AUTOMATYKA • 2007 • Tom 11 • Zeszyt 3

Ewa Dudek-Dyduch*, Edyta Kucharska*, Lidia Dutkiewicz*

Algorytmy z szacowaniem kosztów w kryterium lokalnym dla problemu szeregowania zadań

1. Wprowadzenie

W artykule przedstawiono problem właściwego utworzenia kryterium lokalnego w metodzie GIPS [5] (metodzie gromadzenia informacji na potrzeby sterowania). Metoda ta może posłużyć do opracowania szeregu algorytmów rozwiązujących różnorodne problemy związane z procesami decyzyjnych. W szczególności metodę tę wykorzystano do rozwiązywania problemów szeregowania zadań z przezbrojeniami na wielu maszynach, w których, w odróżnieniu od problemów znanych w literaturze, czasy przezbrojeń nie są dane a priori, a zależą od aktualnego stanu procesu. Problemy te należą do klasy problemów NP-trudnych lub nawet silnie NP-trudnych.

Niezwykle istotnym aspektem metody GIPS jest wykorzystanie zgromadzonej wiedzy o procesie do ustalania kryterium optymalizacji lokalnej. Wiedza ta jest reprezentowana poprzez odpowiednie wartości współczynników w kryterium. Wartości te zmieniają się w trakcie obliczeń, odzwierciedlając aktualną wiedzę o sterowaniu. W artykule zawarto rozważania dotyczące dwóch wzajemnie przeciwstawnych wymagań:

– potrzeby wykorzystania jak największej ilości dostępnych informacji do optymalizacji lokalnej,
– możliwie małej złożoności obliczeniowej algorytmu optymalizacji lokalnej.

Dla ilustracji tych rozważań zaprezentowano **kryteria wykorzystujące różną ilość informacji** dla problemu drążenia wyrobisk korytarzowych. Problem ten należy do klasy szeregowania zadań na wielu maszynach z czasami przezbrojeń zależnymi od stanu. Najpierw przedstawiona została najbardziej szczegółowa postać kryterium lokalnego, następnie zaprezentowana postać uproszczona, charakteryzująca się znacznie zmniejszoną ilością obliczeń.

Należy podkreślić, iż przedstawione rozważania dotyczą konstrukcji lokalnego kryterium wyboru decyzji, w przypadku gdy kryterium jakości jest monotonicznie rosnące wzdłuż trajektorii [2].

* Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

2. Optymalizacja lokalna w metodzie GIPS

Metoda GIPS bazuje na ogólnym schemacie modelu algebraiczno-logicznego zaproponowanego w [2]. Schemat ten powstał na podstawie metody logiczno-algebraicznej, wprowadzonej przez Z. Bubnickiego [1]. Istotą klasy modeli algebraiczno-logicznych jest fakt, że zarówno współrzędne stanu, jak i decyzje (sterowania) mogą być zmiennymi indywiduowymi lub zmiennymi wyższego rzędu. Funkcja przejścia i ograniczenia mogą natomiast być zdefiniowane zarówno za pomocą zależności algebraicznych jaki logicznych.

Jeśli przyjmiemy oznaczenia:

X – zbiór stanów właściwych,
$T \subset \boldsymbol{R}^+$ – podzbiór nieujemnych liczb rzeczywistych reprezentujących chwile czasowe,
$S = X \times T$ – zbiór stanów uogólnionych,
U – zbiór decyzji,

to model można zdefiniować jako czwórkę

$$P = (s_0, f, S_N, S_G) \tag{1}$$

gdzie:

$s_0 = (x_0, t_0)$, $s_0 \in S$ – uogólniony stan początkowy,
$f\colon U \times S \rightarrow S$ – funkcja częściowa (a więc określoną tylko dla pewnych par $(u, s) \in U \times S$), zwana funkcją przejścia,
$S_N \subset S$ – zbiór uogólnionych stanów niedopuszczalnych,
$S_G \subset S$ – niepusty zbiór uogólnionych stanów docelowych.

Funkcja przejścia jest zdefiniowanaza pomocą dwóch funkcji $f = (f_x, f_t)$,
gdzie:

$f_x\colon U \times X \times T \rightarrow X$ – określa następny stan właściwy,
$f_t\colon U \times X \times T \rightarrow T$ – określa następny moment czasu i spełnia następujący warunek: $\Delta t = f_t(u, x, t) - t$ ma wartość dodatnią i skończoną.

Zdefiniowanie funkcji przejścia jako funkcji częściowej pozwala na uwzględnienie wszystkich ograniczeń dotyczących decyzji sterujących za pomocą tzw. zbiorów sterowań możliwych w stanie s, oznaczonych $U_p(s)$. Jeśli decyzja u jest możliwa (sensowna) w stanie s, to funkcja przejścia jest określona dla tej pary (u, s). W przeciwnym wypadku nie jest określona. Ograniczenia dotyczące stanów uogólnionych definiujące S_N, można również uwzględnić za pomocą zbiorów sterowań dopuszczalnych w stanie s, oznaczonych $U_d(s)$.

Na metodę GIPS składają się następujące elementy:

– wstępna analiza danych,
– lokalny wybór decyzji,
– modyfikacja parametrów generowania trajektorii,
– odcinanie nieperspektywicznych trajektorii,
– wybór stanu, od którego generowany (poprawiany) jest końcowy odcinek trajektorii.

Istotą metody GIPS jest generowanie kolejnych trajektorii procesu, gdzie do generowania coraz lepszych rozwiązań wykorzystywana jest wiedza o procesie i sterowaniu. Wiedza ta pozyskiwana jest na podstawie opisu technologicznego procesu, analizy poszczególnych stanów w trakcie generowania pojedynczej trajektorii oraz w oparciu o analizę uzyskanych wcześniej rozwiązań (trajektorii). Każda trajektoria, zarówno dopuszczalna jak i niedopuszczalna, jest analizowana, a uzyskana wiedza wykorzystywana jest do poprawy sterowania w trakcie generowania kolejnych trajektorii.

W metodzie generowanie pojedynczej trajektorii realizowane jest w taki sposób, że w każdym stanie następuje wybór decyzji na podstawie rozwiązania pewnego zadania lokalnego. Przy konstrukcji zadania lokalnego może być wykorzystana semimetryka. Charakterystyczną cechą metody jest to, że postać funkcji lokalnej nie jest stała dla całej generowanej trajektorii, ale zmienia się w zależności od wyniku przeprowadzonej analizy bieżącego stanu.

2.1. Tworzenie kryterium lokalnego

W metodzie GIPS wybór najlepszej decyzji w danym stanie $s = (x, t)$ w zadaniu optymalizacji lokalnej związany jest z konstrukcją funkcji oceniającej wszystkie decyzje ze zbioru decyzji możliwych w tym stanie $U_p(s)$. W przypadku minimalizacji wartości wskaźnika jakości Q dla całej trajektorii, jako najlepsza wybierana jest ta decyzja u^*, dla której wartość kryterium lokalnego q jest najmniejsza.

Konstruując postać kryterium lokalnego, należy wykorzystać fakt, że w rozważanej klasie problemów kryterium jakości jest monotonicznie rosnące wzdłuż trajektorii. W takim przypadku, tworząc funkcję optymalizacji lokalnej, powinno się wziąć pod uwagę: informacje o stanie procesu w momencie podejmowania decyzji, ponadto zebrane dane o zbadanej części trajektorii, a także dodatkowe informacje o nieprzebadanej części trajektorii. Oprócz tego postać funkcji optymalizacji lokalnej powinna uwzględniać także dodatkowe wymagania. Mianowicie, w zadaniu mogą występować dodatkowe ograniczenia lub przykładowo istotne jest, aby generowana trajektoria przechodziła wyłącznie przez pożądane stany dopuszczalne, omijając stany zabronione. Ponadto funkcja lokalna może również uwzględniać fakt, że pewne typy decyzji wydają się być korzystniejsze, a inne, których nie można wykluczyć, powinny być stosowane rzadziej (ostrożniej). Funkcja lokalna będzie zawierać więc dwa typy dodatkowych kryteriów, które zostaną opisane poniżej.

Każde dodatkowe ograniczenie oraz konieczność przechodzenia trajektorii przez pożądane, wyróżnione stany może być przedstawione w postaci dodatkowego pomocniczego kryterium φ_i, gdzie $i = 1, 2, ..., n$, a n jest liczbą pomocniczych kryteriów. Ponieważ istotność poszczególnych kryteriów może być różna, z każdym kryterium pomocniczym związany jest współczynnik a_i. Im wyższa jest waga kryterium dodatkowego tym wartość odpowiedniego współczynnika jest większa. Wagi te, a także ich wzajemne proporcje nie są znane a priori oraz nie mogą być z góry obliczone. Zależą one zarówno od rozważanego problemu optymalizacji jak i danych konkretnego zadania (instancji) optymalizacji. W zaprezentowanej koncepcji gromadzona w trakcie eksperymentów wiedza będzie wykorzystywana do zmiany tych współczynników. Z drugiej strony, ustalone dla najlepszej trajektorii wartości współczynników będą reprezentowały zagregowaną wiedzę uzyskaną podczas eksperymentów.

Preferowanie lub pomijanie pewnych typów decyzji może być przedstawione w postaci dodatkowych pomocniczych kryteriów ρ_j, gdzie $j = 1, 2, ..., m$, a m jest liczbą pomocniczych kryteriów tego typu. Podobnie jak wyżej, ważność poszczególnych typów decyzji może być inna dla różnych podproblemów. Dlatego z każdym kryterium pomocniczym związany jest współczynnik b_j, odpowiadający za wagę konkretnego kryterium. Tym samym od wartości współczynnika zależy większe lub mniejsze preferowanie odpowiedniego typu decyzji.

Funkcja oceniającą wszystkie decyzje ze zbioru decyzji możliwych w danym stanie, uwzględniająca powyższe wymagania, składa się więc z trzech części.

Pierwsza część dotyczy wartości globalnego wskaźnika jakości Q. W jej skład wchodzi przyrost wartości wskaźnika jakości wynikający z realizacji rozważanej decyzji oraz wartość związana z szacowaniem wartości wskaźnika jakości dla końcowego odcinka trajektorii po ewentualnym zrealizowaniu rozważanej decyzji.

Druga część zawiera składniki $\varphi_i(u, x, t)$ związane z dodatkowymi ograniczeniami lub wymaganiami. Składniki te szacują odległość w przestrzeni stanów pomiędzy stanem wynikającym z podjęcia rozważanej decyzji a stanami należącymi do zbioru stanów niedopuszczalnych S_N, a także stanami niekorzystnymi lub wyróżnionymi stanami korzystnymi. Ponieważ nie jest znany wpływ decyzji dalej niż na jeden krok, należy wprowadzić „miarę odległości" w zbiorze stanów, która posłuży do określania tej odległości. W tym celu można wykorzystać dowolną semimetrykę. Jak wiadomo, semimetryka, oznaczana tu jako ψ, różni się od metryki tym, że nie musi spełniać warunku $\psi(a, b) = 0 \Leftrightarrow a = b$.

W skład trzeciej części wchodzą składniki $\rho_j(u, x, t)$ odpowiadające za preferowanie pewnych typów decyzji.

Postać lokalnej funkcji optymalizacji jest zatem następująca:

$$\begin{aligned} q(u,x,t) &= \Delta Q(u,x,t) + \hat{Q}(u,x,t) + \\ &+ a_1 \cdot \varphi_1(u,x,t) + \ldots + a_i \cdot \varphi_i(u,x,t) + \ldots + a_n \cdot \varphi_n(u,x,t) + \\ &+ b_1 \cdot \rho_1(u,x,t) + \ldots + b_j \cdot \rho_j(u,x,t) + \ldots + b_m \cdot \rho_m(u,x,t) \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie:

$\Delta Q(u, x, t)$ – przyrost wartości wskaźnika jakości w wyniku podjętej w stanie $s = (x, t)$ decyzji u,

$\hat{Q}(u,x,t)$ – oszacowanie wartości wskaźnika jakości końcowego odcinka trajektorii po zrealizowaniu decyzji u,

$\varphi_i(u, x, t)$ – składniki odzwierciedlające dodatkowe ograniczenia lub dodatkowe wymagania w przestrzeni stanów, $i = 1,2, ..., n$,

a_i – współczynniki, które określają wagi składników $\varphi_i(u, x, t)$,

$\rho_j(u, x, t)$ – składniki odpowiadające za preferowanie pewnych typów decyzji, $j = 1, 2, ..., m$,

b_j – współczynniki, które określają wagi składników $\rho_j(u, x, t)$.

Wybór decyzji w danym stanie s, związany jest z wygenerowaniem i sprawdzeniem całego zbioru możliwych decyzji w rozważanym stanie $U_p(s)$. Należy podkreślić, iż w konsekwencji przedstawionej postaci lokalnej funkcji kryterialnej, dla każdej decyzji u_j, gdzie $j = 1, 2, ..., |U_p(s)|$, należącej do tego zbioru trzeba **wyznaczyć stan**, w którym znalazłby się system w przypadku podjęcia i zrealizowania rozważanej decyzji u_j. Taki potencjalnie następny stan procesu będzie oznaczany $s_{p\_j} = (x_{p\_j}, t_{p\_j})$.

Wyznaczenie potencjalnie następnego stanu s_{p_j} realizowane jest za pomocą funkcji przejścia. Najpierw obliczony zostaje czas, w którym wystąpiłby potencjalny stan. Tym samym wyznaczony zostaje przedział czasu Δt_{p_j} pomiędzy aktualnym stanem s a potencjalnie następnym stanem s_{p_j}. Następnie dla stanu s_{p_j} obliczone zostają wartości współrzędnych stan właściwego x_{p_j}. Tak więc dopiero **po wyznaczeniu** (obliczeniu) potencjalnie następnego stanu, można obliczyć wartości poszczególnych składników kryterium lokalnego. W szczególności dokładnie obliczana jest wartość pierwszego z elementów kryterium lokalnego, czyli $\Delta Q(u_j, x, t)$ – przyrost kosztu, który zostałby poniesiony w wyniku podjęcia i realizacji rozważanej decyzji u_j.

2.2. Uproszczone sposoby wyznaczania kryterium optymalizacji lokalnej

Wyżej opisany sposób określania wartości funkcji kryterialnej choć bardzo dokładny, odznacza się jednak dużymi kosztami i długim czasem wyznaczania decyzji najlepszej w danym stanie. Dzieje się tak dlatego, iż w danym stanie dla każdej rozważanej decyzji należy wyznaczyć kolejny stan. Wiąże się to z obliczaniem, często skomplikowanej, funkcji przejścia tyle razy, ile wynosi liczba możliwych decyzji, a w problemach należących do klasy NP-trudnych liczba taka jest stosunkowo duża i niejednokrotnie moc zbioru $U_p(s)$ nie jest wielomianowo zależna od rozmiaru problemu. Uwzględniając zatem złożoność i czas obliczeń związanych z wyznaczeniem wartości kryterium lokalnego, zaproponowane mogą być różne **uproszczone** wersje, w których nie wyznacza się potencjalnie następnych stanów i zamiast obliczania dokładnych wartości pewnych składników, są one w prosty sposób szacowane.

Podstawowa postać kryterium dla rozważanego stanu $s = (x, t)$, uwzględniająca uproszczony sposób wyznaczania wartości składników kryterium, jest następująca:

$$\begin{aligned} q(u,x,t) &= \delta Q(u,x,t) + \ddot{Q}(u,x,t) + \\ &+\alpha_1 \cdot \ddot{\varphi}_1(u,x,t) + \ldots + \alpha_i \cdot \ddot{\varphi}_i(u,x,t) + \ldots + \alpha_n \cdot \ddot{\varphi}_n(u,x,t) + \\ &+\beta_1 \cdot \ddot{\rho}_1(u,x,t) + \ldots + \beta_k \cdot \ddot{\rho}_k(u,x,t) + \ldots + \beta_m \cdot \ddot{\rho}_m(u,x,t) \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie:

$\delta Q(u, x, t)$ – oszacowanie przyrostu kosztu globalnego w wyniku podjęcia decyzji u w stanie (x, t),

$\ddot{Q}(u, x, t)$ – oszacowanie wartości wskaźnika jakości końcowego odcinka trajektorii w stanie (x, t),

$\ddot{\varphi}_i(u, x, t)$ – składniki szacujące wpływ dodatkowych ograniczeń lub dodatkowych wymagań w przestrzeni stanów, $i = 1, 2, ..., n$,

α_i – współczynniki, które określają wagi składników $\ddot{\varphi}_i(u, x, t)$,

$\ddot{\rho}_k(u, x, t)$ – składniki określające preferowanie pewnego typu decyzji, $k = 1, 2, ..., m$,

β_k – współczynniki, które określają wagi składników $\ddot{\rho}_k(u, x, t)$.

3. Modyfikacja postaci kryterium lokalnego

Postać funkcji lokalnej w metodzie GIPS nie jest stała, ale zmienia się w zależności od zgromadzonej wiedzy. Modyfikacja postaci kryterium może następować **po każdym wygenerowaniu** trajektorii albo **podczas generowania** tej samej trajektorii, w stanach należących do pewnych wyróżnionych podzbiorów stanów (przykładowo w sytuacji, gdy pewne kryteria tracą sens).

Funkcja lokalna może być modyfikowana w różny sposób. Po pierwsze poprawione mogą zostać w używanym kryterium wyboru decyzji wartości współczynników odpowiadających za wagi poszczególnych składników kryterium lokalnego. Po drugie wymianie ulec może postać (wzór) kryterium lokalnego.

W pierwszym przypadku modyfikacja ma zwykle na celu poprawę rezultatów osiąganych przy generowaniu kolejnych trajektorii. To, które współczynniki powinny ulec zmianie, a także wielkość tych zmian zależy od jakości uzyskanego rozwiązania oraz danych konkretnego zadania (instancji) optymalizacji. Modyfikacja wartości współczynników może zostać dokonana „ręcznie" lub opracowany może zostać algorytm automatycznej modyfikacji parametrów generowania nowej trajektorii.

W drugim przypadku uwzględniane są sytuacje, w których pewne składniki kryterium tracą sens i powinny być pomijane. Przykładem może być sytuacja, kiedy trajektoria osiąga stan, z którego z całą pewnością nie może przejść do stanów niedopuszczalnych lub innych wyróżnionych podzbiorów niekorzystnych stanów. Współczynnik odpowiedniego składnika kryterium powinien przyjmować wtedy wartość równą zeru.

4. Problem drążenia wyrobisk korytarzowych

Przykładem problemu, do rozwiązania którego można zastosować metodę GIPS, jest problem drążenia wyrobisk korytarzowych (problem DWK). Należy on do klasy problemów szeregowania zadań na wielu maszynach z czasami przezbrojeń zależnymi od stanu. Problem ten związany jest z wykonaniem prac przygotowawczych, jakie mają miejsce w procesie pozyskiwania kopalin użytecznych i polega na wydrążeniu sieci wyrobisk korytarzowych przy wykorzystaniu odpowiednich technologii tak, aby całkowity koszt realizacji sieci był jak najmniejszy. Ponadto prace muszą być tak realizowane, aby nie zostały przekroczone terminy krytyczne określone dla niektórych wyrobisk.

Drążenie wyrobisk korytarzowych wykonywane jest więc równolegle przez jednorodne maszyny m należące do zbioru M, $m = 1, 2, ..., |M|$, przy czym $M = M_I \cup M_{II}$. Poszczególne maszyny różnią się parametrami pracy. Maszyny należące do pierwszego typu M_I charakteryzują się większą prędkością drążenia, a więc są bardziej efektywne niż maszyny drugiego typu M_{II}. Jednocześnie jednak koszt ich wykorzystania jest znacznie wyższy niż koszt takiej samej pracy wykonanej przez maszynę z drugiego podzbioru. Ponadto konieczny jest transport tych maszyn, a jego koszt jest stosunkowo wysoki. Transport maszyn może odbywać się drogami, na które składają się wyłącznie wcześniej wykonane wyrobiska. Tak więc droga, a zarazem czas transportu maszyny zależy od aktualnego stanu realizacji prac. Transport maszyny może być utożsamiany z przezbrojeniem maszyny.

Rozważany problem DWK należy do klasy problemów NP-trudnych [5]. Model algebraiczno-logiczny problemu został przedstawiony w [4, 5].

4.1. Kryterium optymalizacji lokalnej dla problemu DWK

W problemie DWK zadanie optymalizacji polega na minimalizacji całkowitego kosztu prac, który jest sumą kosztów drążenia, transportu i postoju poszczególnych maszyn. Dodatkowo należy uwzględnić konieczność ukończenia niektórych wyrobisk przed ich terminem krytycznym. Wskaźnikiem jakości Q jest więc całkowity koszt wykonania prac.

W trakcie generowania trajektorii w każdym stanie procesu rozwiązywane jest zadanie optymalizacji lokalnej i podjęta zostaje ta decyzja, dla której wartość lokalnego kryterium jest najmniejsza. Po przeanalizowaniu problemu skonstruowana została funkcja oceniającą wszystkie decyzje ze zbioru decyzji możliwych w danym stanie, uwzględniająca powyższe wymagania. Funkcja ta składa się z trzech części. Pierwsza część zawiera składniki związane z kosztem wykonania prac: $\Delta Q(u, x, t)$ czyli przyrost całkowitego kosztu prac w wyniku podjętej decyzji u oraz $\hat{Q}(u, x, t)$, czyli oszacowanie wartości kosztu dokończenia wykonania sieci chodników odpowiadającego końcowemu odcinkowi trajektorii po zrealizowaniu decyzji u. Druga część kryterium lokalnego to jeden składnik $\varphi_1(u, x, t)$, związany z koniecznością omijania przez trajektorię stanów zbioru S_N, czyli takich stanów, w których przekroczony został dla chodników termin krytyczny. Składnik ten zdefiniowany zostanie z wykorzystaniem semimetryki. Trzecia część kryterium lokalnego składa się z dwóch składników związanych z preferowaniem pewnych typów decyzji. Pierwszy składnik $\rho_1(u, x, t)$ oznacza preferowanie decyzji, które powodują zaangażowanie wszystkich maszyn do drążenia przez większą część czasu wykonywania całości prac. Drugi składnik $\rho_2(u, x, t)$ oznacza preferowanie decyzji nieprzydzielających wyrobisk do drążenia innym maszynom niż najtańsze od chwili wydrążenia już wszystkich wyrobisk z terminami krytycznymi.

Kryterium lokalne dla problemu DWK przyjmuje więc następującą postać

$$
\begin{aligned}
q(u, x, t) = {} & \Delta Q(u, x, t) + \hat{Q}(u, x, t) + \\
& + a_1 \cdot \varphi_1(u, x, t) + b_1 \cdot \rho_1(u, x, t) + b_2 \cdot \rho_2(u, x, t)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

gdzie a_1, b_1 oraz b_2 oznaczają współczynniki, określające wagę odpowiedniego składnika kryterium lokalnego. Szczegółowy sposób wyznaczania składników kryterium lokalnego przedstawiony został poniżej.

Aby wyznaczyć wartość kryterium lokalnego $q(u_j, x, t)$ dla rozważanej decyzji u_j należącej do zbioru decyzji możliwych w tym stanie, trzeba wyznaczyć stan $s_{p\_j} = (x_{p\_j}, t_{p\_j})$, w którym znalazłby się system w przypadku podjęcia i zrealizowania tej rozważanej decyzji. Stan s_{p_j} wyznaczany jest za pomocą funkcji przejścia f modelu algebraiczno-logicznego problemu, czyli $s_{p\_j} = f(u_j, s)$.

Pierwszy z elementów kryterium lokalnego $\Delta Q(u_j, x, t)$, czyli przyrost kosztu, który zostałby poniesiony w wyniku podjęcia i realizacji rozważanej decyzji u_j, jest sumą kosztów wynikającą z działań poszczególnych maszyn przez czas pomiędzy aktualnym stanem s

a stanem s_{p_j}, czyli przez czas Δt_{p_j}. Dla pojedynczej maszyny jest to koszt drążenia i/lub koszt transportu lub koszt postoju.

Postać drugiego z elementów kryterium lokalnego $\hat{Q}(u_j, x, t)$, czyli oszacowanie kosztu końcowego odcinka trajektorii po zrealizowaniu rozważanej decyzji u_j, może być ustalana w różny sposób. Jednym ze sposobów jest wyznaczenie sumy kosztów dokończenia podjętych wcześniej decyzji, których realizacja nie jest jeszcze zakończona oraz kosztu pewnego zrelaksowanego zadania, realizowanego w najtańszy sposób. Biorąc pod uwagę to, iż szacowanie powinno odbywać się przy jak najmniejszym nakładzie obliczeń, zaproponowano relaksację polegającą na pominięciu ograniczeń czasowych oraz przyjęto najtańszy sposób realizacji pozostałych chodników, polegający na wykorzystaniu najtańszych maszyn. Oszacowanie $\hat{Q}(u_j, x, t)$ jest więc wyznaczane jako suma łącznego kosztu dokończenia transportu i drążenia dla maszyn pierwszego typu, łącznego kosztu dokończenia drążenia dla maszyn drugiego typu, kosztu wydrążenia pozostałych wyrobisk przez najtańsze maszyny oraz łącznego kosztu postoju pozostałych maszyn w czasie pracy maszyn najtańszych.

Trzeci z elementów kryterium lokalnego $\varphi_1(u_j, x, t)$ związany jest z koniecznością omijania przez trajektorię stanów zbioru S_N, czyli takich stanów, w których przekroczony został dla chodników termin krytyczny. W definicji tego składnika określana jest wartość szacowanej, za pomocą semimetryki $\psi(s, S_N) = \min\{\psi(s, s') : s' \in S_N\}$, „odległości" pomiędzy stanem s_{p_j} a zbiorem stanów niedopuszczalnych. Jednym ze sposobów szacowania tej odległości jest wyznaczenie w stanie s_{p_j} rezerwy czasu $rt_c(s_{p\_j})$ dla każdego niewydrążonego i nieprzydzielonego do drążenia żadnej maszynie wyrobiska c z terminem krytycznym. Rezerwa ta jest czasem pomiędzy chwilą t_{p_j} a momentem, w którym muszą zostać podjęte działania związane z realizacją wyrobiska tak, aby został on wydrążony przed upływem terminu krytycznego. Jest ona liczona następująco: od terminu krytycznego dla chodnika c odejmowany jest czas t_{p_j} oraz czas potrzebny na dokończenie aktualnego działania najszybszej maszyny, a także czas potrzebny na wydrążenie wyrobiska c oraz wszystkich wyrobisk wchodzących w skład najkrótszej drogi od chodnika c do tzw. **obszaru wykonanego** w danym stanie, przez najszybszą maszynę. Przy wyznaczaniu tej rezerwy zakłada się, że w problemie DWK prędkość transportu „najszybszej" maszyny (o największej prędkości drążenia) jest znacznie większa niż jej prędkość drążenia, a ta z kolei jest znacznie większa niż prędkość drążenia dla pozostałych maszyn. Ponadto pomija się czas ewentualnego transportu maszyny najszybszej oraz przyjmuje, że jest jedna najszybsza maszyna.

Ostatecznie składnik szacujący wpływ ograniczeń czasowych przyjmuje postać powodującą, że spośród wszystkich rozważanych decyzji ma zostać podjęta ta, dla której następny stan jest najbardziej oddalony od zbioru stanów niedopuszczalnych

$$\varphi_1(u_j, x, t) = \begin{cases} \infty & \text{dla} \quad \min rt_c(s_{p\_j}) < 0 \\ \dfrac{1}{\min rt_c(s_{p\_j})} & \text{dla} \quad \min rt_c(s_{p\_j}) \geq 0 \end{cases} \tag{5}$$

Kolejny składnik kryterium lokalnego $\rho_1(u_j, x, t)$ odzwierciedla preferowanie decyzji, które powodują zaangażowanie wszystkich maszyn do drążenia. Aby zmniejszyć prawdopodobieństwo postoju maszyn, gdy są dostępne wyrobiska do drążenia i maszyny mogłyby być je wykonywać, naliczana jest kara dla decyzji o postoju maszyny. Postać $\rho_1(u_j, x, t)$ jest następująca

$$\rho_1(u_j, x, t) = P \cdot i_{pos} \tag{6}$$

gdzie P oznacza karę za postój maszyny, a i_{pos} liczbę maszyn, które mają stać na skutek rozważanej decyzji, a mogłyby drążyć dostępne wyrobiska.

Ostatni składnik kryterium lokalnego $\rho_2(u_j, x, t)$ odzwierciedla preferowanie decyzji o wykonaniu pozostałych wyrobisk tylko najtańszymi maszynami w sytuacji, gdy wydrążone zostaną już wszystkie wyrobiska z terminami krytycznym. Przyjmuje się, iż wartość kryterium lokalnego dla decyzji zawierającej przydział pozostałych wyrobisk do drążenia innym maszynom niż najtańsze jest równa nieskończoności

$$\rho_2(u_j, x, t) = \begin{cases} \infty & \text{dla} \quad C_W(x, t) \subset C_L \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \tag{7}$$

gdzie C_L oznacza zbiór wyrobisk z określonymi terminami krytycznymi, a $C_W(x, t)$ zbiór wyrobisk wydrążonych w danym stanie.

Gromadzona w trakcie eksperymentów wiedza wykorzystywana jest do zmiany wartości współczynników. Jeśli wygenerowana została trajektoria niedopuszczalna, to dla kolejnej trajektorii, w kryterium lokalnym zwiększeniu powinna ulec wartość współczynnika a_1, czyli wzrosnąć powinna waga składnika szacującego odległość od zbiorów stanów niedopuszczalnych i/lub wzrosnąć wartość współczynnika b_1, co spowoduje zmniejszenie możliwości postoju maszyn. Natomiast, jeśli wygenerowana została trajektoria dopuszczalna, to dla kolejnej trajektorii wartości powyższych współczynników w kryterium mogą ulec zmniejszeniu.

4.2. Kryterium lokalne z szacowaniem kosztów i odległości od S_N

Przedstawiona zostanie teraz postać kryterium optymalizacji lokalnej, dla której w danym stanie dla każdej możliwej decyzji **nie są wyznaczane** potencjalnie następne stany, a wartości poszczególnych składników są **szacowane** bez kosztownych obliczeń.

Funkcja lokalna q składa się podobnie jak poprzednio z trzech podstawowych części. Pierwsza dotyczy szacowania kosztów wynikających z ewentualnego podjęcia rozważanej decyzji: kosztu realizacji rozważanej decyzji oraz kosztu dokończenia prac. Wartości tych kosztów nie są dokładnie wyliczane, a jedynie szacowane. Druga część $\tilde{\varphi}_1(u, x, t)$ uwzględnia oszacowanie odległości od ograniczeń czasowych i wpływa na wybór decyzji przybliżającej wykonanie chodników z określonym terminem krytycznym. W porównaniu z wcześniejszą postacią tego elementu kryterium lokalnego, czyli $\varphi_1(u, x, t)$, następuje zmniejszenie dokładności szacowania. Trzecia część zawiera składniki kryterium $\tilde{\rho}_1(u,x,t)$ i $\tilde{\rho}_2(u,x,t)$, związane z preferowaniem pewnych typów decyzji, przy czym postaci tych składników są takie same jak w poprzednim punkcie i nie ulegają zmianie.

Podstawowa postać kryterium dla rozważanego stanu s jest następująca

$$\begin{aligned} q(u,x,t) = \delta Q(u,x,t) + \ddot{Q}(u,x,t) + \alpha \cdot \ddot{\varphi}_1(u,x,t) + \\ + \beta_1 \cdot \tilde{\rho}_1(u,x,t) + \beta_2 \cdot \tilde{\rho}_2(u,x,t) \end{aligned} \tag{8}$$

Oszacowanie przyrostu całkowitego kosztu $\delta Q(u,x,t)$ może być wyznaczane z różną dokładnością. Proponowany sposób szacowania jest następujacy. Oszacowanie równe jest sumie kosztów wykonania całych chodników, rozważanych do przydzielenia maszynom w danej decyzji u_j w stanie $s = (x, t)$. Ponadto, ze względu na to, iż nie wyznaczany jest moment wystąpienia potencjalnego następnego stanu, nie wliczane są koszty postoju maszyn (bo nie jest określone przez jaki czas maszyny będą stały, a więc nie wiadomo, ile ten postój ma kosztować). Dla decyzji o dokończeniu podjętego wcześniej działania (kontynuacji transportu i drążenia przez maszyny) przyjmujemy przyrost kosztu równy 0, gdyż dla każdej rozważanej decyzji wartość ta jest taka sama, można więc ją pominąć. Oszacowanie przyrostu kosztu wyznaczane jest następująco

$$\delta Q(u,x,t) = \sum_{c:\, u^m = c} \left(\frac{dl(c)}{V_{Dr}(m)} \cdot K_{Dr}(m) \right) \tag{9}$$

gdzie:

m – numer odpowiedniej maszyny,
$dl(c)$ – długość chodnika c,
$V_{Dr}(m)$ – prędkość drążenia maszyny m,
$K_{Dr}(m)$ – koszt drążenia maszyną m,
$u^m = c$ – decyzja o przydziale maszynie m drążenie chodnika c.

Określając dolne oszacowanie kosztu zakończenia prac $\ddot{Q}(u_j, x, t)$, wzięto pod uwagę możliwość nieprzydzielania maszynie chodnika do drążenia, nawet gdy istnieje taka decyzja. Koszt dokończenia prac będzie najmniejszy, gdy pozostałe do wydrążenia chodniki będą wykonywane tylko przez najtańszą maszynę i uwzględniony zostanie koszt postoju pozostałych maszyn. Wartość $\ddot{Q}(u_j, x_k, t_k)$ wyznaczana jest następująco. Liczona jest długość $DL(u_j, x, t)$, pozostała do wydrążenia, czyli sumowana jest długość wszystkich niewydrążonych i jednocześnie nieprzydzielonych chodników, z wyłączeniem tych chodników, które są w rozważanej decyzji. Następnie obliczane jest, ile kosztuje wydrążenie tej długości przez maszyny najtańsze (oznaczone przez m_{nt}) oraz dodawany jest koszt postoju pozostałych maszyn przez czas drążenia wyznaczonej długości najtańszymi maszynami.

Wartość tego składnika obliczana jest więc następująco ($K_P(m)$ – jednostkowy koszt postoju maszyny m)

$$\ddot{Q}(u,x,t)=\frac{DL(u,x,t)}{V_{Dr}(m_{nt})}\cdot K_{Dr}(m_{nt})+\sum_{\substack{m=1,..,|M|,\\ m\neq m_{nt}}}\left(\frac{\left(\dfrac{DL(u,x,t)}{V_{Dr}(m_{nt})}\right)}{i\_m_{mt}}\cdot K_P(m)\right) \tag{10}$$

Oszacowanie $\ddot{\varphi}_1(u, x, t)$ wpływu ograniczeń czasowych może być wyznaczane w różny sposób. Przykładowo tak, aby wybierana była decyzja u_j, która wyznacza następny stan najbardziej oddalony od stanów niedopuszczalnych. Aby obliczyć wartość oszacowania, należy określić w aktualnym stanie s zapas czasu $z(c)$ dla wszystkich chodników z określonym terminem krytycznym, z wyjątkiem tych, które są już ukończone oraz tych, które mają już przydzielone maszyny a także tych, które są chodnikami przydzielanymi maszynom w rozważanej decyzji. Zapas ten uwzględnienia fakt, iż oprócz chodnika z terminem krytycznym (gdy nie jest on jeszcze dostępny) muszą zostać wydrążone chodniki, tworzące najkrótszą drogę do niego. Zapas jest różnicą pomiędzy najpóźniejszym możliwym terminem rozpoczęcia drążenia chodnika c (zakładając, że to drążenie odbywa się przy użyciu najszybszej maszyny), a czasem wydrążenia najkrótszej drogi od chodnika c, do obszaru możliwie dostępnego dla rozważanej decyzji za pomocą najszybszej maszyny.

Obszar możliwie dostępny dla rozpatrywanej decyzji u w stanie $s = (x, t)$ to obszar określony przez podgraf częściowy $G' = (C', W')$ grafu G reprezentującego strukturę połączeń sieci chodników, który utworzony jest z krawędzi grafu G odpowiadającym wydrążonym chodniki, chodnikom aktualnie przydzielonym do wykonywania maszynom oraz chodnikom przydzielanym maszynom w rozważanej decyzji oraz z wierzchołków przyległych do tych krawędzi.

Składnik $\ddot{\varphi}_1(u, x, t)$ uwzględniający powyższe założenia przyjmuje wartość najmniejszego zapasu czasu dla rozważanych chodników

$$\ddot{\varphi}_1(u_j,x,t)=\begin{cases}\infty & \text{dla} \quad \min\limits_{c} z(c\ )<0\\ \dfrac{1}{\min\limits_{c} z(c\ )} & \text{dla} \quad \min\limits_{c} z(c)\geq 0\end{cases} \tag{11}$$

4.3. Modyfikacja postaci kryterium lokalnego

W trakcie generowania trajektorii uwzględnianie dodatkowych ograniczeń we wszystkich stanach trajektorii może okazać się zbędne. W problemie DWK ma to miejsce w chwili, gdy wydrążone zostaną już wszystkie wyrobiska z terminami krytycznymi. Ograniczenia czasowe stają się wtedy nieaktywne, więc nie ma potrzeby stosowania składnika $\varphi_1(u, x, t)$ w kryterium lokalnym z generowaniem potencjalnie następnych stanów jako i $\ddot{\varphi}_1(u, x, t)$ w kryterium z szacowaniem kosztów.

5. Eksperymenty

Dla sprawdzenia skuteczności obu postaci kryterium lokalnego oraz porównania uzyskanych rezultatów wykonano eksperymenty komputerowe. Badania przeprowadzono na zestawie sieci wyrobisk korytarzowych. Każda sieć wyrobisk reprezentowana jest przez graf płaski, w którym stopień wierzchołków wynosi od 1 do 4. Liczba wyrobisk z określonymi terminami krytycznymi stanowi około 25% liczby wszystkich wyrobisk. Sieci oznaczone jako GI oznaczają sieci o regularnej topologii, z dużą ilością chodników o podobnej długości. Z kolei GII oznacza sieci o nieregularnej topologii.

Tabela 1 zawiera najlepsze znalezione koszty całkowite dla obu postaci kryterium (przyjęto oznaczenia K1 – dla kryterium z wyznaczaniem stanów potencjalnie następnych oraz K2 – dla kryterium uproszczonego) oraz liczbę stanów wygenerowanych w trakcie wyznaczania rozwiązania dopuszczalnego.

Tabela 1
Wyniki eksperymentów

	Sieć							
	GI-1a	GI-2	GI-3	GII-4	GII-5a	GII-5b	GII-6	GII-7
Liczba chodników	20	20	20	24	27	27	29	67
Najlepszy znaleziony koszt – **K1**	16922,00	17284,10	16359,90	22492,94	30946,32	30888,34	30662,32	77288,44
Liczba stanów **K1**	181	181	207	479	732	662	1371	973
Najlepszy znaleziony koszt – **K2**	16889,80	16790,60	16847,90	22552,89	30557,48	31351,94	30813,44	80989,98
Liczba stanów **K2**	21	21	21	25	28	28	30	68

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, iż zastosowanie uproszczonej wersji kryterium lokalnego dla problemu DWK daje dobre wyniki, często nawet nieco lepsze niż w przypadku kryterium z obliczaniem potencjalnie następnych stanów systemu. Ponadto liczba wykonanych obliczeń jest znacznie mniejsza. Należy jednak podkreślić, że współczynniki były dobierane „ręcznie", a uzyskane rezultaty mogłoby być znacznie lepsze przy zastosowaniu odpowiednich algorytmów dobierających proporcje pomiędzy współczynnikami.

6. Wnioski

W artykule omówione zostało tworzenie zadania optymalizacji lokalnej w metodzie GIPS. Zaproponowane zostały dwa rodzaje kryterium, różniące się ilością wykorzystywanych informacji o procesie i sterowaniu. Zawarto rozważania dotyczące dwóch wzajemnie przeciwstawnych wymagań: z jednej strony postać kryterium ma być dobra z punktu widzenia wyboru jak najlepszej decyzji, z drugiej jednak strony trzeba uwzględnić złożoność i czas obliczeń związanych z wyznaczeniem wartości kryterium lokalnego. Niestety postulaty te są najczęściej przeciwstawne. Przedstawione wyniki eksperymentów pokazują, że zastosowanie prostszej postaci kryterium lokalnego może być bardzo efektywne.

Literatura

[1] Bubnicki Z.: *Wstęp do systemów ekspertowych*. Warszawa, PWN 1990

[2] Dudek-Dyduch E.: *Formalizacja i analiza problematyki dyskretnych procesów produkcyjnych*. Zesz. Nauk. AGH, s. Automatyka, z. 54, 1990 (praca habilitacyjna)

[3] Dudek-Dyduch E.: *Learning based algorithm in scheduling.* Journal of Intelligent Manufacturing (JIM), vol. 11, no 2, Cluver Academic Publishers 2000, 135–143

[4] Dudek-Dyduch E., Dutkiewicz L., Kucharska E.: *Model algebraiczno-logiczny szeregowania zadań z uwzględnieniem transportu maszyn.* Półrocznik AGH, Automatyka, t. 8, z. 3, 2004, 553–562

[5] Kucharska E.: *Wykorzystanie modelu algebraiczno-logicznego do optymalizacji problemów szeregowania z czasem przezbrojeń zależnym od stanu.* 2006 (rozprawa doktorska)