

Robert Banasiak*, Łukasz Mazurkiewicz*, Radosław Wajman*

Algorytm wyznaczania rozkładu potencjału elektrycznego dla trójwymiarowej tomografii pojemnościowej oparty na metodzie symulowanego ładunku

1. Wprowadzenie

Elektryczna tomografia procesowa jest narzędziem pomiarowym umożliwiającym nieinwazyjną diagnostykę procesów przemysłowych [3]. Jednym ze zjawisk fizycznych wykorzystywanych w elektrycznej tomografii przemysłowej jest pole elektryczne w połączeniu z właściwościami dielektrycznymi materiałów. Dielektryk umieszczony pomiędzy elektrodami pomiarowymi wywołuje zmianę pojemności kondensatora utworzonego przez te elektrody [3, 4]. Taką metodę pomiarową nazywamy tomografią pojemnościową ECT (*Electrical Capacitance Tomography*) a jej implementacja trójwymiarowa oznaczona jest skrótem ECT 3D. Podstawową cechą tej techniki wizualizacji jest umiejętność generowania przestrzennego obrazu na podstawie zgromadzonego wektora pojemności i przy pomocy odpowiedniego algorytmu zwanego algorytmem konstrukcji bądź też rekonstrukcji obrazu [4, 5]. Problem taki nosi miano zagadnienia odwrotnego, natomiast proces obliczenia wektora pomiarowego na podstawie symulowanego rozkładu przenikalności elektrycznej nazywa się zagadnieniem prostym.

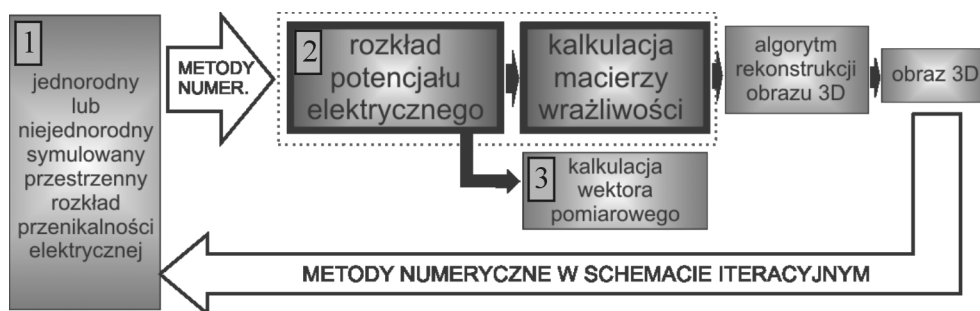
Tomografia procesowa 3D jest metodą diagnostyczną rozwijaną od niespełna pięciu lat. Pionierskie wyniki badań w dziedzinie trójwymiarowego nieinwazyjnego obrazowania zostały przedstawione w pracach dotyczących tomografii rezystancyjnej [6] i pracach dotyczących zastosowania sieci neuronowych w obrazowaniu pojemnościowym 3D [7]. Kolejne prace poświęcone zostały rozwojowi trójwymiarowych systemów tomografii pojemnościowej oraz budowaniu odpowiednich metod rekonstrukcji obrazu [8–11].

Problem znalezienia jak najlepszego numerycznego przybliżenia rozkładu pola elektrycznego jest jednym z kluczowych etapów zagadnienia prostego (bloki 1, 2 i 3) w procesie symulacji komputerowej systemu ECT 3D – co prezentuje rysunek 1.

Znane w literaturze metody numeryczne opierają się na podziale badanego obszaru na skończoną liczbę elementów tworzących siatkę 3D [4]. W celu wyznaczenia nieznanego przestrzennego rozkładu potencjałów w węzłach tej siatki konieczne jest rozwiązanie ukła-

* Katedra Informatyki Stosowanej, Politechnika Łódzka w Łodzi

du równań liniowych, aproksymujących równanie Laplace'a lub Poissona. Rozkład pola elektrycznego jest następnie wyznaczany poprzez różniczkowanie tak obliczonego rozkładu potencjałów. Elektryczna pojemnościowa tomografia procesowa 3D jest bezpośrednim rozwinięciem płaskich systemów wizyjnych ECT stąd też możliwe jest zastosowanie tych samych algorytmów numerycznych wyznaczających rozkład pola elektrycznego [4, 8, 9].



Rys. 1. Bloki funkcjonalne systemu komputerowej symulacji ECT3D z wyróżnieniem etapów obliczania rozkładu potencjału elektrycznego φ oraz macierzy wrażliwości \mathcal{S}
Objaśnienia w tekście

Często stosowaną metodą numeryczną w elektrycznej tomografii pojemnościowej jest metoda elementów skończonych (MES) [4]. Zastosowanie metody numerycznej takiej jak MES jako algorytmu wspomagającego mechanizmy wizualizacji trójwymiarowej jest niezwykle wygodne, jakkolwiek dla przypadku trójwymiarowego niezwykle czasochłonne ze względu na licznosc elementów siatki (węzłów oraz wokseli) poddanych przetwarzaniu numerycznemu. Dodatkowo należy zaznaczyć istotne ograniczenie metody MES 3D, jakim jest konieczność posługiwania się siatką elementów skończonych, co w znacznym stopniu zmniejsza jej uniwersalność. Biorąc powyższe pod uwagę, autorzy proponują nową metodę wyznaczania rozwiązania zagadnienia prostego opartą na metodzie symulowanego ładunku CSM (*Charge Simulation Method*). Rozwiązanie przedstawione w niniejszym artykule stanowi alternatywną metodę wyznaczania rozkładu pola elektrycznego. Dla zaproponowanego algorytmu autorzy przyjęli oznaczenie ZP3D_{CSM} (zagadnienie proste 3D na podstawie metody CSM).

2. Metoda symulowanego ładunku

Metoda symulowanego ładunku CSM wykorzystuje własności pola elektrostatycznego i jest techniką znaną od lat 70. XX w. [1]. Należy ona do metod numerycznych umożliwiających wyznaczenie rozkładu potencjałów w dowolnym punkcie badanej przestrzeni w oparciu o wirtualny rozkład ładunków elektrycznych zlokalizowany na brzegu tego obszaru [2]. Podejście takie powoduje, iż zachodzi jedynie konieczność przeprowadzenia dyskretyzacji powierzchni stanowiącej brzeg obszaru. W zagadnieniach elektrycznej pojemnościowej tomografii procesowej w praktyce jest to powierzchnia elektrody pomiarowej. Tak zdefiniowana koncepcja wprowadza uniwersalność, a w szczególnych przypadkach również

znaczącą redukcję czasu obliczeń na etapie wyznaczania rozkładu potencjału elektrycznego w stosunku do metod opartych na elementach siatki. Dodatkowo parametry pola elektrycznego mogą zostać wyznaczone z pominięciem skomplikowanych, czasochłonnych obliczeniowo algorytmów numerycznych, których wynik działania obarczony jest często znaczącym błędem numerycznym. Wadą metody CSM jest to, iż jest ona nieskomplikowana dla homogenicznego rozkładu materiału w obszarze czujnika 3D. W przypadku środowisk multi dielektrycznych wyznaczenie rozkładu pola elektrycznego jest procesem złożonym obliczeniowo i czasochłonnym.

2.1. Mechanizm CSM

Istnienie pola elektrycznego można wykryć wprowadzając do niego ładunek próbny Q_0 . W polu elektrycznym na ładunek próbny działa siła F . Natężenie pola elektrycznego E definiuje się zatem jako stosunek siły F , działającej na dodatni ładunek próbny Q_0 , do wartości tego ładunku

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0} \quad (1)$$

Natężenie pola elektrycznego jest wektorem. W każdym punkcie przestrzeni wektor \vec{E} może mieć inną wartość i inny kierunek. Obliczanie natężenia pola elektrycznego w dowolnym punkcie przestrzeni jest możliwe zawsze gdy znamy rozkład ładunków wytwarzających to pole. Jeżeli badane pole jest wytwarzane przez ładunek punktowy q , to zgodnie z prawem Coulomba

$$E = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r^2} \quad (2)$$

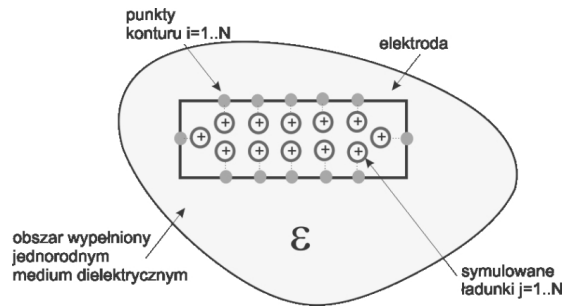
gdzie:

- ϵ_0 – przenikalność elektryczna próżni,
- ϵ_r – przenikalność elektryczna materiału umieszczonego w badanej przestrzeni,
- r – odległość od rozważanego ładunku punktowego.

Jeżeli zaś pole elektryczne jest wytwarzane przez pewną liczbę ładunków punktowych q_1, q_2, \dots, q_n to natężenie pola w określonym punkcie można wyznaczyć sumując natężenia pól pochodzących od poszczególnych ładunków na podstawie zasady superpozycji

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n \quad (3)$$

W celu wyznaczenia nieznanego rozkładu pola elektrycznego reprezentowanego przez potencjał elektryczny w znanym, ograniczonym obszarze w którym zdefiniowana jest elektroda, ładunki rozłożone na powierzchni tej elektrody mogą być zastąpione przez N fikcyjnych (symulowanych) ładunków umieszczonych wewnątrz tej elektrody (rys. 2).



Rys. 2. Rozkład symulowanych ładunków w metodzie CSM

Rodzaj ładunku (dodatni, ujemny) oraz jego położenie (x, y, z) są wielkościami z góry ustalonymi. Nie jest natomiast znana ich wartość. W celu wyznaczenia wartości symulowanych ładunków na powierzchni elektrody wybiera się M punktów tworzących kontur. W praktycznych zastosowaniach liczba symulowanych ładunków N musi odpowiadać liczbie zdefiniowanych na elektrodzie punktów M . Wymaga się również, by potencjał w punkcie $m \in M$ wynikający z zasady superpozycji zastosowanej do N symulowanych ładunków był równy znanemu potencjałowi elektrody wynikającemu z zastosowanych warunków.

Niech Q_j będzie zdefiniowane jako j -ty ładunek symulowany, a φ będzie znanym potencjałem na powierzchni elektrody. Stosując zasadę superpozycji, możemy skonstruować następujące równanie

$$\sum_{j=1}^N F^{\varphi}_{ij} Q_j = \varphi \quad (4)$$

gdzie F^{φ} jest tzw. współczynnikiem potencjału, który może być wyznaczony analitycznie dla różnych rodzajów ładunków poprzez rozwiązanie równania Laplace'a i wyraża związek pomiędzy symulowanym ładunkiem j a potencjałem elektrycznym w węźle i . Stosując równanie (4) dla wszystkich punktów wyznaczonego konturu, otrzymuje się następnie równanie macierzowe odzwierciedlające układ N równań liniowych z N niewiadomymi, którymi są poszukiwane wartości symulowanych ładunków

$$\left[F^{\varphi} \right]_{N \times N} \cdot [Q]_N = [\varphi]_N \quad (5)$$

gdzie:

- F – macierz współczynników potencjałów,
- Q – wektor szukanych wartości ładunków,
- φ – wektor wymuszeń określonym na podstawie warunków brzegowych.

Równanie (5) rozwiązuje się względem Q

$$Q_N = (F^{\varphi}_{N \times N})^{-1} V_N \quad (6)$$

Równanie macierzowe (6), jak wcześniej wspomniano, jest układem N -równań liniowych

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^{\varphi}_{Q_1 P_1} & F^{\varphi}_{Q_2 P_1} & \dots & F^{\varphi}_{Q_N P_1} \\ F^{\varphi}_{Q_1 P_2} & F^{\varphi}_{Q_2 P_2} & \dots & F^{\varphi}_{Q_N P_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F^{\varphi}_{Q_1 P_N} & F^{\varphi}_{Q_2 P_N} & \dots & F^{\varphi}_{Q_N P_N} \end{bmatrix}^{(-1)} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_N \end{bmatrix} \quad (7)$$

W równaniu (7) występuje macierz współczynników potencjałów F^{φ} . Współczynniki te można obliczyć, stosując zależność

$$F^{\varphi}_{Q_j P_i} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \epsilon_{medium}} \cdot \left(\frac{1}{d_{Q_j P_i}} \right) \quad (8)$$

gdzie $d_{Q_j P_i}$ jest metryką euklidesową pomiędzy lokalizacją punktu, dla którego wyznaczana jest wartość potencjału elektrycznego i lokalizacją ładunku – równanie

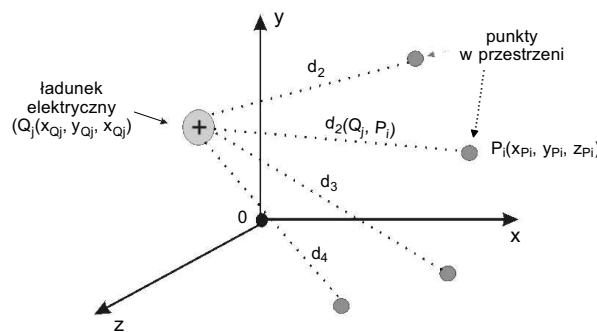
$$d_{Q_j P_i} = \sqrt{(x_{Q_j} - x_{P_i})^2 + (y_{Q_j} - y_{P_i})^2 + (z_{Q_j} - z_{P_i})^2} \quad (9)$$

gdzie:

$x_{Q_i}, y_{Q_i}, z_{Q_i}$ – współrzędne lokalizacji symulowanego ładunku Q_j ,

$x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i}$ – współrzędne lokalizacji punktu P_i .

Ilustruje to również rysunek 3.



Rys. 3. Odległość punktów od ładunku Q

Tak otrzymane wartości symulowanych ładunków pozwalają wyznaczyć potencjał pola elektrycznego w dowolnym punkcie rozważanego obszaru poza wnętrzem elektrody.

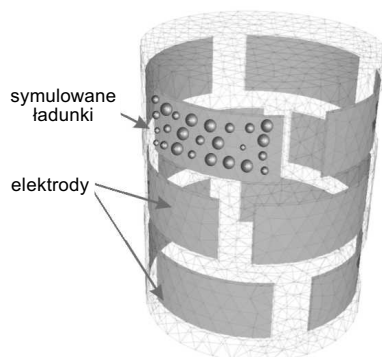
Potencjał φ_i dla punktu i określonego współrzędnymi (x, y, z) wyznacza się, stosując równanie

$$\varphi_i = \sum_{j=1}^N \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \epsilon_{mat(i)}} \cdot \left(\frac{1}{d_{Q_j P_i}} \right) \cdot Q_j \quad (10)$$

gdzie $\epsilon_{mat(i)}$ określa wartość przenikalności elektrycznej dla materiału w punkcie i .

2.2. Algorytm wyznaczania przestrzennego rozkładu potencjału dla czujnika pojemnościowego 3D za pomocą mechanizmu CSM

Wyznaczenie rozkładu potencjałów w czujniku pojemnościowym 3D przy zastosowaniu metody symulowanego ładunku autorzy proponują przeprowadzić z podziałem na kilka etapów. W pierwszym kroku, po wczytaniu siatki opisującej model czujnika 3D należy wyznaczyć obszary elektrod, zdefiniować warunki brzegowe a następnie wyznaczyć elektrodę o najmniejszej liczbie węzłów – N w celu znalezienia najmniejszej wspólnej liczby węzłów elementów (trójkątów) opisujących powierzchnie elektrod. Następnie, mając określoną elektrodę startową oraz minimalną liczbę węzłów N , należy ustawić dla tej elektrody pozycje fikcyjnych ładunków dla wszystkich niezależnych liniowo węzłów elektrody (rys. 4). Tak obrane węzły odzwierciedlają punkty konturu zdefiniowane dla metody CSM.



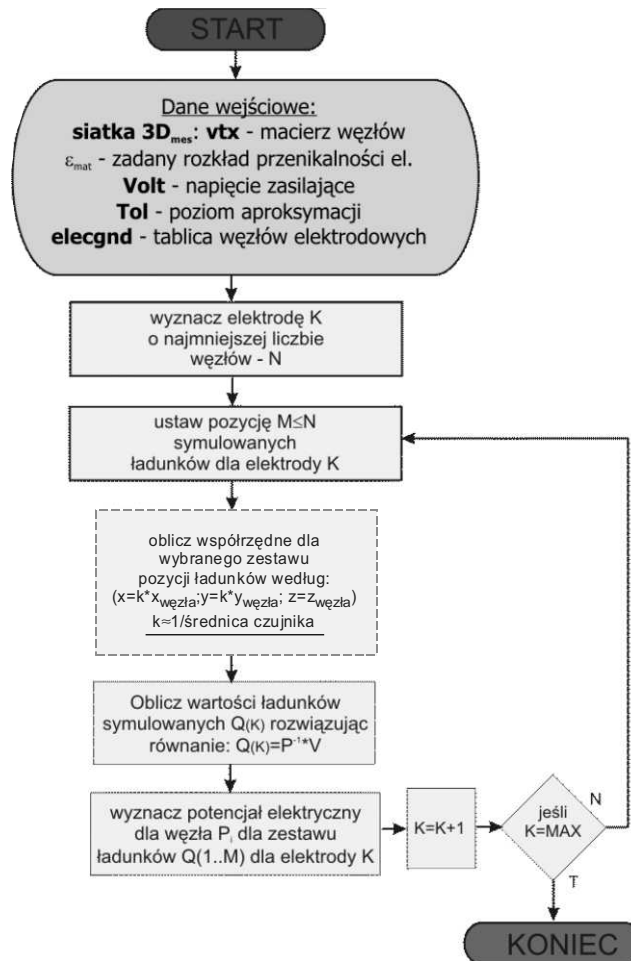
Rys. 4. Przykładowy rozkład symulowanych ładunków w pobliżu elektrody

Współrzędne (x, y, z) położenia symulowanych ładunków są wyznaczone na podstawie przemnożenia odpowiednich współrzędnych rozpatrywanego węzła elektrody przez współczynnik skali k . Autorzy zdecydowali się zdefiniować współczynnik skali k jako stosunek grubości elektrody T_e do promienia R profilu czujnika, w przypadku gdy profil ma przekrój walcowy

$$k = \frac{T_e}{R} \quad (11)$$

Lokalizacja symulowanych ładunków modyfikowana współczynnikiem w obszarze elektrody ma istotny wpływ na rozkład pola elektrycznego generowanego przez tę k elektrodę – w praktyce najlepsze rezultaty dawała wartość współczynnika k z przedziału $< 0,5$; $2 >$ i uzależniona była od złożoności siatki 3D, geometrii i kształtu elektrod oraz rozmiarów profilu czujnika. W kolejnym kroku obliczana jest macierz wartości symulowanych ładunków według równań (6) i (7). Znając wartości symulowanych ładunków rozmieszczonych w strukturze elektrody można obliczyć za pomocą algorytmu wartości potencjałów dla wszystkich zadanych punktów obszaru czujnika (siatka wierzchołków), według równań (8)–(10). Cykl ten powtarzany jest dla każdej elektrody pomiarowej.

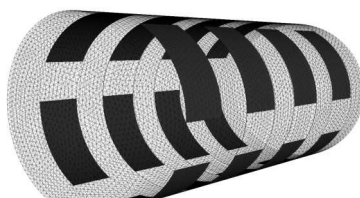
Schemat blokowy algorytmu $ZP3D_{CSM}$ zaprezentowany został na rysunku 5.



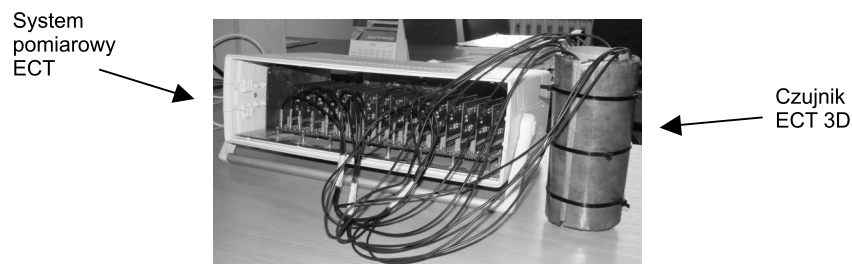
Rys. 5. Schemat blokowy algorytmu wyznaczania przestrzennego rozkładu potencjału elektrycznego przy zastosowaniu metody CSM ($ZP3D_{CSM}$)

3. Wyniki

Algorytm obliczania pola elektrycznego $ZP3D_{CSM}$ oparty na technice symulowanego ładunku może z powodzeniem zastąpić metodę elementów skończonych w tych etapach symulacji ECT 3D, w których obliczany jest rozkład potencjału elektrycznego dla modelu czujnika 3D wypełnionego materiałem homogenicznym (rys. 1). W celu weryfikacji opracowanego algorytmu autorzy przeprowadzili szereg eksperymentów przy zastosowaniu komputerowego modelu czujnika ECT 3D 16-elektrodowego o geometrii elektrod jak na rysunku 6 oraz 12-elektrodowego, rzeczywistego trójwymiarowego czujnika ECT podłączonego do systemu pomiarowego elektrycznej tomografii pojemnościowej (rys. 7).



Rys. 6. Komputerowy model czujnika ECT 3D



Rys. 7. System pomiarowy ECT 3D

Plan eksperymentów został poświęcony trzem problemom:

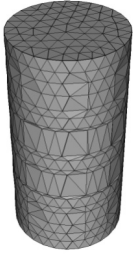
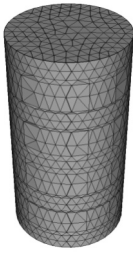
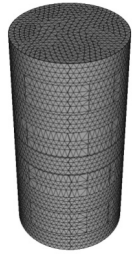
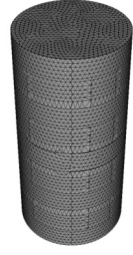

- 1) porównaniu metody elementów skończonych i algorytmu $ZP3D_{CSM}$ (jako główne kryterium porównawcze przyjęto szybkość obliczenia rozkładu potencjałów);
- 2) wyznaczeniu macierzy wrażliwości na podstawie rozkładu potencjału obliczonego za pomocą $ZP3D_{CSM}$;
- 3) rekonstrukcji obrazu 3D na podstawie rzeczywistych pomiarów i macierzy czułości wyznaczonej na podstawie rozkładu potencjału obliczonego za pomocą $ZP3D_{CSM}$.

W celu zrealizowania powyższego planu eksperymentów przestrzeń czujnika została zdyskretyzowana przy pomocy pięciu różnych siatek nieregularnych dla metody elementów Skończonych. Ponieważ metoda wyznaczania rozkładu potencjałów oparta na CSM nie

wymaga zdefiniowania zbioru elementów skończonych więc te same siatki zostały wykorzystane w trakcie weryfikacji algorytmu ZP3D_{CSM}. Zestaw siatek biorących udział w eksperymentach zaprezentowano w tablicy 1.

Bezpośrednie porównanie metody elementów skończonych i algorytmu ZP3D_{CSM} polegało na wyznaczeniu przestrzennego rozkładu potencjału elektrycznego dla wszystkich wymienionych powyżej siatek, na powierzchni których zostały zaznaczone obszary elektrod (jak na rys. 6).

Tablica 1
Zestaw siatek do eksperymentów

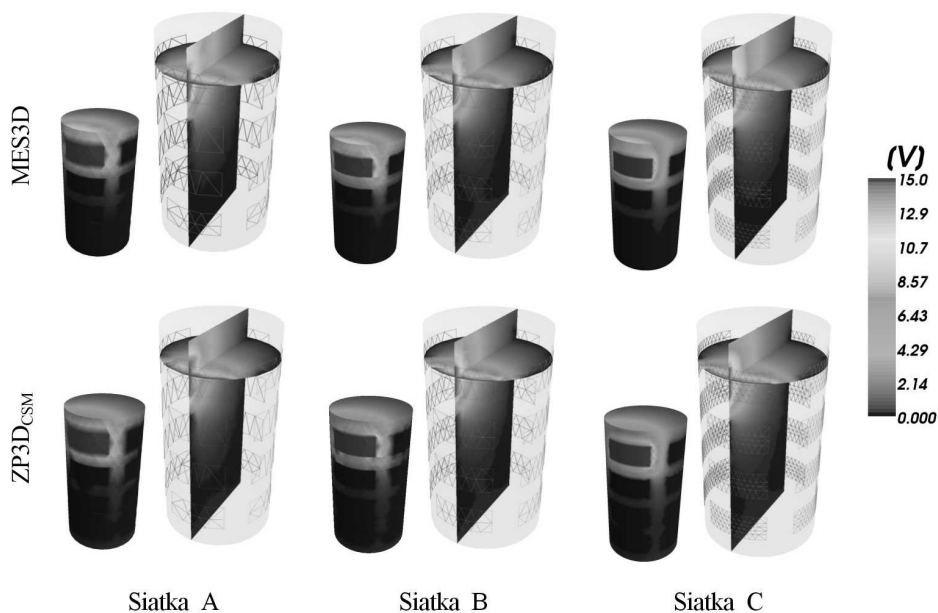
| | Siatka_A | Siatka_B | Siatka_C | Siatka_D | Siatka_E |
|-----------------------------------|--|--|--|---|--|
| Woksele | 4800 | 16500 | 53500 | 159000 | 362000 |
| Wierzchołki | 1200 | 3400 | 11100 | 30100 | 68000 |
| Komputerowy Model Czujnika ECT 3D |  |  |  |  |  |

Potencjał wyznaczono dla symulowanego, jednorodnego rozkładu materiału o względnej przenikalności elektrycznej równej $\epsilon = 2,5$, co odpowiada całkowitemu wypełnieniu obszaru czujnika granulatem z tworzywa sztucznego. Jako warunki brzegowe dla symulacji przyjęto napięcie wymuszające 15V, a symulacja oparta była na klasycznym protokole pomiarowym ECT, gdzie liczba m – niezależnych pomiarów pojemności przy n elektrodach pomiarowych określona jest równaniem

$$m = \frac{n(n-1)}{2} \quad (12)$$

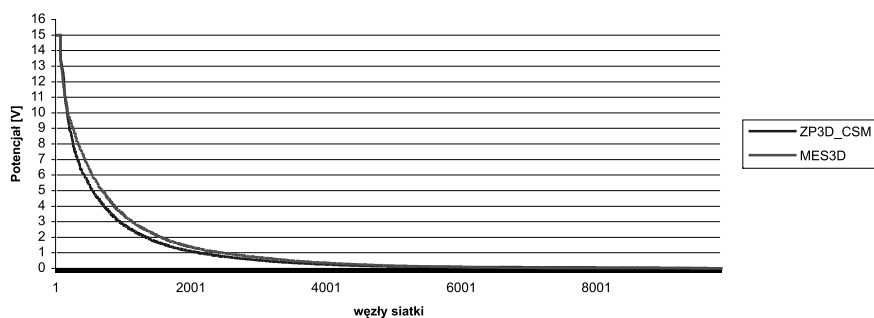
Przykładowe wyniki wizualizacji (Siatka_A, Siatka_B, Siatka_C) symulowanego, trójwymiarowego rozkładu potencjału elektrycznego dla elektrody nr 1 przy zastosowaniu obydwu metod pokazuje rysunek 8.

Jak widać na rysunku nowy algorytm w poprawny sposób oblicza rozkład potencjałów według zadanych warunków brzegowych. Wartości potencjału maleją od elektrody wymuszającej (potencjał $\varphi = 15$ V), rozchodząc się przestrzennie w kierunku elektrod uziemionych (potencjał $\varphi = 0$ V). Przykładowe krzywe rozkładu potencjału elektrycznego wzdłuż linii łączącej środki elektrody nr 1 i elektrody nr 2 dla MES 3D i algorytmu ZP3D_{CSM} przedstawia rysunek 9.



Rys. 8. Wizualizacja 3D symulowanego rozkładu potencjału elektrycznego

Wykres rozkładu potencjału elektrycznego w obszarze czujnika względem elektrody nr 1



Rys. 9. Krzywe rozkładu potencjału elektrycznego wzdłuż linii łączącej środki elektrody nr 1 i elektrody nr 2 dla MES 3D i algorytmu ZP3D_CSM

W celu zbadania efektywności nowej metody wykonano szereg obliczeń dla każdej z siatek i zmierzono czas, w jakim porównywane metody dają końcowy wynik w postaci macierzy wartości potencjałów elektrycznych. W trakcie tych eksperymentów okazało się, iż nie jest możliwe zastosowanie algorytmu MES 3D dla Siatki_D oraz Siatki_E. Jednym z etapów przetwarzania danych w metodzie elementów skończonych jest konstruowanie tzw. macierzy sztywności (*stiffness matrix*), która charakteryzuje się tym, iż jej liczba wierszy i kolumn równa się liczbie węzłów w przetwarzanej siatce.

Przy zastosowaniu techniki MES dla Siatki_D macierz ta miałaby rozmiar 30 100×30 100 elementów i musiałaby zajmować około 6,7 GB pamięci RAM. W przypadku Siatki_E potrzebna do jej przechowywania pamięć wynosiłaby aż 34,5 GB. Zastosowanie teorii macierzy rzadkich do opisu struktury macierzy sztywności przynosi wprawdzie nieznaczną poprawę lecz nie eliminuje całkowicie tego problemu. W praktyce rozmiary tych struktur powodują istotne trudności w ich przechowywaniu, a przetwarzanie komputerowe tak dużych siatek przy pomocy MES 3D staje się niewykonalne.

Problemy te nie występują w przypadku algorytmu ZP3D_{CSM}, gdzie największa z przetwarzanych przez algorytm struktur danych dla Siatki_E zajmuje około 46MB pamięci RAM. Stąd bezpośrednie porównanie obydwu metod dotyczy jedynie Siatki_A, Siatki_B oraz Siatki_C. Szereg przeprowadzonych obliczeń wykazał znaczącą przewagę szybkości nowego algorytmu ZP3D_{CSM} nad klasyczną metodą elementów skończonych. Wyniki tych eksperymentów zamieszczono w tabeli 1. Testy przeprowadzono na komputerze wyposażonym w procesor Intel Core2 Duo 2,16 GHz i 2 GB pamięci RAM w środowisku Matlab 2006b.

Tabela 1
Porównanie czasów obliczeń dla algorytmu MES i algorytmu autorskiego opartego na metodzie CSM

| | Siatka_A | Siatka_B | Siatka_C | Siatka_D | Siatka_E |
|---------------------|--------------|---------------|----------------|---------------------|---------------------|
| Woksele | 4839 | 16504 | 53534 | 158649 | 361835 |
| Wierzchołki | 1196 | 3413 | 11097 | 30090 | 67808 |
| ZP3D _{CSM} | 0,89s | 4,51s | 64,51s | 267,08s | 1750,86s |
| MES 3D | 1,21s | 34,96s | 454,53s | brak pamięci | brak pamięci |

Z analizy tabeli 1 widać wyraźną przewagę szybkości algorytmu ZP3D_{CSM}. Co więcej, różnica ta posiada trend wzrostowy wraz z zastosowaniem siatek o większej gęstości elementów. Dla Siatki_C różnica ta jest już ponad siedmiokrotna. Tak znaczące przyspieszenie symulacji komputerowej pozwala stosować bardziej złożone struktury siatek dla których później zostanie skonstruowany obraz 3D. Siatki o dużym upakowaniu elementów pozwalają minimalizować błąd numeryczny obarczający wartości rozkładu potencjałów oraz budować obraz 3D z mniejszych elementów co umożliwi bardziej precyzyjne odwzorowanie kształtów obiektów w rekonstruowanym obrazie.

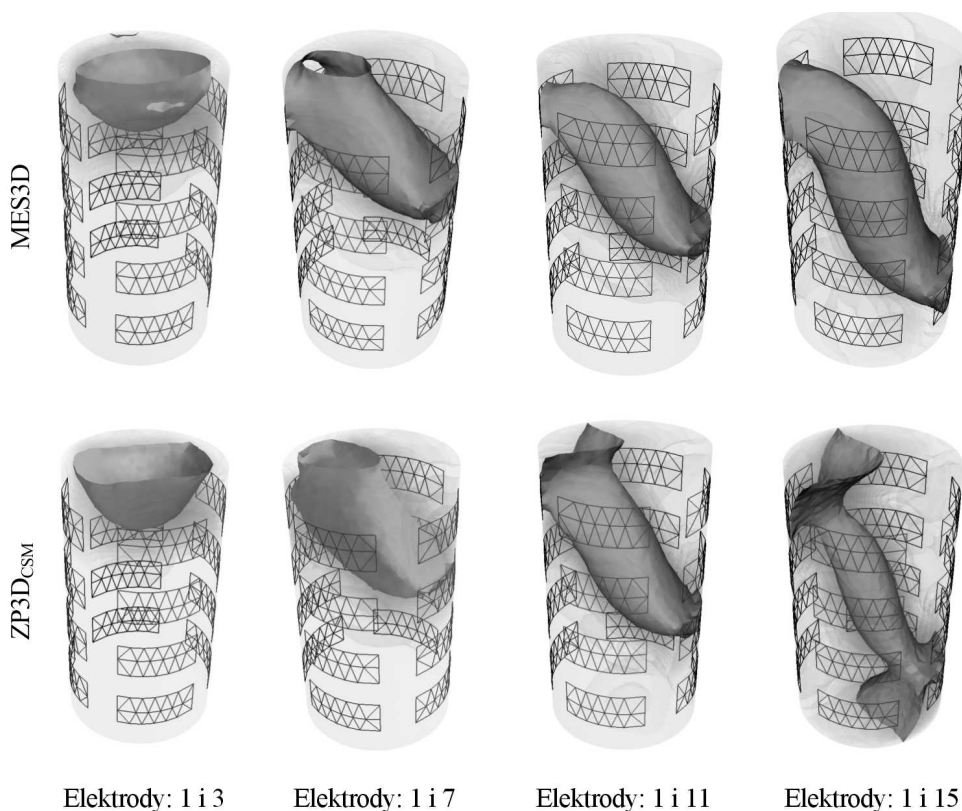
Mając wyznaczony rozkład potencjału elektrycznego w węzłach, można wyznaczyć rozkład map wrażliwości dla przestrzeni czujnika, korzystając ze wzoru omówionego w [5]

$$S_{i(SR)j} = \int_{A_j} \frac{E_{S,j}}{V_S} \frac{E_{R,j}}{V_R} dA,$$

gdzie $E_{S,j}$ oraz $E_{R,j}$ są wartościami natężenia pola elektrycznego dla woksela j , gdy zaistnieje różnica potencjałów V_S i V_R pomiędzy elektrodą wymuszającą S i uziemioną R . A jest

obszarem punktu j . Rozważana para nadawczo-odbiorcza jest i -tą kombinacją pomiarową z całego cyklu pomiarowego. Tak sformułowaną metodę wyznaczania map czułości dla ECT 3D przedstawiono w pracy dotyczącej numerycznego obliczania zagadnienia prostego dla trójwymiarowej tomografii pojemnościowej [8–11].

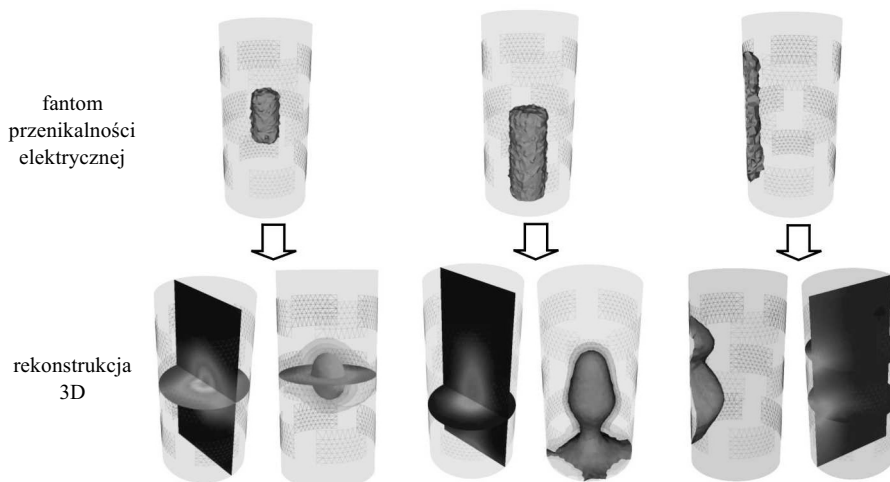
Zastosowanie znanego w literaturze wzoru dla obliczonego za pomocą algorytmu $ZP3D_{CSM}$ rozkładu potencjału elektrycznego umożliwiło wyznaczenie map czułości, których próbki przedstawia rysunek 10.



Rys. 10. Mapy wrażliwości obliczone dla różnych sekwencji pomiarowych za pomocą metody elementów skończonych oraz autorskiej algorytmu

Mapy wrażliwości wygenerowane za pomocą autorskiej metody poprawnie odwzorowują te obszary czujnika w których zmiana przenikalności elektrycznej będzie powodowała zmianę pojemności. W celu weryfikacji poprawności macierzy wrażliwości autorzy dokonali rekonstrukcji obrazu na podstawie wektora pomiarowego pozyskanego z rzeczywistego systemu ECT3D (rys. 7). Jako algorytm rekonstrukcji zastosowano 100 iteracji projekcyjnego Landwebera [5]. Jak wynika z wcześniejszych doświadczeń autorów [8], metoda ta

dobrze funkcjonuje w przypadku przetwarzania danych trójwymiarowych oferując przy tym zadowalającą sprawność obliczeniową. Przykładowe wyniki rekonstrukcji obrazu przy zastosowaniu macierzy wrażliwości obliczonych na podstawie $ZP3D_{CSM}$ przedstawia rysunek 11.



Rys. 11. Przykładowe trójwymiarowe obrazy zrekonstruowane z uwzględnieniem autorskiej metody $ZP3D_{CSM}$ na etapie wyznaczania map wrażliwości

Otrzymane rekonstruowane obrazy zawierają obiekty o kształtach zbliżonych do rzeczywistych modeli zastosowanych w trakcie eksperymentu. Oznacza to, iż rekonstrukcja przebiegła prawidłowo. Autorzy pragną podkreślić tu ogromne znaczenie macierzy wrażliwości w trakcie rozwiązywania zagadnienia odwrotnego, gdyż odpowiada ona za właściwe odwzorowanie wektora pomiarowego w obraz.

4. Podsumowanie

Przeprowadzone eksperymenty z użyciem rzeczywistego systemu pomiarowego ECT 3D, jak również badania prowadzone poprzez symulację komputerową wykazały przydatność, skuteczność i uniwersalność zaproponowanego w ramach niniejszego artykułu algorytmu wyznaczania rozkładu potencjałów przy wykorzystaniu metody symulowanego ładunku. Jak pokazały wyniki badań, zaprezentowana metoda $ZP3D_{CSM}$ umożliwia poprawną kalkulację przestrzennego rozkładu potencjału elektrycznego. Unikalną cechą zaproponowanego algorytmu jest to, że jest on niezależny od rozkładu elementów skończonych wewnątrz siatki 3D tak, jak to miało miejsce dla metody MES i jej pochodnych. Wymaga się jedynie znajomości rozkładu tych węzłów na powierzchni siatki, które tworzą obszary aktywne elektrod pomiarowych i daje możliwość wyznaczenia przestrzennego rozkładu potencjałów w dowolnym punkcie przestrzeni czujnika, jednocześnie oferując znaczącą, w stosunku do metody elementów skończonych, redukcję czasu obliczeń kompu-

terowych niezbędnych do wyznaczenia rozwiązania zagadnienia prostego. Wymienione zalety pozwalają autorom postawić istotny krok w kierunku nowych, alternatywnych metod symulowania systemu trójwymiarowej elektrycznej tomografii pojemnościowej. W przyszłości autorzy zamierzają również rozwinąć niniejszy algorytm w kierunku jego zastosowań dla niejednorodnego rozkładu przenikalności elektrycznej, co pozwoliłoby w pełnym zakresie wyeliminować konieczność stosowania metody elementów skończonych i jej pochodnych.

Literatura

- [1] Singer H., Steinbigler H., Weiss P.: *A charge simulation method for the calculation of high voltage fields*. IEEE Trans. Power Apparatus Systems PAS-93, 1974, 1660–1668
- [2] Raamachandran J., Rajamohan C.: *Analysis of Composite Plates Using Charge Simulation Method*. Engineering Analysis of Boundary Elements, 18, 1996, 131–135
- [3] Płaskowski A., Beck M.S., Krawczyński J.S.: *Flow imaging for multi-component flow measurement*. Trans. Inst. Meas. Control 9, 1987, 108–112
- [4] Sikora J.: *Algorytmy numeryczne w tomografii impedancyjnej*. Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2000
- [5] Yang W.Q., Peng L.: *Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography*. Meas. Sci. Technol., vol. 14, No. 1, 2003, R1–R13
- [6] York T.A., Mazurkiewicz Ł., Poydorides N., Mann R., Grieve B.: *Image Reconstruction for Pressure Filtration Using EIDORS 3D*. 3rd World Congress on Industrial Process Tomography, Banff, Canada, 2003, 559–564
- [7] Warsito W., Fan L-S.: *Development of 3-Dimensional Electrical Capacitance Tomography Based on Neural Network Multi-criterion Optimization Image Reconstruction*. Proc. 3rd World Congress on Industrial Process Tomography, Banff, Canada, 2003, 942–947
- [8] Wajman R., Mazurkiewicz Ł., Banasiak R.: *The numerical calculation of the characteristic parameters of the electrical field in the sensor of electrical process tomography*. 3rd International Symposium on Process Tomography in Poland, Lodz 2004, 161–164
- [9] Wajman R., Banasiak R., Mazurkiewicz Ł., Dyakowski T., Sankowski D.: *Spatial imaging with 3D capacitance measurements*. Measurement Science and Technology, vol. 17, 2006, 2113–2118
- [10] Banasiak R., Wajman R., Mazurkiewicz Ł.: *Study of sensor layout for Three-Dimensional Electrical Capacitance Tomography*. 4rd International Symposium on Process Tomography in Poland, Warszawa 2006, 147–150
- [11] Soleimani M.: *Three-dimensional electrical capacitance tomography imaging*. [w:] Non-Destructive Testing and Condition Monitoring, vol. 48, No. 10, October 2006, 613–617