AUTOMATYKA • 2006 • Tom 10 • Zeszyt 3

Edyta Kucharska*, Lidia Dutkiewicz*

Klasa algorytmów heurystycznych dla zagadnienia szeregowania zadań na maszynach z przezbrojeniami

1. Wprowadzenie

W artykule przedstawiono klasę algorytmów do rozwiązywania problemów szeregowania zadań na wielu maszynach z czasami przezbrojeń zależnymi od stanu. Problemy takie związane są z procesami dotyczącymi wytwarzania zarówno dóbr fizycznych (procesy fizycznego przekształcania materiału podczas operacji technologicznych, realizowanych za pomocą maszyn i urządzeń), jak i dóbr niematerialnych (procesy związane z wytwarzaniem produktów, będących rezultatem myśli ludzkiej).

W rozważanej klasie problemów, w odróżnieniu od zadań z przezbrojeniami znanych w literaturze, czasy przezbrojeń nie są dane a priori. Zależą one bowiem od aktualnego stanu procesu. Problemy te należą do klasy problemów NP-trudnych lub nawet silnie NP-trudnych. Zastosowanie algorytmów dokładnych dla takich problemów, zwłaszcza o większych rozmiarach, nie jest celowe chociażby ze względu na czas obliczeń. Z tego powodu proponuje się zwykle algorytmy wyznaczające, zamiast rozwiązania optymalnego, rozwiązania przybliżone.

Przedstawiona w artykule klasa algorytmów heurystycznych bazuje na zaproponowanej w [6] metodzie poszukiwania rozwiązania z gromadzeniem informacji dla potrzeb sterowania (nazwanej w skrócie metodą GIPS).

2. Metoda GIPS

Metoda GIPS stanowi istotne rozwinięcie, przedstawionej w pracach [2, 3], metody polegającej na generowaniu kolejnych trajektorii procesu, gdzie do generowania coraz lepszych rozwiązań wykorzystywane są informacje zgromadzone na podstawie analizy uzyskanych wcześniejszych rozwiązań (trajektorii dopuszczalnych i niedopuszczalnych).

Metoda GIPS bazuje na ogólnym schemacie modelu algebraiczno-logicznego zaproponowanego w [2]. Schemat ten powstał na podstawie metody logiczno-algebraicznej,

* Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

wprowadzonej przez Z. Bubnickiego [1]. Istotą klasy modeli algebraiczno-logicznych jest fakt, że zarówno współrzędne stanu, jak i decyzje (sterowania) mogą być zmiennymi indywiduowymi lub zmiennymi wyższego rzędu. Natomiast funkcja przejścia i ograniczenia zdefiniowane mogą być zarówno za pomocą zależności algebraicznych, jak i logicznych.

Definicja modelu algebraiczno-logicznego podana w [2] jest następująca:

Jeśli przyjmiemy oznaczenia:

X_G – zbiór stanów właściwych,
$T \subset \boldsymbol{R}^+$ – podzbiór nieujemnych liczb rzeczywistych reprezentujących chwile czasowe,
$S = X \times T$ – zbiór stanów uogólnionych,
U – zbiór decyzji,

to model można zdefiniować jako czwórkę

$$P = (s_0, f, S_N, S_G) \tag{1}$$

gdzie:

$S_0 = (x_0, t_0)$, $s_0 \in S$ – uogólniony stan początkowy,
$f\colon U \times S \to S$ – funkcja częściowa (a więc określona tylko dla pewnych par $(u, s) \in U \times S$), zwana funkcją przejścia,
$S_N \subset S$ – zbiór uogólnionych stanów niedopuszczalnych,
$S_G \subset S$ – niepusty zbiór uogólnionych stanów docelowych.

Funkcja przejścia jest zdefiniowana za pomocą dwóch funkcji

$$f = (f_x, f_t),$$

gdzie:

$f_x\colon U \,' \, X \,' \, T \to X$ – określa następny stan właściwy,
$f_t\colon U \,' \, X \,' \, T \to T$ – określa następny moment czasu i spełnia następujący warunek: $\Delta t = f_t(u, x, t) - t$ ma wartość dodatnią i skończoną.

Charakterystycznymi elementami metody GIPS są:

- wstępna analiza danych,
- lokalny wybór decyzji,
- modyfikacja parametrów generowania trajektorii,
- odcinanie nieperspektywicznych trajektorii,
- wybór stanu, od którego generowany (poprawiany) jest końcowy odcinek trajektorii.

Poniżej przedstawiony zostanie jeden z elementów, mianowicie lokalny wybór decyzji. Szerszy opis metody i pozostałych jej elementów stanowi przedmiot innej publikacji.

W metodzie GIPS zadanie optymalizacji lokalnej polega na wybraniu takiej decyzji spośród wszystkich decyzji możliwych w danym stanie, dla której wartość lokalnego kryterium jest najmniejsza.

Lokalne kryterium składa się z trzech części. Pierwsza część dotyczy wartości globalnego wskaźnika jakości generowanej trajektorii. W jej skład wchodzi przyrost wartości wskaźnika jakości wynikający z realizacji rozważanej decyzji oraz wartość związana z szacowaniem wartości wskaźnika jakości dla końcowego odcinka trajektorii po ewentualnym zrealizowaniu rozważanej decyzji.

Druga część zawiera składniki związane z dodatkowymi ograniczeniami lub wymaganiami. Składniki te szacują odległość w przestrzeni stanów pomiędzy stanem wynikającym z podjęcia rozważanej decyzji a stanami należącymi do zbioru stanów niedopuszczalnych S_N, a także stanami niekorzystnymi lub wyróżnionymi stanami korzystnymi (stany te określa się biorąc pod uwagę przyjęte kryterium). Ponieważ nie jest znany wpływ decyzji dalej niż na jeden krok, należy wprowadzić „miarę odległości” w zbiorze stanów, która posłuży do określania tej odległości. W tym celu można wykorzystać dowolną semimetrykę. Jak wiadomo, semimetryka, oznaczana tu jako ψ, różni się od metryki tym, że nie musi spełniać warunku $\psi(a, b) = 0 \Leftrightarrow a = b$.

W skład trzeciej części wchodzą składniki odpowiadające za preferowanie pewnych typów decyzji. Podstawowa postać kryterium jest zatem następująca

$$\begin{aligned} q(u,x,t) &= \Delta Q(u,x,t) + \hat{Q}(u,x,t) + \\ &+ a_1 \cdot q_1(u,x,t) + \ldots + a_i \cdot q_i(u,x,t) + \ldots + a_n \cdot q_n(u,x,t) + \\ &+ b_1 \cdot \rho_1(u,x,t) + \ldots + b_j \cdot \rho_j(u,x,t) + \ldots + b_m \cdot \rho_m(u,x,t) \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie:

- $\Delta Q(u, x, t)$ – przyrost wartości wskaźnika jakości w wyniku podjętej w stanie $s = (x, t)$ decyzji u,
- $\hat{Q}(u,x,t)$ – oszacowanie wartości wskaźnika jakości końcowego odcinka trajektorii po zrealizowaniu decyzji u,
- $q_i(u, x, t)$ – składniki odzwierciedlające dodatkowe ograniczenia lub dodatkowe wymagania w przestrzeni stanów, $i = 1, 2, ..., n$,
- a_i – współczynniki, które określają wagi składników szacujących wpływ powyższych dodatkowych ograniczeń lub wymagań w kryterium,
- $\rho_j(u, x, t)$ – składniki odpowiadające za preferowanie pewnych typów decyzji, $j = 1, 2, ..., m$,
- b_j – współczynniki, które określają wagi składników odpowiadających za preferowanie poszczególnych typów decyzji.

Istotność poszczególnych składników kryterium lokalnego może być różna. Z każdym składnikiem związany jest współczynnik (waga). Im większe jest znaczenie danego składnika, tym wyższa jest wartość odpowiedniego współczynnika. Trudno określić *a priori* optymalne wartości tych wag, zależą one zarówno od rozważanego problemu optymalizacji, jak i danych konkretnego zadania (instancji) optymalizacji. Gromadzona w trakcie eksperymentów wiedza wykorzystywana jest do zmiany tych współczynników. Z drugiej strony, ustalone dla najlepszej trajektorii wartości współczynników reprezentują zagregowaną wiedzę uzyskaną podczas eksperymentów.

3. Klasa algorytmów

Na podstawie zaprezentowanej metody GIPS opracowane zostały i przedstawione w [6] szerokie (uogólnione) klasy algorytmów heurystycznych. Algorytmy tych klas należą do grupy algorytmów konstruujących rozwiązanie w oparciu o model algebraiczno-logiczny wieloetapowego procesu decyzyjnego. Algorytmy opracowano dla problemów, w których kryterium jakości jest addytywnie separowalne i monotonicznie rosnące wzdłuż trajektorii. W artykule prezentowana jest klasa algorytmów, w których konstruowane są kolejno całe trajektorie, a generowanie trajektorii zawsze rozpoczyna się od stanu początkowego $s_0 = (x_0, t_0)$. Dla każdej wygenerowanej trajektorii, zarówno dopuszczalnej jak i niedopuszczalnej, zapamiętywana jest jej końcowa charakterystyka, wykorzystywana w dalszych obliczeniach.

Prezentowana klasa algorytmów posiada następujące istotne cechy:

- generowany jest ciąg trajektorii, przy czym każda trajektoria jest analizowana, zaś analiza ta służy pozyskiwaniu wiedzy o procesie i sterowaniu;
- konstruowanie każdej trajektorii rozpoczyna się od stanu początkowego;
- na podstawie analizy dotychczas wygenerowanych całych trajektorii (od stanu początkowego do stanu docelowego lub niedopuszczalnego) modyfikowane są współczynniki wykorzystywane w optymalizacji lokalnej lub zmieniana jest postać kryterium optymalizacji lokalnej przy generowaniu nowej trajektorii;
- w trakcie konstruowania trajektorii analizowany jest kolejny stan procesu i zmodyfikowana może zostać postać i/lub parametry wykorzystywane w optymalizacji lokalnej;
- generowanie trajektorii przerywane jest, jeśli tylko wartość kryterium dla danego stanu jest większa od wartości kryterium najlepszej dotychczas znalezionej trajektorii. Wygenerowana część trajektorii jest analizowana, a następnie uzyskane informacje wykorzystywane są podczas generowania kolejnych trajektorii.

Schemat algorytmu reprezentującego rozważaną klasę algorytmów przedstawia rysunek 1 (na wklejce). Na schemacie wyróżniono (linią przerywaną) pewne fragmenty, które są charakterystyczne dla rozpatrywanej klasy algorytmów.

Działanie algorytmu reprezentującego rozważaną klasę jest następujące: na początku może zostać wykonana wstępna analiza danych wejściowych. Po ewentualnym przeprowadzeniu wstępnej analizy danych i sprawdzeniu, że nie wyklucza ona istnienia rozwiązania dopuszczalnego można rozpocząć generowanie pierwszej trajektorii. W tym celu należy określić kryterium lokalne (lub inny sposób wyboru decyzji), na przykład na podstawie przeprowadzonej wstępnej analizy. Po wygenerowaniu pierwszej trajektorii sprawdzany jest uzyskany wynik. Następnie w zależności od otrzymanego wyniku modyfikacji ulegają parametry sposobu generowania nowej trajektorii. Przy ustalonych nowych parametrach rozpoczyna się generowanie kolejnej trajektorii. Algorytm może zakończyć swoje działanie, gdy spełniony jest zadany wcześniej warunek zakończenia.

W wyniku działania algorytmu jest możliwe uzyskanie wielu rozwiązań dopuszczalnych. Z drugiej jednak strony, powyższy algorytm nie gwarantuje znalezienia rozwiązania dopuszczalnego, a tym bardziej rozwiązania optymalnego.

4. Problem drążenia wyrobisk korytarzowych

Przykładem problemu należącego do klasy szeregowania zadań na wielu maszynach z czasami przezbrojeń zależnymi od stanu jest problem drążenia wyrobisk korytarzowych (problem DWK). Problem ten związany jest z wykonaniem prac przygotowawczych, jakie mają miejsce w procesie pozyskiwania kopalin użytecznych i polega na wydrążeniu sieci wyrobisk korytarzowych przy wykorzystaniu odpowiednich technologii tak, aby całkowity koszt realizacji sieci był jak najmniejszy. Ponadto prace muszą być tak realizowane, aby nie zostały przekroczone terminy krytyczne określone dla niektórych wyrobisk.

Drążenie wyrobisk korytarzowych wykonywane jest więc równolegle przez jednorodne maszyny m należące do zbioru M, $m = 1, 2, ...|M|$, przy czym $M = M_{\mathrm{I}} \cup M_{\mathrm{II}}$. Poszczególne maszyny różnią się parametrami pracy. Maszyny należące do pierwszego typu M_I charakteryzują się większą prędkością drążenia, a więc są bardziej efektywne niż maszyny drugiego typu M_{II}. Jednocześnie jednak koszt ich wykorzystania jest znacznie wyższy niż koszt takiej samej pracy wykonanej przez maszynę z drugiego podzbioru. Ponadto konieczny jest transport tych maszyn, a jego koszt jest stosunkowo wysoki. Transport maszyn może odbywać się drogami, na które składają się wyłącznie wcześniej wykonane wyrobiska. Tak więc droga, a zarazem czas transportu maszyny, zależy od aktualnego stanu realizacji prac. Transport maszyny może być utożsamiany z przezbrojeniem maszyny.

Rozważany problem DWK należy do klasy problemów NP-trudnych [6]. Model algebraiczno-logiczny problemu został przedstawiony w [5, 6] gdzie podana została struktura stanu systemu, postać decyzji i funkcja przejścia oraz określone zostały zbiory stanów niedopuszczalnych S_N i stanów docelowych S_G, zbiór decyzji możliwych w danym stanie $U_p(s)$ i zbiór decyzji dopuszczalnych $U_d(s)$.

4.1. Algorytm dla problemu DWK

Dla problemu DWK zaproponowano szereg algorytmów należących do opisanej powyżej klasy. Przedstawiony zostanie teraz jeden z tych algorytmów, a w szczególności podana zostanie postać lokalnego kryterium wyboru decyzji. W rozważanym problemie zadanie optymalizacji polega na minimalizacji całkowitego kosztu prac, który jest sumą kosztów drążenia, transportu i postoju poszczególnych maszyn. Dodatkowo należy uwzględnić konieczność ukończenia niektórych wyrobisk przed ich terminem krytycznym. Wskaźnikiem jakości Q jest więc całkowity koszt wykonania prac.

W trakcie generowania trajektorii w każdym stanie procesu podjęta zostaje ta decyzja, dla której wartość lokalnego kryterium jest najmniejsza. Kryterium lokalne uwzględnia następujące składniki związane z kosztem wykonania prac:

$\Delta Q(u, x, t)$ – przyrost całkowitego kosztu prac w wyniku podjętej decyzji u,

$\hat{Q}(u,x,t)$ – oszacowanie wartości kosztu dokończenia wykonania sieci chodników odpowiadającego końcowemu odcinkowi trajektorii po zrealizowaniu decyzji u.

Ponadto kryterium lokalnym zawiera jeden składnik, związany z koniecznością omijania przez trajektorię stanów zbioru S_N, czyli takich stanów, w których przekroczony został dla chodników termin krytyczny. Ograniczenie to reprezentowane będzie poprzez składnik $q_1(u,x,t)=E(u,x,t)$, który zdefiniowany zostanie z wykorzystaniem semimetryki. Uwzględnione zostanie także preferowanie pewnych typów decyzji. Po pierwsze, ze względu na rozpatrywanie w modelu możliwości postoju maszyn, w pewnych przypadkach, wydaje się celowe, aby preferowane były decyzje, które powodują zaangażowanie wszystkich maszyn do drążenia przez większą część czasu wykonywania całości prac. Należy więc zmniejszyć prawdopodobieństwo wyboru decyzji o postoju maszyn, gdy są dostępne chodniki do drążenia i maszyny mogłyby być wykorzystane do ich wydrążenia. Może to być zrealizowane poprzez wykorzystanie dodatkowego kryterium pomocniczego $\rho_1(u,x,t)=F_1(u,x,t)$, w którym dla decyzji o postoju maszyn mogących podjąć drążenie, uwzględniana jest kara za postój. Po drugie, ze względu na wartość kryterium najkorzystniej będzie, gdy od chwili wydrążenia już wszystkich wyrobisk z terminami krytycznymi, pozostałe wyrobiska drążone będą tylko przez najtańsze maszyny, przy jak największym wykorzystaniu tych maszyn (braku ich postoju). W tym celu należy użyć dodatkowego kryterium pomocniczego $\rho_2(u,x,t)=F_2(u,x,t)$, w którym w przedstawionej sytuacji, dla decyzji zawierającej przydział wyrobisk do drążenia innym maszynom niż najtańsze, uwzględniana jest kara.

Kryterium lokalne dla problemu DWK przyjmuje więc następującą postać

$$\begin{aligned} q(u,x,t) &= \Delta Q(u,x,t)+\hat{Q}(u,x,t)+a_1\cdot E(u,x,t)+ \\ &+b_1\cdot F_1(u,x,t)+b_2\cdot F_2(u,x,t) \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie:

a_1 – współczynnik, określający wagę składnika $E(u, x, t)$,
b_1 – współczynnik, określający wagę składnika $F_1(u, x, t)$,
b_2 – współczynnik, określający wagę składnika $F_2(u, x, t)$.

Aby wybrać decyzję w danym stanie *s*, należy wygenerować i sprawdzić cały zbiór możliwych decyzji w rozważanym stanie $U_p(s)$. Dla każdej decyzji u_j, gdzie j = 1, 2, ..., $|U_p(s)|$, należącej do tego zbioru należy wyznaczyć stan, w którym znalazłby się system w przypadku podjęcia i zrealizowania rozważanej decyzji u_j. Taki potencjalnie następny stan procesu będzie oznaczany $s_{p\_j}=(x_{p\_j},t_{p\_j})$.

Wyznaczenie potencjalnie następnego stanu s_{p_j} realizowane jest za pomocą funkcji przejścia. Najpierw obliczony zostaje czas, w którym wystąpiłby potencjalny stan, czyli gdyby rozważana decyzja u_j została podjęta. Obliczany jest najwcześniejszy czas spośród czasów ukończenia drążenia przez maszyny. Tym samym wyznaczony zostaje przedział czasu pomiędzy aktualnym stanem a potencjalnie następnym stanem Δt_{p_j}. Następnie obliczony zostaje stan właściwy systemu x_{p_j}.

Po wyznaczeniu potencjalnie następnego stanu, można określić poszczególne elementy kryterium lokalnego. Pierwszy z elementów kryterium lokalnego, czyli $\Delta Q(u_j, x, t)$ – przyrost kosztu, który zostałby poniesiony w wyniku podjęcia i realizacji rozważanej decyzji u_j, jest sumą kosztów wynikająca z działań poszczególnych maszyn przez przedział czasu Δt_{p_j}.

Postać drugiego z elementów kryterium lokalnego, czyli $\hat{Q}(u_j, x, t)$ – oszacowanie kosztu końcowego odcinka trajektorii po zrealizowaniu rozważanej decyzji, może być ustalana w różny sposób. Jednym ze sposobów jest wyznaczenie sumy kosztów dokończenia podjętych wcześniej decyzji, których realizacja nie jest jeszcze zakończona oraz kosztu pewnego zrelaksowanego zadania, realizowanego w najtańszy sposób. Biorąc pod uwagę to, iż szacowanie powinno odbywać się przy jak najmniejszym nakładzie obliczeń, zaproponowano relaksację polegającą na pominięciu ograniczeń czasowych oraz przyjęto najtańszy sposób realizacji pozostałych chodników, polegający na wykorzystaniu najtańszych maszyn. Oszacowanie $\hat{Q}(u_j, x, t)$ jest więc wyznaczane jako suma łącznego kosztu dokończenia transportu i drążenia dla maszyn pierwszego typu, łącznego kosztu dokończenia drążenia dla maszyn drugiego typu, kosztu wydrążenia pozostałych wyrobisk przez najtańsze maszyny oraz łącznego kosztu postoju pozostałych maszyn w czasie pracy maszyn najtańszych.

Trzeci z elementów kryterium lokalnego $E(u_j, x, t)$ wykorzystuje wartość szacowanej „odległości" pomiędzy stanem s_{p_j} a zbiorem stanów niedopuszczalnych. Odległość ta szacowana jest za pomocą semimetryki $\psi(s, S_N) = \min\{\psi(s, s') : s' \in S_N\}$.

Postać elementu $E(u_j, x, t)$ ściśle zależy od rozpatrywanego problemu. Przedstawiona poniżej postać tego elementu została opracowana przy uwzględnieniu faktu, iż w problemie DWK prędkość transportu „najszybszej" maszyny jest znacznie większa niż jej prędkość drążenia, a ta z kolei jest znacznie większa niż prędkość drążenia dla pozostałych maszyn. W związku z tym, można pominąć czas ewentualnego transportu maszyny najszybszej. Maszyną „najszybszą" m_{nsz} nazywana jest maszyna o największej prędkości drążenia. Ponadto przyjęto, że jest jedna najszybsza maszyna.

Jednym ze sposobów wyznaczania elementu $E(u_j, x, t)$ jest obliczenie dla każdego niewydrążonego i nieprzydzielonego do drążenia żadnej maszynie wyrobiska c z terminem krytycznym rezerwy czasu $rt_c(s_{p\_j})$. Rezerwa ta jest czasem pomiędzy chwilą t_{p_j} a momentem, w którym muszą zostać podjęte działania związane z realizacją wyrobiska, tak aby został on wydrążony przed upływem terminu krytycznego.

Przy przyjętych założeniach rezerwa czasu byłaby największa, gdyby chodnik drążony był najszybszą maszyną i określona jest następującym wzorem

$$rt_c(s_{p\_j}) = deadline(c) - t_{p\_j} - \tau(c) - t_{kon} \tag{4}$$

gdzie:

$deadline(c)$ – termin krytyczny dla wyrobiska c,

$\tau(c)$ – czas potrzebny na wydrążenie wyrobiska c oraz wszystkich wyrobisk wchodzących w skład najkrótszej drogi od chodnika c do tzw. *obszaru wykonanego* w danym stanie, przez najszybszą maszynę,

t_{kon} – czas potrzebny na dokończenie aktualnego działania najszybszej maszyny.

Uwzględnienie składników t_{kon} oraz $\tau(c)$ związane jest z tym, iż w rozważanym stanie procesu s_{p_j}:

- „najszybsza" maszyna może kontynuować wcześniej przydzielone zadanie wydrążenia innego wyrobiska;

– wyrobisko c może nie być dostępne i konieczne jest wydrążenie najkrótszej drogi prowadzącej do niego od *obszaru wykonanego*, obejmującego chodniki wydrążone i wyrobiska przydzielone maszynom do drążenia oraz z odpowiadających im skrzyżowań; wtedy przez czas, przez który najszybsza maszyna kończy drążenie wcześniej przydzielonego wyrobiska, część tej długość może być wydrążona przez najszybszą z pozostałych maszyn; gdy wyrobisko jest dostępne czas ten równy jest czasowi wydrążenia długości wyrobiska najszybszą maszyną.

Ostatecznie składnik szacujący wpływ ograniczeń czasowych przyjmuje następującą postać

$$E(u_j, x, t) = \begin{cases} \infty & \text{dla} \quad \min rt_c(s_{p\_j}) < 0 \\ \dfrac{1}{\min rt_c(s_{p\_j})} & \text{dla} \quad \min rt_c(s_{p\_j}) \geq 0 \end{cases} \tag{5}$$

Taka postać składnika powoduje, że spośród wszystkich rozważanych decyzji ma zostać podjęta ta, dla której następny stan jest najbardziej oddalony od zbioru stanów niedopuszczalnych.

Postać składnika kryterium lokalnego $F_1(u_j, x, t)$ powinna być taka, aby w pewnych sytuacjach preferowane były decyzje, które powodują zaangażowanie wszystkich maszyn do drążenia. Należy więc zmniejszyć prawdopodobieństwo wyboru decyzji o postoju maszyn, gdy są dostępne wyrobiska do drążenia i maszyny mogłyby być wykorzystane do ich wydrążenia. W tym celu naliczana może być kara za postój każdej maszyny, dla której rozważana jest decyzja o postoju, a mogłaby ona podjąć drążenie jakiegoś dostępnego wyrobiska. Zaproponowana postać $F_1(u_j, x, t)$ jest następująca

$$F_1(u_j, x, t) = P \cdot i_{pos} \tag{6}$$

gdzie P oznacza karę za postój maszyny, (naliczana, dla decyzji o postoju maszyny, gdy są wyrobiska dostępne do drążenia), a i_{pos} liczbę maszyn, które mają stać na skutek rozważanej decyzji, a mogłyby drążyć dostępne wyrobiska.

Ostatni składnik kryterium lokalnego $F_2(u_j, x, t)$ ma spowodować, że w sytuacji, gdy wydrążone zostaną już wszystkie wyrobiska z terminami krytycznym, podejmowane będą decyzje o wykonaniu pozostałych wyrobisk tylko najtańszymi maszynami. Proponowana postać składnika $F_2(u_j, x, t)$ uwzględnia, iż wartość kryterium lokalnego dla decyzji zawierającej przydział pozostałych wyrobisk do drążenia innym maszynom niż najtańsze jest równa nieskończoności

$$F_2(u_j, x, t) = \begin{cases} \infty & \text{dla} \quad C_W(x,t) \subset C_L \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \tag{7}$$

gdzie C_L oznacza zbiór wyrobisk z określonymi terminami krytycznymi, a $C_W(x, t)$ zbiór wyrobisk wydrążonych w danym stanie.

Wartości a_1, b_1 i b_2 są odpowiednio współczynnikami określającymi wagę odpowiednich składników w kryterium lokalnym. Postać składnika $F_2(u_j, x, t)$ została tak wybrana, iż w konsekwencji współczynnik b_2 może przyjmować wartość równą 1. Pozostałe dwa współczynniki odzwierciedlają aktualną wiedzę o sterowaniu, a ich wartości zmieniają się w trakcie obliczeń. Im wyższa jest waga składnika, tym wartość odpowiedniego współczynnika jest większa. Wagi te, zależą zarówno od rozważanego problemu optymalizacji, jak i danych konkretnego zadania (instancji) optymalizacji. Wartości współczynników, a także ich wzajemne proporcje, nie są znane *a priori* oraz nie mogą być z góry obliczone.

Gromadzona w trakcie eksperymentów wiedza wykorzystywana jest do zmiany wartości współczynników. Jeśli wygenerowana została trajektoria niedopuszczalna, to dla kolejnej trajektorii, w kryterium lokalnym zwiększeniu powinna ulec wartość współczynnika a_1, czyli wzrosnąć powinna waga składnika szacującego odległość od zbiorów stanów niedopuszczalnych i/lub wzrosnąć wartość współczynnika b_1, co spowoduje zmniejszenie możliwości postoju maszyn. Jeśli natomiast wygenerowano trajektorię dopuszczalną, dla kolejnej trajektorii wartości współczynników w kryterium mogą ulec zmniejszeniu. Zmiana wartości współczynników realizowana jest także w przypadku przerwania generowania trajektorii (odcięcia).

Wielkość zmian wartości współczynników zależy od jakości uzyskanego rozwiązania oraz danych konkretnego zadania optymalizacji. W przypadku odcięcia, wielkość zmiany zależy od najmniejszej odległości wyznaczonej pomiędzy stanami tworzącymi tę trajektorię a stanami należącymi do zbioru stanów niedopuszczalnych.

4.2. Modyfikacja postaci kryterium lokalnego

W trakcie generowania trajektorii uwzględnianie dodatkowych ograniczeń we wszystkich stanach trajektorii może okazać się zbędne. W problemie DWK (drążenie wyrobisk korytarzowych) ma to miejsce w chwili, gdy wydrążone zostaną już wszystkie wyrobiska z terminami krytycznymi. Ograniczenia czasowe stają się wtedy nieaktywne, więc nie ma potrzeby stosowania w kryterium lokalnym q składnika $E(u, x, t)$.

Zmodyfikowana postać kryterium jest więc następująca

$$q(u,x,t) = \Delta Q(u,x,t) + \hat{Q}(u,x,t) + b_1 \cdot F_1(u,x,t) + b_2 \cdot F_2(u,x,t) \qquad (8)$$

5. Eksperymenty i wnioski

W ramach eksperymentów zbadano między innymi skuteczność zastosowania w kryterium lokalnym składników $E(u, x, t)$, $F_1(u, x, t)$, $F_2(u, x, t)$. Badania przeprowadzono na zestawie 10 sieci wyrobisk korytarzowych. Każda sieć wyrobisk reprezentowana jest przez graf płaski, w którym stopień wierzchołków wynosi od 1 do 4. Długości wyrobisk są liczbami z przedziału [19, 120]. Ilość wyrobisk z określonymi terminami krytycznymi stanowi około 25% ilości wszystkich wyrobisk.

Dla zbadania skuteczności składnika $E(u, x, t)$ dla każdej z sieci skonstruowano 40 trajektorii przy zmieniającej się wartości współczynnika a_1 oraz zerowej wartości pozostałych współczynników. W tabeli 1 podano wyniki dla jednej z przebadanych sieci. Zapas oznacza czas pozostający po wydrążenia danego wyrobiska do jego terminu krytycznego, przy czym ujemna wartość określa o ile termin krytyczny został przekroczony. Natomiast symbol „*” oznacza, iż nie zostało rozpoczęte drążenie wyrobiska z powodu osiągnięcia przez trajektorię stanu niedopuszczalnego. Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że zwiększanie wagi składnika $E(u, x, t)$ zwiększa prawdopodobieństwo uzyskania rozwiązania dopuszczalnego. W przypadku pominięcia składnika $E(u, x, t)$ nie uzyskano rozwiązania dopuszczalnego.

Tabela 1

Skuteczność zastosowania składnika $E(u, x, t)$ dla sieci GII-4

Objaśnienia w tekście

Wsp. a_1	Koszt całkowity	Zapas w. nr 4	Zapas w. nr 9	Zapas w. nr 12	Zapas w. nr 16	Zapas w. nr 22	Min. zapas	Średni zapas
0	–	7,40	*	*	*	*	–	–
1	–	12,90	*	*	*	*	–	–
50	–	12,90	*	–0,62	*	*	–	–
5000	–	12,90	*	–2,84	*	*	–	–
7500	22887,64	12,90	4,02	7,68	5,15	11,64	4,02	8,28
25000	23153,10	13,18	32,10	48,01	1,46	2,67	1,46	19,48
50000	23359,93	12,90	21,73	48,01	38,90	30,34	12,90	30,38
75000	23204,35	25,18	19,42	48,01	20,54	25,59	19,42	27,75
500000	23027,78	27,47	20,13	19,71	40,06	29,18	19,71	27,31
2500000	23084,25	27,47	20,13	19,71	36,57	37,53	19,71	28,28

Tabela 2 przedstawia w kolumnach najlepszy znaleziony koszt całkowity przy zmieniającej się wartości współczynnika b_1, odpowiedzialnego za wagę składnika $F_1(u, x, t)$ w kryterium lokalnym. W większości przypadków wzrost wagi tego składnika powodował wzrost wartości kosztu całkowitego, ale jednocześnie zwiększało się prawdopodobieństwo znalezienie rozwiązania dopuszczalnego.

W tabeli 3 podano dla badanych sieci najlepszy uzyskany koszt całkowity w przypadku, gdy składnik $F_2(u, x, t)$ nie był uwzględniany (wtedy $b_2 = 0$) i w przypadku uwzględniania tego składnika w kryterium lokalnym (wtedy $b_2 = 1$). Jak można zauważyć, jeżeli użyty został składnik $F_2(u, x, t)$, uzyskano niższe koszty wydrążenia sieci.

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, iż zastosowanie zaproponowanego algorytmu dla problemu DWK daje dobre wyniki. Zasadne jest uwzględnianie w postaci kryterium lokalnego wszystkich dodatkowych składników, należy jednak eksperymentalnie dobrać odpowiednie wagi.

Tabela 2
Skuteczność zastosowania składnika $F_1(u, x, t)$

Sieć	Najlepszy znaleziony koszt				
	b_1=0	b_1=0,5	b_1=1	b_1=2	b_1=5
GI-1a	17026,90	17026,90	17249,10	16922,00	16922,00
GI-2	*	*	*	17284,10	17284,10
GI-3	16359,90	16359,90	16359,90	16359,90	16359,90
GII-4	22665,17	22665,17	22667,89	22667,89	22667,89
GII-5a	30982,02	30946,33	31004,27	31004,27	31004,27
GII-5b	30888,34	30888,34	31139,72	31139,72	31139,72
GII-6	30662,32	30675,19	30675,19	30675,19	30675,19
GII-7	77428,92	77717,02	77288,44	77717,02	77717,02

Tabela 3
Skuteczność zastosowania składnika $F_2(u, x, t)$

Wartość b_2	Sieć						
	GI-1a	GI-3	GII-4	GII-5a	GII-5b	GII-6	GII-7
b_2=0	17221,1	16359,9	22887,6	31210,9	31271,7	31122,1	78213,8
b_2=1	17026,9	16359,9	22665,2	30982,0	30888,3	30662,3	77428,9

Literatura

[1] Bubnicki Z.: *Wstęp do systemów ekspertowych*. Warszawa, PWN 1990

[2] Dudek-Dyduch E.: *Formalizacja i analiza problematyki dyskretnych procesów produkcyjnych*. Zesz. Nauk. AGH, s. Automatyka, z. 54, Kraków 1990 (praca habilitacyjna)

[3] Dudek-Dyduch E.: *Learning based algorithm in scheduling.* Journal of Intelligent Manufacturing (JIM), vol. 11, no. 2, Cluver Academic Publishers 2000, 135–143

[4] Dudek-Dyduch E., Dutkiewicz L., Kucharska E.: *Formalny model symulacji procesów decyzyjnych jako model algebraiczno-logiczny.* Zesz. Nauk. Pol. Białostockiej, Białystok 2005

[5] Dudek-Dyduch E., Dutkiewicz L., Kucharska E.: *Model algebraiczno-logiczny szeregowania zadań z uwzględnieniem transportu maszyn.* Kraków , Zesz. Nauk. AGH, s. Automatyka, t. 8, z. 3, 2004, 553–562

[6] Kucharska E.: *Wykorzystanie modelu algebraiczno-logicznego do optymalizacji problemów szeregowania z czasem przezbrojeń zależnym od stanu.* 2006 (rozprawa doktorska)