a także na prognozowanie wyników działania sytemu.

* Katedra Metod i Systemów Sztucznej Inteligencji, Społeczna Wyższa Szkoła Przedsiębiorczości i Zarządzania w Łodzi



Rys. 1. Struktura dowolnego klasycznego systemu kształcenia



Rys. 2. Struktura systemu kształcenia wspomaganego komputerowo

2. System kształcenia jako system informacyjny

We wprowadzeniu został sformułowany postulat o konieczności określenia zbioru parametrów lub funkcji, których wartości pozwolą oceniać efektywność działania sytemu kształcenia i je prognozować. Realizacja tego postulatu sprowadza się do definicji zbioru parametrów lub funkcji charakteryzującej efektywność działania systemu. Jest to jednoznaczne z definicją funkcji informacyjnej dla systemu kształcenia jako systemu informacyjnego.

Zgodnie z definicją systemu informacyjnego [12] funkcja informacyjna jest jednym ze sposobów przedstawiania informacji o elementach systemu charakteryzowanych przez ten sam zbiór cech. W zależności od celu można dobrać odpowiedni zbiór cech. Wartości funkcji informacyjnej dla tego zbioru mogą być przesłankami wnioskowania lub systematyki elementów systemu. Przykład wnioskowania o efektywności ekonomicznej systemu kształcenia opartego na odpowiednio skonstruowanej funkcji informacyjnej opisał Kruś w pracy [4].

Wszystko wskazuje jednoznacznie na fakt, że moduły ewaluacyjne odgrywają zasadniczą rolę przy ocenie efektywności (w sensie pedagogicznym) systemów kształcenia, co jest szczególnie widoczne w systemach e-kształcenia [11]. Umożliwiają symulację obecności nauczyciela w trybie asynchronicznym oraz indywidualizację ścieżki nauczania studenta [8, 10]. Pożądane byłoby, aby procesy decyzyjne zachodzące w tych modułach, były jak najbardziej podobne do procesów podejmowania decyzji przez nauczyciela w trakcie oceniania studenta.

Nawet w przypadku nauczania tradycyjnego proces ewaluacji oparty jest na działaniu systemu ekspertowego: nauczyciel posługuje się własną wiedzą i ustalonymi regułami, oceniając postępy każdego ze studentów oraz proponując dalsze partie materiału, czy też sposoby wzbogacania jego umiejętności [2, 6]. Tak jak w większości systemów eksperto-wych, ostateczna informacja wygenerowana w procesie decyzyjnym jako ocena, jest nie-precyzyjna (w sensie logiki matematycznej) i ma postać określenia słownego lub liczby, która jest reprezentantem przedziału liczb. Naturalne wydaje się zastosowanie w procesie oceniania zbiorów i liczb rozmytych.

Na nasze potrzeby konieczna jest taka definicja funkcji informacyjnej dla systemu kształcenia, która umożliwiałaby ocenę efektywności procesu w sensie pedagogicznym oraz prognozowanie tych wyników. Musi być ona określona dla elementów systemu (uczniów/studentów, grup studenckich (klas), nauczycieli lub zespołów przedmiotowych, szkół itd.), a jedynym znanym autorowi zbiorem cech charakteryzujących te elementy pod względem pedagogicznej efektywności jest zbiór ocen do nich przypisanych w trakcie procesu kształcenia.

Zbiór wartości, które mogą przyjmować oceny (skala ocen), może posiadać różne re-prezentacje. Przykładem lingwistycznej reprezentacji jest podstawowa skala ocen stosowa-nych w polskich gimnazjach. Jest nią zbiór $SM_{\mathrm{G}ling}$ określeń słownych następującej postaci:

$$SM_{\mathrm{G}ling} = \{niedostateczny,\ dopuszczający,\ dostateczny,\ dobry,\ bardzo\ dobry\}$$

Ta sama skala ocen posiada swoją reprezentację w zbiorze liczb wymiernych $SM_{\mathrm{G}licz}$:

$$SM_{\mathrm{G}licz} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

W gimnazjach stosowane są także rozszerzenia tej skali polegające na wprowadzeniu oceny celującej. Postaci skal: lingwistycznej i wymiernej są wtedy następujące:

$$SM^{r}_{\mathrm{G}ling} = \{niedostateczny,\ dopuszczający,\ dostateczny,\ dobry,\ bardzo\ dobry,\ celujący\}$$

$$SM^{r}_{\mathrm{G}licz} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

W trakcie trwania nauki, w czasie semestru nauczyciele, zwyczajowo wystawiają oce-ny połówkowe, ale nie jest konieczne rozważanie połówkowej skali ocen, ponieważ oceny końcowe wystawiane są i tak z wykorzystaniem rozszerzonej skali ocen.

Zgodnie z podaną wcześniej sugestią o zastosowaniu zbiorów i liczb rozmytych w pro-cesie oceniania, wskazana byłaby konstrukcja reprezentacji skali ocen w zbiorach rozmytych.

3. Liczby rozmyte jako reprezentacja skali ocen

Proponuję następującą metodę oceniania opartą na zastosowaniu liczb i zbiorów roz-mytych.

Niech $A_a \subseteq \mathbf{R}$ będzie liczbą rozmytą [5, 12] określoną przez trzy parametry: m_L, a, m_P, dla której funkcja przynależności ma postać jak we wzorze (1).

$$\mu(x)=\begin{cases}0 & \text{dla } x<0\\ \dfrac{x}{a-m_L} & \text{dla } 0\le x<a-m_L \quad \text{oraz} \quad (a-m_L)\ne 0\\ 1 & \text{dla } a-m_L\le x\le a+m_P\\ \dfrac{5-x}{5-a-m_P} & \text{dla } a+m_P<x\le 5 \quad \text{oraz} \quad (a-m_P)\ne 5\\ 0 & \text{dla } x>5\end{cases} \tag{1}$$

Liczba A_a jest trapezoidalną liczbą rozmytą i reprezentuje przedział liczbowy $[a–m_L,\ a+m_P]$. W literaturze przedmiotu [5, 12] liczbę określoną wzorem (1) zapisujemy w następujący sposób: $(0,\ a–m_L,\ a+m_P, 5)$. Proponuję modyfikację tego zapisu uwzględniającą znaczenie liczby a oraz fakt, że przedział argumentów, dla których wartości funkcji przynależności $\mu(x)$ są różne od zera, jest zawsze ten sam:

$$\underset{A_a}{\forall}\ \mu(x)\ne 0 \Leftrightarrow x\in(0,5) \tag{2}$$

Parametr a nazywamy centrum liczby, natomiast parametry m_L i m_P nazywamy odpowiednio: lewostronną i prawostronną szerokością liczby. Liczbę A_a możemy zapisać w następujący sposób: $A_a = (m_L;\ a;\ m_P)$. Dla tak zdefiniowanej trapezoidalnej liczby rozmytej definiuje się także *punkt środkowy* tej liczby a_{sr}, jako środek przedziału, dla którego funkcja przynależności przyjmuje wartość 1.

O trójkątnej liczbie rozmytej postaci:

$$\mu(x)=\begin{cases}0 & \text{dla } x<0\\ \dfrac{x}{a_{sr}} & \text{dla } 0\le x<a_{sr}\\ 1 & \text{dla } x=a_{sr}\\ \dfrac{5-x}{5-a_{sr}} & \text{dla } a_{sr}<x\le 5\\ 0 & \text{dla } x>5\end{cases} \tag{3}$$

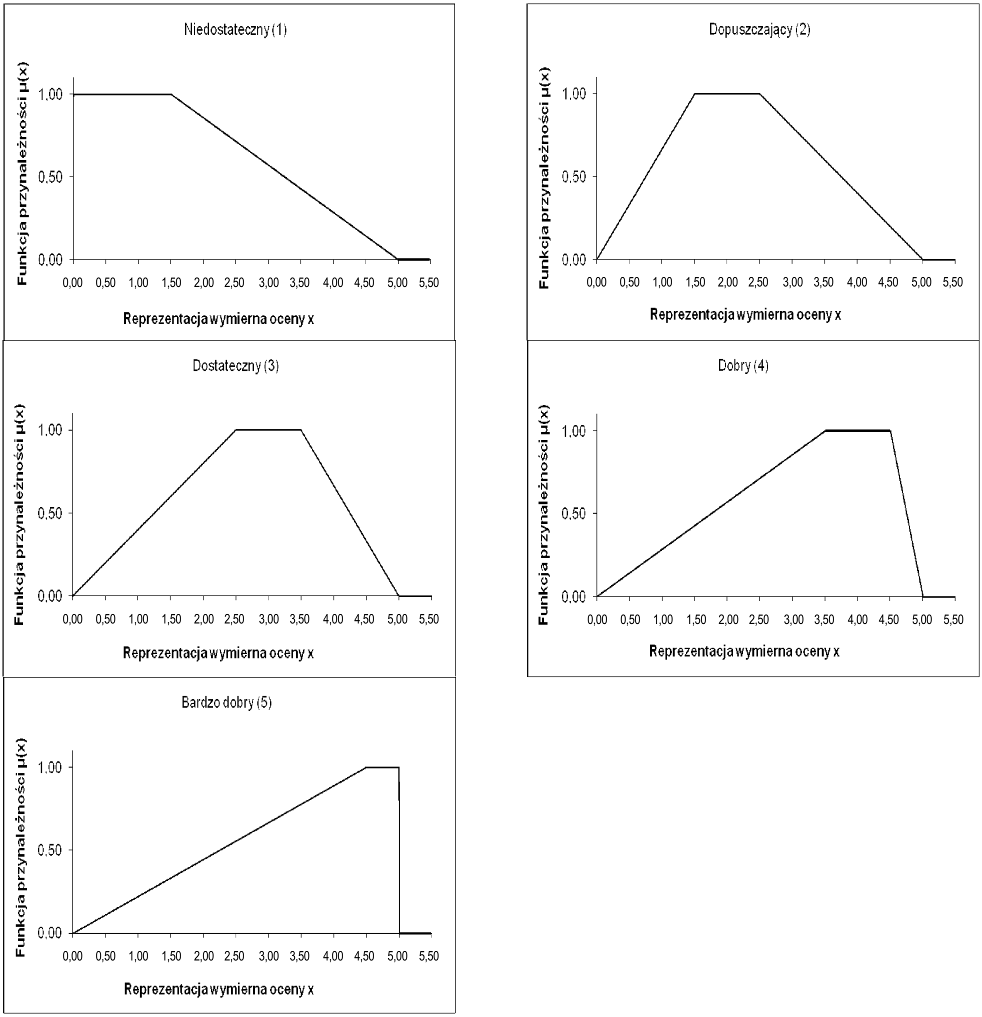
mówimy, że jest generowana przez liczbę A_a i zapisujemy ją symbolem A_a^G.

Zbiór liczb rozmytych:

SM_{Groz}={(1; 1; 0,5),(0,5; 2; 0,5),(0,5; 3; 0,5),(0,5; 4; 0,5),(0,5; 5; 0)}

jest obrazem podstawowej skali ocen stosowanej w polskich gimnazjach (analogicznie do obrazów skali: lingwistycznego SM_{Gling} i liczbowego SM_{Glicz}).

Interpretację graficzną liczb rozmytych z podstawowej skali ocen stosowanej w polskich gimnazjach przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Graficzna reprezentacja podstawowej skali ocen stosowanej w polskich gimnazjach

Jedynym warunkiem, jaki muszą spełniać liczby rozmyte reprezentujące skalę ocen, jest warunek (nazwany warunkiem pełnego wypełnienia skali), aby były one składnikami dekompozycji trapezoidalnej liczby rozmytej (2,5;2,5;2,5). Dla skali SM_{Groz} można to zapisać, posługując się zasadami operacji dokonywanych na zbiorach rozmytych [9, 12]:

$$
\begin{aligned}
(2,5;2,5;2,5) = (1;1;0,5) \cup (0,5;2;0,5) \cup (0,5;3;0,25) \cup \\
\cup (0,25;3,5;0,25) \cup (0,25;4;0,25) \cup (0,25;4,5;0,25) \cup (0,25;5;0)
\end{aligned}
$$

Ogólny zapis warunku dla dowolnej skali ocen wyrażonej przez liczby rozmyte będzie miał postać:

$$(2,5;2,5;2,5)=\bigcup_i (m_{Li};a_i;m_{Pi}) \tag{4}$$

gdzie: indeks i przyjmuje wszystkie dostępne wartości w danej skali ocen.

Dla rozszerzonej skali ocen dla polskich gimnazjów trzeba dokonać rekonstrukcji reprezentacji skali w zbiorach rozmytych, poprzez dołączenie do skali oceny *celującej* (6). Jeżeli dodatkowo wprowadzimy ocenę *niedostateczną!* (0) – w celu zachowania symetrii całej skali – to otrzymamy skalę rozszerzoną, zupełną i symetryczną. W zmiennych lingwistycznych będzie ona reprezentowana przez zbiór:

SM^r_{Gling} = {*niedostateczny!, niedostateczny, dopuszczający, dostateczny, dobry, bardzo dobry, celujący*}

Reprezentacje tej skali w zbiorze liczb wymiernych SM^r_{Glicz} i zbiorze liczb rozmytych SM^r_{Groz} mają postać podaną poniżej:

$$SM^r_{Glicz}=\{0,1,2,3,4,5,6\}$$

$$\begin{aligned}SM^r_{Groz}=\{&(0;0;0,5),(0,5;1;0,5),(0,5;2;0,5),(0,5;3;0,5),(0,5;4;0,5),\\&(0,5;5;0,5),(0,5;6;0)\}\end{aligned} \tag{5}$$

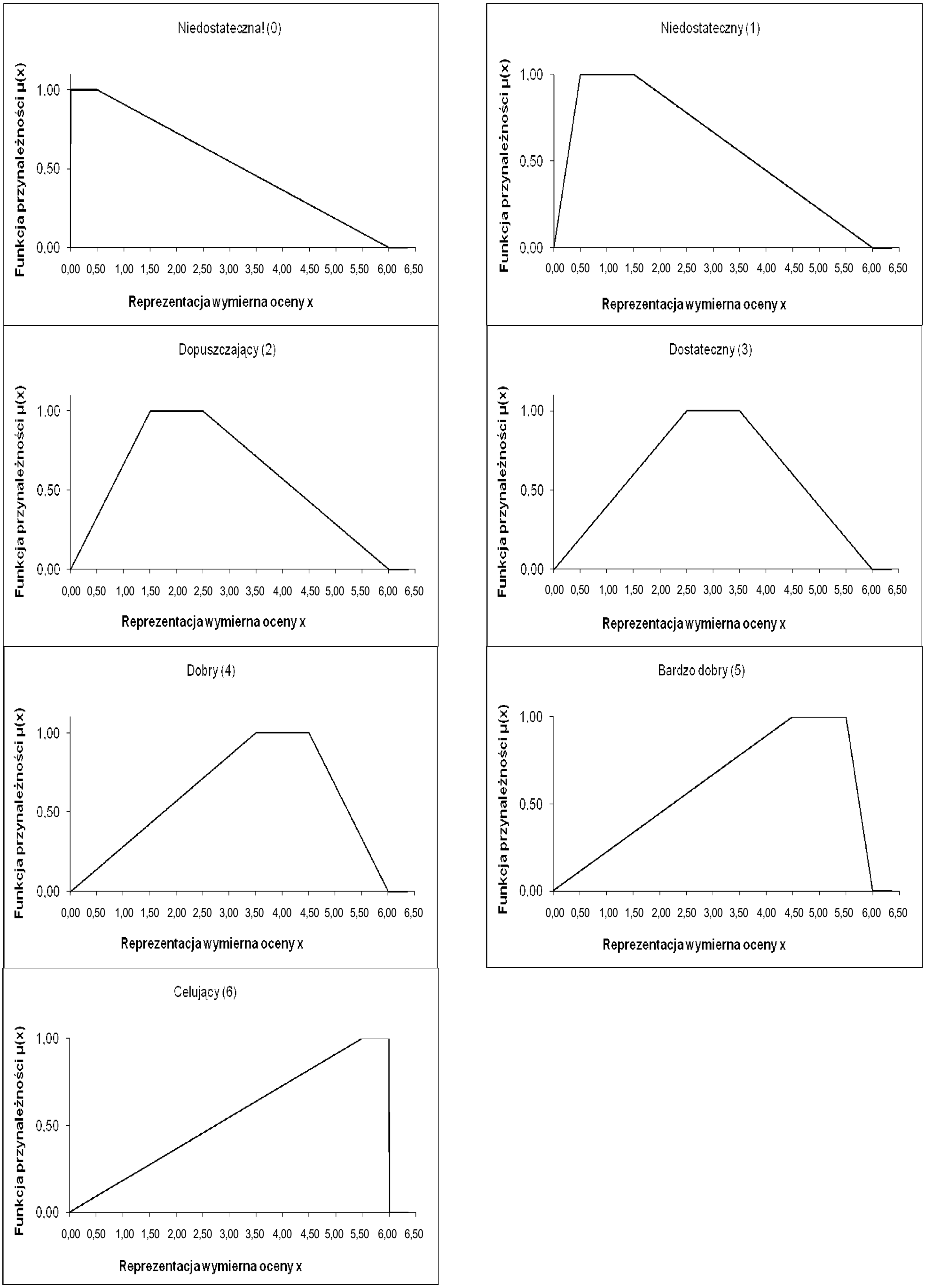
Obraz skali w zbiorze liczb rozmytych można także zapisać w sposób następujący:

$$SM^r_{Groz}=\{A_0,A_1,A_2,A_3,A_4,A_5,A_6\}$$

Łatwo sprawdzić, że skala ta spełnia warunek pełnego wypełnienia skali (4). Skala SM^r_{Groz} charakteryzuje się przede wszystkim równymi szerokościami połówkowymi liczb rozmytych, które są elementami skali (z wyłączeniem liczb skrajnych: A_0 i A_6) oraz równoważnością centrum i punktu środkowego każdej liczby (także z wyłączeniem liczb skrajnych):

$$\underset{0<i<6}{\forall}(a_i=a_{sr})\wedge(m_{Li}=m_{Pi})$$

Taka sytuacja (zarówno dla skali rozszerzonej jak i zwykłej) wydaje się charakterystyczna dla prawidłowo skonstruowanej skali ocen, a skalę o takich właściwościach można nazwać *skalą zrównoważoną*. Interpretację graficzną tej skali ocen (rozszerzonej) przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Interpretacja graficzna liczb rozmytych budujących rozszerzoną skalę SM_{Groz}^{r}

4. Ocena wynikowa i średnia z ocen

W bardzo wielu przypadkach mamy do czynienia z koniecznością wystawienia oceny wynikowej (końcowej) na podstawie ocen cząstkowych. Taka sytuacja występuje w przypadku oceny wystawianej z egzaminu dyplomowego lub oceny semestralnej z danego przedmiotu, a nawet w przypadku oceniania sprawdzianów zawierających więcej niż jeden problem.

W takim przypadku proponuję przyjęcie dwuetapowego algorytmu oceniania [9].

Pierwszy etap polega na wyznaczeniu liczby rozmytej reprezentującej ocenę średnią. Dokonuje się tego poprzez obliczenie średniej arytmetycznej [1] wszystkich trapezoidalnych liczb rozmytych reprezentujących oceny cząstkowe, zgodnie z zasadą rozszerzenia operacji matematycznych ze zbiorów nierozmytych [12]. Jeśli $SM = \left\{A_P^1, A_P^2, \ldots, A_P^N\right\}$ jest zbiorem wszystkich reprezentantów ocen cząstkowych, to liczba rozmyta $\overline{A_P}$ określona zależnością:

$$\overline{A_P} = \frac{1}{N} A_P^1 \oplus \frac{1}{N} A_P^2 \oplus \ldots \oplus \frac{1}{N} A_P^N \tag{6}$$

jest reprezentantem oceny średniej. Współczynniki $1/N$ pełnią rolę wag przypisywanych poszczególnym ocenom cząstkowym. Możliwe jest przypisanie innych wartości wag poszczególnym ocenom cząstkowym, z zastrzeżeniem, że ich suma musi być równa 1.

$$\overline{A_P} = w_1 \cdot A_P^1 \oplus w_2 \cdot A_P^2 \oplus \ldots \oplus w_N \cdot A_P^N,$$

przy czym:

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1.$$

W drugim etapie proponuję przyjęcie jednej z dwóch strategii wyznaczania oceny końcowej:

1. Jeśli ocena średnia jest brana pod uwagę jako ocena cząstkowa w dalszym procesie oceniania, to pozostawiamy ją bez zmian.
2. Jeśli na jej podstawie wyznaczamy ocenę końcową reprezentowaną przez trapezoidalną liczbę rozmytą A_{FM}, to liczbę tę można otrzymać wybierając ze zbioru liczb rozmytych reprezentujących skalę ocen SM, tę ocenę, dla której przecięcie z trójkątną liczbą rozmytą generowaną przez punkt środkowy oceny średniej ($\overline{A^G}$) jest rozmytym zbiorem znormalizowanym:

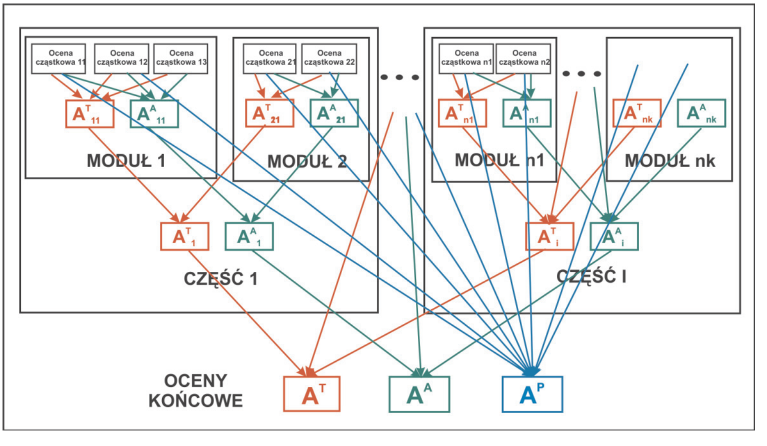
$$A_{FM} = A_{SM}^i : \left(A_{SM}^i \in SM\right) \wedge \left(h\left(\overline{A^G} \cap A_{SM}^i\right) = 1\right) \tag{7}$$

Taki sposób wyznaczania oceny końcowej wymaga zapamiętania zarówno oceny średniej ($\overline{A_P}$), jak i oceny końcowej (A_{FM}). Jest to bardzo korzystne w przypadku zastosowania prezentowanych algorytmów w systemach ekspertowych modułów ewaluacji w systemach kształcenia. Wydaje się też wymagane w przypadku porównywania ocen wystawionych według różnych skal, na przykład ocen tego samego przedmiotu wystawionych w dwóch różnych uczelniach. Taki algorytm wyznaczania ocen końcowych wydaje się także zgodny z tradycyjnym sposobem oceniania przez nauczyciela.

W wielu przypadkach ocena końcowa (A_{FM}) jest wystawiana na podstawie ocen cząstkowych (A_{PM}), które wcześniej były wystawione dla odpowiednich mniejszych części materiału (lub w przypadku złożonych problemów otwartych, dla problemów prostych budujących zadanie złożone). Taki podział modułowy może być wielopoziomowy, co oznacza, że moduły (części materiału) mogą wewnętrznie być podzielone na mniejsze submoduły, dla których możliwe jest także wystawienie ocen końcowych (${A_{FM}}^{1i}$, ${A_{FM}}^{2i}$ itd.). W takim przypadku można zastosować jedną z trzech strategii wyznaczania oceny końcowej:

1. Można wyznaczać ocenę końcową (A^P_{FM}), biorąc pod uwagę wszystkie oceny cząstkowe.
2. Można wyznaczyć ocenę końcową, biorąc pod uwagę oceny średnie (A^i) z wszystkich submodułów i modułów (A^A_{FM}).
3. Można wyznaczyć ocenę końcową (A^T_{FM}), biorąc pod uwagę oceny końcowe wszystkich submodułów i modułów (A^i_{FM}).

Schemat możliwych do zastosowania opcji wystawiania oceny końcowej przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Wizualizacja trzech strategii wyznaczania oceny koncowej w przypadku struktury wielopoziomowej

Tak wyznaczone reprezentacje ocen pozwalają zastosować technologie sztucznej inteligencji do wspomagania procesu oceniania (ewaluacji) postępów ucznia w przypadku gimnazjum. Uzyskane w ten sposób wartości funkcji informacyjnej przypisane do poszczególnych uczniów mogą być wykorzystane do oceny efektywności pracy poszczególnych klas i nauczycieli.

5. Wykorzystanie liczb rozmytych do oceny semestralnych i rocznych osiągnięć uczniów gimnazjum dla wybranego przedmiotu

Opisaną metodę wyznaczania ocen końcowych zastosowano w jednej klasie gimnazjalnej w przypadku ocen wystawianych z języka polskiego. Uzyskane wyniki porównano z ocenami wystawionymi przez nauczycieli.

Do klasy uczęszczało w ciągu badanego roku szkolnego 27 uczniów. Języka polskiego uczyło dwóch nauczycieli; każdy uczył przez jeden semestr. Ze względu na tę skomplikowaną sytuację dydaktyczną, zostałem poproszony o podjęcie próby zobiektywizowania ocen. Nie miało to oczywiście wpływu na zastałą sytuację, ale posłużyło Dyrekcji gimnazjum do sformułowania odpowiednich wniosków na przyszłość.

Nauczyciele wystawiali oceny cząstkowe w czasie nauki w ciągu każdego semestru. Zgodnie z wewnętrznym regulaminem oceniania przyjętym w gimnazjum oceny były wystawiane w 5 obszarach: sprawdziany (sp), kartkówki i odpowiedzi (ko), udział w zajęciach (ud), prace domowe (pd) oraz prace dodatkowe (dd). Każdej z tych grup ocen przypisano odpowiednią wagę udziału w ocenie końcowej:

sp $w = 0{,}4$;
ko $w = 0{,}2$;
ud $w = 0{,}2$;
pd $w = 0{,}1$;
dd $w = 0{,}1$.

W tabeli 1 zebrano oceny końcowe wystawione przez nauczycieli i oceny wystawione według proponowanego algorytmu dla I i II semestru oraz oceny roczne. W kolumnach oznaczonych literami N zebrano oceny nauczycieli. W kolumnach oznaczonych: A^A, A^P, A^T; zebrano odpowiednie oceny wystawione według schematu przedstawionego na rysunku 5. W kolumnach oznaczonych $A^T{}_w$ zebrano oceny końcowe obliczane z uwzględnieniem wag.

Analizując wyniki umieszczone w tabeli, można sformułować następujące spostrzeżenia:

1. Jedynie w 3 przypadkach oceny obu nauczycieli pokrywają się z ocenami wystawionymi z zastosowaniem liczb rozmytych w całym przedziale czasowym oceniania (pozycje 8, 12, 20).
2. W pozostałych 24 przypadkach ocena wystawiona przez nauczyciela była wyższa od oceny wystawionej z zastosowaniem liczb rozmytych.
3. Oceny wystawiane przez nauczyciela pracującego w II semestrze są bardziej zgodne z ocenami wystawionymi z wykorzystaniem liczb rozmytych (7 przypadków).
4. Ocena roczna wystawiona przez nauczyciela jest zgodna z oceną wystawioną z wykorzystaniem liczb rozmytych w 13 przypadkach.
5. Oceny końcowe wystawione z wykorzystaniem liczb rozmytych miały te same wartości dla różnych sposobów wyznaczania (zgodnych z rysunkiem 5) w 54 przypadkach na 81 możliwych.
6. W przypadku różnych wartości ocen wystawionych z wykorzystaniem liczb rozmytych, najczęściej występowała różnica między wartością oceny końcowej wystawianej z udziałem wag a pozostałymi wartościami (czego oczekiwaliśmy od samego początku), przy czym ocena uwzględniająca wagi była w większości przypadków niezgodna

z oceną wystawioną przez nauczyciela. Wskazuje to na fakt nieuwzględnienia przez nauczycieli czynnika ważności danej oceny cząstkowej w ocenie końcowej, co jest sytuacją niepożądaną. Największą zgodność tych ocen zaobserwowano w przypadku oceny rocznej.

7. Na podstawie powyższej analizy, można stwierdzić, że oceny nauczyciela pracującego w II semestrze są bardziej obiektywne oraz że potrafi on szybciej poznać uczniów i dostosować sposób przekazu wiedzy do poziomu uczniów (wnioski Dyrekcji gimnazjum).

Tabela 1

Oceny końcowe I i II semestru oraz oceny roczne wystawione przez nauczycieli oraz z wykorzystaniem liczb rozmytych dla przedmiotu język polski i jednej wybranej klasy gimnazjalnej

Lp.	I semestr				II semestr				Ocena roczna				
	N	A^A	A^T	A^T_w	N	A^A	A^T	A^T_w	N	A^A	A^P	A^T	A^T_w
1	3	3	3	3	3	2	2	2	3	3	2	3	3
2	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	2	3	3
3	2	2	2	3	2	1	1	1	2	2	2	2	2
4	3	2	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3
6	4	4	3	3	3	2	3	2	3	3	3	3	3
7	4	3	3	4	3	3	3	2	3	3	3	3	3
8	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
9	5	4	4	4	5	4	4	4	5	4	4	4	4
10	2	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2
11	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
12	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
13	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
14	5	4	4	3	4	3	3	3	4	4	3	4	3
15	3	2	2	2	3	3	2	2	3	2	2	2	2
16	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
17	4	3	3	3	4	4	3	4	4	3	3	3	3
18	4	2	3	2	3	2	2	1	3	2	2	2	2
19	4	3	3	3	3	2	2	2	3	3	2	3	3
20	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4
21	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
22	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
23	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
24	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	1	2	2
25	5	4	5	4	5	4	4	4	5	5	4	5	4
26	4	3	3	4	3	2	2	2	3	3	2	3	3
27	5	4	4	3	5	4	4	4	5	4	3	4	4

6. Wnioski

Można zastosować liczby rozmyte do reprezentacji przyjętej w gimnazjach skali ocen SM_{Groz}. Najwygodniejszą do dalszych rozważań okazała się rozszerzona skala zrównoważona SM_{Groz}^{r}.

Reprezentacja skali ocen w liczbach rozmytych pozwala zdefiniować jej elementy jako wartości funkcji informacyjnej określonej dla odpowiedniego poziomu systemu kształcenia jako systemu informacyjnego.

Wykorzystując zasadę rozszerzenia operacji matematycznych ze zbiorów nierozmytych, można obliczyć ocenę średnią ($\overline{A_P}$) na podstawie ocen cząstkowych, nawet uwzględniając różne od równowagowych współczynniki wag (w_i) przyjmowane dla poszczególnych reprezentantów ocen cząstkowych.

Na podstawie reprezentującej ocenę średnią liczby rozmytej, można dokonać wyznaczenia oceny końcowej (A_{FM}), wykorzystując trójkątną liczbę rozmytą generowaną przez ocenę średnią ($\widetilde{\overline{A_P}}$) oraz właściwości przecięcia zbiorów rozmytych. Ocenę końcowa można obliczyć posługując się jedną z trzech strategii przedstawionych na rysunku 5.

Dalsze prace prowadzone są w kierunku określenia sposobów wnioskowania o efektywności pedagogicznej systemu kształcenia i prognozowania tego efektu dla tak zdefiniowanej funkcji informacyjnej. Prognozowanie efektów powinno być oparte na zmodyfikowanej metodzie edukacyjnej wartości dodanej EWD [3]. Zastosowanie klasycznej metody EWD, nie daje rezultatów, szczególnie w przypadku systemów kształcenia o małej ilości uczniów (gimnazja), ze względu na duży rozrzut wyników, co powoduje małą istotność statystyczną rezultatów [7]. W przypadku wnioskowania opartego na regułach rozmytych, powyższy mankament nie występuje.

Rozważana jest także możliwość zastosowania wybranych sztucznych sieci neuronowych do prognozowania efektywności systemu kształcenia.

Podziękowania

Autor pracy pragnie szczególnie serdecznie podziękować Dyrekcji 26 Gimnazjum Publicznego w Łodzi za udostępnienie danych, bez których nie byłoby możliwe przeprowadzenie obliczeń i uzyskanie wyników do analizy porównawczej.

Literatura

[1] Debuis D., Prade H., *Operations on fuzzy numbers*. Intern. Journal System Science, 9, 1978, 613–626.

[2] Grandbastien M., *Teaching expertise is at the core of ITS Research.* International Journal of Artificial Intelligence in Education, 10, 1999, 335–349.

[3] Jakubowski M., *Metody szacowania edukacyjnej wartości dodanej*. [w:] Edukacyjna wartość dodana cz. 2, Biuletyn Badawczy CKE nr 14, Warszawa, 2007, 7–20.

[4] Kruś L., *Problemy konstrukcji komputerowych systemów wspomagania decyzji*. [w:] R. Kulikowski *et al.* (red.): Systemowo-komputerowe wspomaganie zarządzania wiedzą, Warszawa, AOW Exit 2006, 141–151.

[5] Łachwa A., *Rozmyty świat zbiorów, liczb, relacji, faktów, reguł i decyzji*. Warszawa, AOW Exit 2001.
[6] Niemierko B., *Między oceną szkolną i dydaktyką. Bliżej dydaktyki*. Warszawa, WSiP 1997.
[7] Pokropek A., *Trafność metody edukacyjnej wartości dodanej*. [w:] Edukacyjna wartość dodana, cz. 2, Biuletyn Badawczy CKE nr 14, Warszawa, 2007, 100–139.
[8] Przybyszewski K., *Tutoriale i trenażery umiejętności w nauczaniu zdalnym*. Automatyka (półrocznik AGH), 3 (9), 2005, 799–809.
[9] Przybyszewski K., *A new evaluation method for e-learning systems.* [w:] L. Rutkowski *et al.* (Eds.), ICAISC 2006, LNAI 4029, Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag 2006, 1209–1216.
[10] Przybyszewski K., *Zastosowanie zbiorów rozmytych do oceny testów (problemów zamkniętych)*. Automatyka (półrocznik AGH), 3 (10), 2006, 629–639.
[11] Przybyszewski K., Cader A., Filutowicz Z., *Zarządzanie informacją w interaktywnych systemach nauczania.* Zeszyty Naukowe WSHE 4 (9), 2000, 90–102.
[12] Rutkowski L., *Metody i techniki sztucznej inteligencji*. Warszawa, PWN 2005.