

Michał Turek\*

## **Metoda opisu brył przestrzennych z użyciem regułowej reprezentacji wiedzy\*\***

### **1. Wprowadzenie**

Opisana w artykule metoda została opracowana głównie dla potrzeb algorytmów szacujących gabaryty złożonych brył w przestrzeni 3D. Jest częścią większego opracowania, dotyczącego przestrzennego modelowania powierzchni i tkanin – będącego obecnie w fazie eksperymentów. W końcowym zastosowaniu praktycznym metoda umożliwi szybkie szacowanie kształtów brył oraz projektowanie siatek 3D zawierających w swoim obrębie przetwarzane bryły. Wynikowe siatki mogą stanowić wzorce dla opracowania opakowań produktów, pokrowców ochronnych dla rozmaitych urządzeń, lub dających się zdemontować sztywnych obudów, mieszczących w sobie zadane obiekty. Podstawowym problemem opracowania było stworzenie przekształcenia (transformaty), która na podstawie dostarczonych obiektów 3D (reprezentowanych także w postaci siatek trójkątów w przestrzeni 3D) stworzy bazę przydatnych dla metody informacji. Transformata ta zakłada stworzenie puli specjalnie zmodyfikowanych reguł (wzorowanych na regułach wnioskowania), łączących swoją treścią wyróżnione w przestrzeni 3D punkty – wokół i wewnątrz zadanych brył. Przetwarzanie zbioru reguł umożliwi wychwycenie istotnych informacji o parametrach brył – przykładowo o wymiarach fragmentów bryły, ogólnych informacji o kształcie bryły, czy w przypadku brył składających się z kilku elastycznie połączonych elementów – o sposobie łączenia lub stopniach swobody połączeń. Proces analizy takich danych, będzie przetwarzał je w sposób zbliżony do techniki wnioskowania wstecz prowadzonego na klasycznej, kodowanej z użyciem reguł bazie wiedzy.

Zaletą proponowanej metody jest przede wszystkim produkowanie niewielkiej ilości informacji pośredniej, opisującej wejściowy kształt. Ponadto umożliwia ona łatwe parametryzowanie całego procesu analizy – głównie pod kątem precyzji kodowania wynikowego kształtu. Dzięki niewielkiej ilości informacji i przejrzystej formie jej zapisu możliwa staje się także ręczna edycja danych (np. przy użyciu interfejsu graficznego, umożliwiającą

---

\* Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

\*\* Praca ta stanowi także przygotowanie do wniosku grantowego

cego edycję powstałego na podstawie reguł szkieletu bryły [9]) – umożliwiającą na poziomie reguł opisujących wprowadzenie dodatkowych wymogów dla wyników (np. uwzględnienie stopni swobody pomiędzy elementami bryły itp.).

W większości przypadków dane wejściowe dla algorytmów wykonujących przekształcenia figur w przestrzeni 3D to zbiory siatek trójkątów lub wielokątów o większej liczbie wierzchołków – otwartych w przypadku powierzchni lub zamkniętych, gdy dane mają dodatkowo reprezentować bryły z kubaturą. Każda z siatek w takim zbiorze to połączone ze sobą krawędziami wielokąty, reprezentowane przez zbiory przypisanych im wierzchołków. Taka reprezentacja danych wejściowych jest stosunkowo wygodna do kodowania i przede wszystkim bardzo popularna – stanowiąc typowy produkt różnego typu programów do modelowania brył 3D, czy skanerów trójwymiarowych<sup>1)</sup>. Dlatego zostanie zastosowana również w opisywanej artykule metodzie.

## 2. Założenia

Założeniem podstawowym przy projektowaniu metody było dostarczenie rozwiązania, które na bazie siatek trójwymiarowych będzie w stanie szacować kształt i gabaryty obiektów trójwymiarowych – dając wyniki dużo bardziej dokładne i kompletne niż przykładowo technika obliczania *bounding-box* czy szacowanie gabarytów z dopasowaniem do podstawowych figur geometrycznych (np. kula) [6]. Z uwagi na fakt, że najbardziej popularnym sposobem kodowania wszelkiego typu brył 3D są siatki wielokątów (*polygon mesh*) do założeń w pierwszej kolejności należy dodać użycie takich właśnie siatek jako materiału wejściowego. Podawana na wejście informacja będzie miała postać zbiorów osadzonych w przestrzeni 3D punktów, oraz połączeń między nimi (tworzących sumarycznie wielokąty składające się na daną siatkę).

Drugim założeniem jest zastosowanie specjalnie zdefiniowanego formatu danych, który będzie pośredniczył pomiędzy danymi wejściowymi a wynikami. Struktury danych, opisane tym formatem będą tworzone tylko raz na podstawie siatki 3D. Będą zawierały jedynie wyselekcjonowaną i uogólnioną informację o obiektach, istotną z punktu widzenia dalszej analizy. Po przygotowaniu takich danych możliwe będzie łatwe i wielokrotne generowanie rozwiązań w różnych, zadanych parametrach wariantach.

Większość istniejących już metod wykorzystywanych do generowania siatek oblekających dany obiekt bazuje na operacji skalowania obiektu z ewentualną eliminacją kolidujących fragmentów (otwieranie siatek obrazujących obiekt wejściowy) [2]. Inne bazują na zestawach gotowych wzorców 3D i dopasowywaniu ich do przetwarzanego obiektu – również ograniczając działanie do skalowania i dopasowywania szablonów. Możliwości zastosowania takich metod są naturalnie ograniczone – głównie kształtem obrabianego obiektu. Dlatego metody te są przeważnie dedykowane wyłącznie do obróbki specyficznych klas

---

<sup>1)</sup> Większość materiałów do testów metody była pozyskiwana za pomocą rotacyjnego skanera 3D firmy Roland, będącego typowym przykładem urządzenia służącego do pozyskiwania siatek wielokątów obrazujących rzeczywiste (skanowane) bryły.

obiektów zbliżonych do równoległocianu lub obrazujących przykładowo człowieka (ubieranie humanoida) [1].

Opisywana metoda bazować będzie na analizie wnętrza (kubatury) zadanego obiektu, budując następnie „szkielet” rozplanowania obiektu w przestrzeni 3D. Szkielet ten zostanie zakodowany za pomocą wspomnianego formatu pośredniego danych. Kodowanie takie wymaga opracowania transformaty, która przeprowadzi siatkę wielokątów w zbiór „reguł”, zawierających informację o poszczególnych ogniskach szkieletu oraz relacjach między ogniskami. Reguły, tworząc relacje między ogniskami, przeniosą informację o szkielecie obiektu.

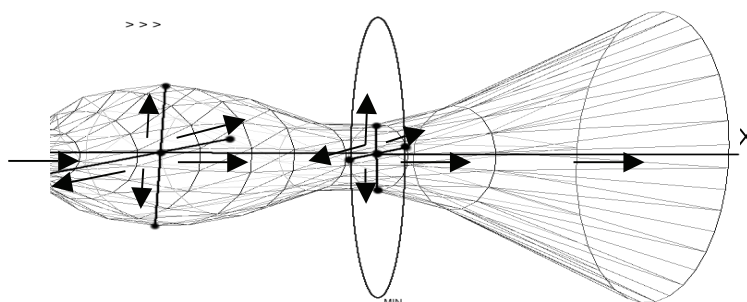
### 3. Analiza brył 3D

Ujmując opis metody w kilku słowach, opracowana transformata siatki 3D do postaci uporządkowanego zestawu „reguł” polega na budowie szkieletu 3D zadanej bryły, opisywanego regułami. Całość procedury realizowana jest w trybie rekurencyjnego poszukiwania punktów w przestrzeni 3D nazwanych roboczo *punktami wyróżnionymi* danej bryły. Punkty, które znajdują się wewnątrz bryły lub w jej sąsiedztwie, są istotne dla budowanego szkieletu. Przestrzeń wewnątrz bryły jest analizowana stopniowo, biorąc pod uwagę tzw *bieżący punkt analizy* (od którego w danym kroku rozpoczynane są cząstkowe poszukiwania) i korygując ten punkt z każdym krokiem algorytmu. Korekta będzie określana przez wartość także jednoznacznie definiowanego *wektora kierunku przetwarzania* i w większości przypadków (o których niżej) będzie polegała na przesunięciu punktu o ten wektor w przestrzeni 3D. Poszukiwanie *punktów wyróżnionych* rozpoczyna się w dowolnym punkcie przestrzeni 3D, znajdującym się wewnątrz bryły oraz w również dowolnym początkowym kierunku przetwarzania (zadany *wektorem kierunku przetwarzania*). Pojedynczy krok transformaty będzie polegał w pierwszej kolejności na stwierdzeniu, czy bieżący punkt znajduje się wewnątrz bryły. W tym celu wyseparowany zostanie fragment bryły, składający się z punktów siatki wejściowej leżących w niewielkiej odległości od płaszczyzny, na której leży startowy punkt i do której bieżący *wektor kierunku przetwarzania* jest wektorem normalnym (rys. 1). Metryką dystansu będzie wartość standardowej funkcji odległości punktu od płaszczyzny w przestrzeni 3D – zmodyfikowanej dla łatwego wykorzystania wektora kierunku przetwarzania do postaci normalnej (wyrażenie po prawej)

$$d(P, m) = \frac{|Ax_p + By_p + Cz_p + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = |\alpha x_p + \beta y_p + \gamma z_p + \delta| \quad (1)$$

gdzie punkt weryfikowany jest dany poprzez  $p(x_p, y_p, z_p)$ , natomiast  $\alpha, \beta, \gamma$  to znormalizowane wartości wektora kierunku przetwarzania, czyli normalnego do płaszczyzny. Zmienna  $\delta$ , mająca wartość  $D/N$  to iloraz normy wektora ( $N$ ) i łatwo osiągalnej odległości od

początku układu współrzędnych [3]. Maksymalna dopuszczalna wartość dyktowana jest parametrem zewnętrznym, determinującym dokładność analizy. Taka metoda klasyfikacji jest znacznie szybsza niż popularne rozwiązanie, zakładające klasyfikację wielokątów siatki wejściowej pod kątem występowania linii przecięcia z płaszczyznami [4].



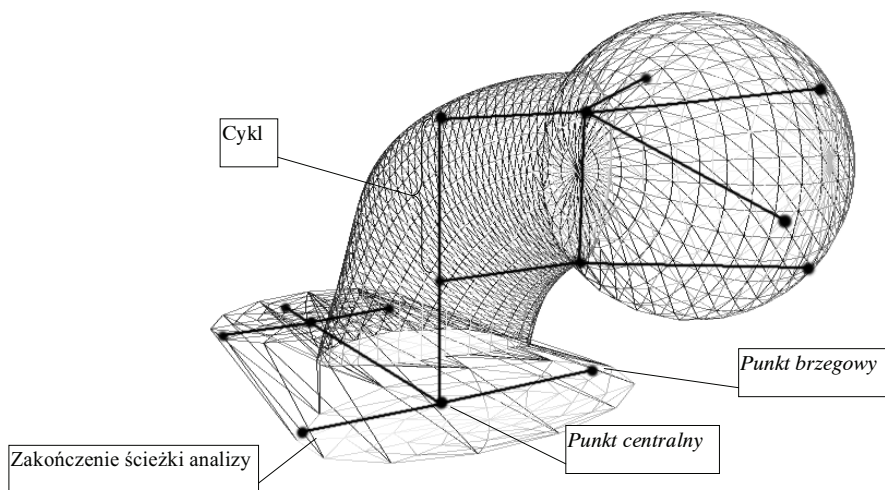
**Rys. 1.** Analiza przekroju bryły – wektor kierunku przetwarzania początkowo usytuowany jest tu na osi X i skierowany w prawo. Elipsa wytycza płaszczyznę (dla której wektor jest normalnym), stanowiącą podstawę do filtracji punktów z siatki. Strzałki na rysunku obrazują chwilowe ułożenie wektorów kierunku przetwarzania – także dla przypadków po rozgałęzieniach analizy

Po ustaleniu puli punktów koncentrowane są one w pętli – zgodnie z relacjami, jakimi łączy je wejściowa siatka wielokątów. Tym samym otrzymujemy profil analizowanej bryły w formie jej niewielkiego wycinka poprowadzonego w pobliżu płaszczyzny usytuowanej prostopadłe do kierunku analizy (wektor jest jej normalnym). Na bazie takiej informacji oraz informacji pochodzącej z poprzedniej iteracji (dwa sąsiadujące profile), możliwe jest oszacowanie zmian kształtu powierzchni bryły otaczającej aktualnie rozpatrywany punkt szkieletu. W zależności od tych zmian podejmowane są decyzje o następnym kroku analizy. Ilość rozważanych przypadków jest tu znaczna i ich opis nie pomieści się na łamach niniejszej publikacji. Istotne jest jednak to, że w zależności od faktu występowania pętli wierzchołków (oraz ilości tych pętli), od promieni pętli, ilości wierzchołków w pętłach, średniej odległości od bieżącego punktu analizy czy odchylenia standardowego tych odległości podejmowana jest decyzja dotycząca:

- przejścia dalej o zadany krok w przestrzeni 3D z przesunięciem zgodnie wartością wektora przetwarzania;
- przejścia dalej o zadany krok w przestrzeni 3D z korektą wartości wektora kierunku przetwarzania;
- zdefiniowania nowego punktu wyróżnionego – jako tzw. punktu centralnego (czyli należącego do osi szkieletu) lub punktu brzegowego (interpretowanego jako przechowującego informację o deformacjach powierzchni bryły i przy tej powierzchni zlokalizowanego);
- zakończenia bieżącej ścieżki analizy – w przypadku wyjścia poza przestrzeń zajmowaną przez bryłę – ze zdefiniowaniem nowego punktu brzegowego;

- e) rekurencyjnego rozgałęzienia analizy w zadanych kierunkach w przestrzeni – w przypadku wykrycia znacznych deformacji bryły, mogących sugerować wykrycie istotnej cechy jej kształtu.

Każdy nowo powstały *punkt wyróżniony* jest powiązany z przesłanką lub tezą reguły i natychmiastowo dołączany do bazy wiedzy. Gdy dochodzi do rozgałęzienia analizy – w przypadku e) – tworzona jest reguła, posiadająca wiele przesłanek (rys. 2). Każda z tych przesłanek powiązana zostanie z pierwszym *punktem wyróżnionym* siatki, jaki wykryty zostanie przez dane rozgałęzienie analizy (przesłanek będzie więc dokładnie tyle ile rozgałęzień).



**Rys. 2.** Rozgałęzienia procesu analizy siatki i wyznaczanie *punktów wyróżnionych* (fragment)

Gdy pomiędzy dwoma *punktami wyróżnionymi* nie było rozgałęzień, definiowana jest tzw. *reguła dwukierunkowa* (opisana niżej), która na etapie wnioskowania da możliwość przejścia pomiędzy punktami w dowolnym kierunku, kodując odpowiednik „równowagi”.

Punkt b) dopuszcza opcjonalną korektę *wektora kierunku przetwarzania* – o wartość wyrażoną w stopniach i obliczaną na podstawie asymetrii położenia wyselekcjonowanych moment wcześniej punktów (wystarczy obliczyć tu średnią oraz odchylenie standardowe poszczególnych współrzędnych punktów). Do korekty wektora przemieszczenia (znormalizowanego) stosowane są przekształcenia macierzowe (w tym przypadku: rotacji) w przestrzeni trójwymiarowej. Wektor umieszczony w jednokolumnowej macierzy i pomnożony kolejno przez macierze rotacji dla poszczególnych osi obrotu (dobrze znane [2] i przytoczone (rys. 3) kolejno dla rotacji względem osi X, Y oraz Z) ulegnie wymaganej modyfikacji.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ 0 & \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Rys. 3.** Standardowa postać macierzy transformacji 3D  
(kolejno od lewej: wokół osi X, Y i Z)

Po korekcie *wektora kierunku przetwarzania* możliwe jest przejście do kolejnego kroku analizy – czyli dalsze przesuwanie *bieżącego punktu analizy* w kierunku wskazanym przez zmodyfikowany wektor. Do każdego nowo powstałego *punktu wyróżnionego* dokładany jest jeszcze jeden parametr, zwany *promieniem* i będący nieujemną liczbą rzeczywistą. Jest on obliczany na podstawie średniej odległości punktów wyselekcjonowanych w danym kroku od *bieżącego punktu analizy*. *Promień* umożliwi wykrycie cyklu, gdy *bieżący punkt analizy* zbliży się do jakiegokolwiek już zdefiniowanego w bazie wiedzy *punktu wyróżnionego* na odległość mniejszą niż suma *promieni* dwóch tych dwóch punktów. W takim przypadku dana gałąź analizy ulega zakończeniu, a do bazy wiedzy dołączana jest reguła dwukierunkowa spinająca te dwa punkty. Cały algorytm transformaty kończy działanie, gdy wszystkie gałęzie analizy zostaną zakończone.

#### 4. Baza wiedzy i ekspertyzy jej użyciem

Jak opisano, baza wiedzy składa się z informacji o *punktach wyróżnionych* danej bryły oraz o wzajemnych relacjach pomiędzy tymi punktami. Relacje te reprezentowane są poprzez reguły, obrazujące przejście z jednoznacznie identyfikowanego punktu do punktu (lub punktów) następnego. Reguły mogą kodować przejście dwukierunkowe lub przejście jednokierunkowe. Wspomniane przejście może być jednokierunkowe, gdy *punkt centralny* figury wyprowadza odwołania do *punktów brzegowych* obrazujących szczegóły powierzchni figury (rys. 4), lub dwukierunkowe (gdy mowa jest o połączeniu szkieletowym – np. pomiędzy dwoma *punktami centralnymi*).

Ogólna postać reguł będzie następująca:

- dla reguły jednokierunkowej:

$$R_j = v(v_1, v_2, \dots, v_n), \text{ gdzie } v_1, \dots, v_n \in V_{og} \text{ oraz } (v_1 \wedge v_2 \wedge \dots \wedge v_{n-1} \rightarrow v_n) \quad (2)$$

- dla reguły dwukierunkowej:

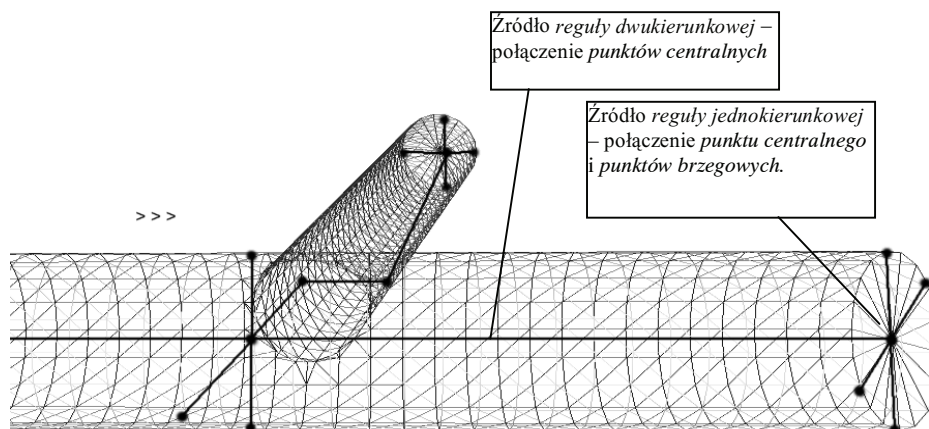
$$R_d = v(v_1, v_2), \text{ gdzie } v_1, v_2 \in V_{og} \wedge (v_1 \rightarrow v_2) \wedge (v_2 \rightarrow v_1) \quad (3)$$

przy czym (w obydwu przypadkach)  $V_{og}$  to zbiór *punktów wyróżnionych* bryły:

$$V_{og} = v(x, y, z, r) : x \in R, y \in R, z \in R, r \in R \quad (4)$$

natomiast operator  $\rightarrow$  reprezentuje możliwość wykonania przejścia od operandu lewego do prawego zgodnie z *algorytmem wnioskowania* opisanym poniżej. Parametr  $r$  składa się do-

datkową informację o punkcie, zawierającą wartość *promienia* cechującego *punkt wyróżniony*. Ponieważ punkt brzegowy nie musi znajdować się dokładnie na brzegu danej bryły, konieczne jest oszacowanie tej odległości.



Rys. 4. Zobrazowanie sytuacji, w której produkowane są reguły jedno- i dwukierunkowe

Każda reguła kierunkowa zawiera jedną lub wiele przesłanek, które muszą zostać rozpatrzone (a w analogii do klasycznego algorytmu wnioskowania wstecz: „udowodnione”) [5]. „Dowodzenie” tych przesłanek jest bardzo zbliżone do prowadzenia dowodu w przypadku klasycznego wnioskowania wstecz. Baza reguł jest przeszukiwana pod kątem reguł zawierających w swojej tezie dowodzoną przesłankę. W przypadku wystąpienia takiej reguły rozpatrywane są jej przesłanki. Naturalnie każda z przesłanek jest powiązana z konkretnym *punktem wyróżnionym* zlokalizowanym z obrębie rozpatrywanej bryły 3D (lub bryły), przenosząc tym samym informację o bryle. Wykazanie faktu to wyczerpanie puli nieudowodnionych przesłanek do tego faktu prowadzących. Celem podstawowym dla procesu wnioskowania jest dokonywanie zdefiniowanego przez autora tzw. *zamknięcia fragmentu bryły* – czyli wykazywanie wszystkich przesłanek (tym samym *punktów wyróżnionych*) opisujących fragment bryły. Polega ono na poszukiwaniu tych przesłanek, a następnie przetwarzaniu reguł zawierających je po prawej stronie – analogicznie jak z użyciem klasycznego algorytmu wnioskowania wstecz. Dojście w procesie przetwarzania reguł do kompletu przesłanek, powiązanych z punktami brzegowymi (i nie wymagającymi już „dowodzenia”) ostatecznie zamknie fragment bryły. Proces zamykania bryły będzie interpretował głównie reguły jednokierunkowe, czyli prowadzące do *punktów wyróżnionych* nie będących centralnymi. W przypadku poprawnego dopasowania reguły dwukierunkowej (połączenia między punktami centralnymi) także możliwe jest jej użycie – ale tylko, gdy jej przeciwny operand prowadzi ponownie do punktu centralnego już użytego wcześniej w analizie danej bryły. Tym samym wzięta zostanie pod uwagę możliwość poprawnej interpretacji pętli, jako elementów szkieletu bryły zamykanej. Naturalnie po natrafieniu na już wykorzystany punkt centralny wykonywany jest nawrót. Ponieważ struktura zapisanych

w bazie wiedzy reguł to ślad pierwotnego procesu analizy bryły, bazującego na wytwarzaniu szkieletu w technice „od ogółu do szczegółu” łatwo zauważyć, że w przypadku zamykania bryły ekspertyza będzie się poruszała po bardzo zbliżonej drodze. Tym samym kolejne przesłanki kolejnych reguł będą kojarzone z punktami charakteryzującymi coraz bardziej szczegółowe elementy danej bryły (coraz większe detale). Możliwe jest zatem sterowanie precyzją generowania wynikowej bryły również na poziomie przebiegu samego algorytmu – pozostawiając przesłanki odpowiadające za szczegóły bryły (niewielki promień  $r$ ) bez dowodu – czyli zakładając iż są punktami brzegowymi, a poznanie szczegółów ich bliskiego otoczenia leży poza obszarem zainteresowania. Zbiór udowodnionych przesłanek (faktów), a dokładniej: zbiór *punktów wyróżnionych* towarzyszących tym przesłankom pozwoli na odtworzenie szukanych cech bryły, co jest celem całego procesu. Odtworzenie będzie polegało na budowie linii lub powierzchni, prowadzących przez *punkty wyróżnione* z puli wykazanych – zgodnie z porządkiem dyktowanym przez reguły wykorzystane do zamknięcia danego fragmentu bryły.

## 5. Wyniki i podsumowanie

W artykule został zaproponowany sposób kodowania informacji o złożonych bryłach 3D, dający możliwość przeprowadzania szybkich analiz w kierunku (między innymi) szacowania gabarytów takich brył lub szybkiego prezentowania ich uproszczonego kształtu. Podstawową zaletą metody jest produkcja minimalnej ilości danych o bryle – z usunięciem informacji zbędnej. Dane przechowywane są pod postacią bazy wiedzy – zawierającej „reguły” informujące swoją treścią o istotnych deformacjach bryły. Końcowa analiza bazy wiedzy prowadzona jest z naśladowaniem klasycznego algorytmu wnioskowania wstecz.

Transformata poprawnie zinterpretowała kilkadziesiąt prostych siatek, reprezentujących bryły nieregularne, bryły zawierające rozgałęzienia i cykle. Niestety kłopotliwe będzie przeprowadzenie dowodu poprawnego zachowania w przypadku ogólnym. Istnieje teoretyczna możliwość nie wykrycia fragmentów bryły lub „zgubienia” śledzonego profilu. Koronny wpływ będzie tu miało wartościowanie parametrów, z jakimi przetworzona zostanie bryła (długość wektora kierunku analizy, sposób obliczania promienia, tryb selekcji punktów). Rozważania na ten temat będą kontynuowane.

## Literatura

- [1] Botton P.: *Computing with Shapes*. TUSC Technical Report 136, 1997
- [2] Buss S.R.: *A Mathematical introduction to OpenGL*. Cambridge University Press, 2003
- [3] Foley J.D., Van Dam A.: *Wprowadzenie do grafiki komputerowej*. WNT, 1995
- [4] Han J.: *Characteristic Rules*. PAN, 1999
- [5] Mulawka J.: *Systemy ekspertów*. PAN, 1996
- [6] ShangChing Chou: *A Rule Based Geometry Theorem Prover Using Fullangles*. The Wichita State University Press, 2004
- [7] Turek M.: *Automated Knowledge Mining with Cause-Result Analysis Performed Using Analogies Detection*. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2006
- [8] Bergeron B.: *Essentials of Knowledge Management*. WILEY Inc., 2003
- [9] Becks, A., Jarke, M.: *Visual Knowledge Management with Adaptable Document Maps*. GMD Research Series, 15, 2001