

Adam Sędziwy*

Procedura orientowania siatek 2D

1. Przedstawienie problemu

W niniejszym artykule omówiona jest procedura orientowania obiektów dwuwymiarowych względem wyróżnionego kierunku. Procedura może znaleźć zastosowanie w systemach akwizycji i wstępnej obróbki obrazu, na przykład dla systemów wizyjnych robotów lub przy analizowaniu zdjęć satelitarnych itp.

Obiektem poddawanym operacji orientowania jest siatka, która jest rozumiana jako zbiór linii prostych (odcinków), leżących przeważnie w dwóch, prostopadłych do siebie kierunkach (rys. 1). Orientowanie polega na takim obrocie obrazu, aby linie zwane umownie „prostopadłymi” były w jego wyniku skierowane pionowo, natomiast linie „równoległe” poziomo. Przykładem zadania orientowania siatki jest obrót zdjęcia satelitarnego Manhattanu tak, aby aleje skierowane były pionowo, natomiast ulice poziomo (rys. 3). W przykładzie tym ujawnia się szereg problemów, które, choć nie związane bezpośrednio z samym orientowaniem, muszą być rozwiązane, aby możliwe było stworzenie w pełni automatycznej procedury. Są wśród nich:

- wydzielenie z obrazu poszczególnych składowych i przedstawienie ich w odpowiedniej reprezentacji (ulicom odpowiadają linie proste lub łamane);
- wybór składowych istotnych dla żądanej transformacji – np. widoczne na planie place nie są brane pod uwagę w trakcie orientowania mapy.

Problematyki te wykraczają poza zakres tego artykułu. Teorię potrzebną do rozwiązania tych zagadnień można znaleźć w monografiach poświęconych przetwarzaniu obrazu, np. [3, 4, 5].

2. Reprezentacja obrazu

W naszych rozważaniach zakładamy, iż obraz jest już przetworzony i zredukowany do linii zaklasyfikowanych jako „prostopadłe” ($T_i, i = 1, 2, \dots, t$) i „równoległe” ($N_i, i = 1, 2, \dots, n$), tworzących siatkę. Linia występuje w tym kontekście jako zbiór m pikseli.

* Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie; sedziwy@agh.edu.pl

Do wyznaczenia kąta obrotu φ , jakiemu należy poddać siatkę, potrzebne jest wyznaczenie kątów nachylenia α_i oraz β_i linii T_i i N_i . W tym celu obliczamy współczynniki regresji liniowej a_y dla T_i i N_i , pozwalające na określenie kąta nachylenia do osi poziomej (zob. [6]). Mianowicie $\alpha = \arctan a_y$, przy czym a_y wynosi

$$a_y = \frac{m \sum_{j=1}^m x_j y_j - \sum_{j=1}^m x_j \sum_{j=1}^m y_j}{m \sum_{j=1}^m x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^m x_j \right)^2} \quad (1)$$

natomiast (x_j, y_j) są współrzędnymi pikseli.

Jak łatwo zauważyć, współczynniki a_y liczone dla prostych „prostopadłych” i „równoległych” różnią się znakiem. Dzięki temu łatwo dokonać podziału linii na te dwie kategorie.

3. Określenie kąta orientacji

W pracy przetestowano cztery sposoby wyliczania kąta orientacji, o jaki należy obrócić cały obraz, aby uzyskać jego żadaną orientację.

- 1) Średnia ważona kątów nachylenia prostych, liczoną z wagami będącymi liczbami pikseli, tworzących poszczególne linie

$$\varphi = - \frac{\sum_{i=1}^t |T_i| \alpha_i + \sum_{i=1}^n |N_i| \left(\frac{\pi}{2} + \beta_i \right)}{\sum_{i=1}^t |T_i| + \sum_{i=1}^n |N_i|} \quad (2)$$

Zaletą takiej definicji kąta φ jest fakt, że linie „grube” bądź o znaczącej długości, które intuicyjnie mogą stanowić najistotniejszy komponent obrazu, wpływają najbardziej na wartość φ . Obecność składnika $\pi/2$ dodawanego do β_i wynika ze wspomnianego wyżej faktu, że linie T_i i N_i są do siebie prostopadłe.

- 2) Alternatywnym podejściem jest zdefiniowanie kąta obrotu obrazu jako zwykłej średniej arytmetycznej kątów, z uwzględnieniem, jak uprzednio, składnika $\pi/2$ dodawanego do β_i

$$\varphi = - \frac{\sum_{i=1}^t \alpha_i + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\pi}{2} + \beta_i \right)}{t + n} \quad (3)$$

- 3) W obracanym obrazie mogą znajdować się „zakłócenia” w postaci linii łamanych. Wystąpienie łamanych wpływa w sposób niepożądany na wyliczaną wartość kąta φ . Sposobem na eliminację tego efektu może być albo wyliczenie średniej z wagami zmodyfikowanymi o funkcje współczynników korelacji (ozn. $F(\rho)$) poszczególnych linii (dla łamanej ρ będzie mniejsze niż dla linii prostej), albo ich funkcje

$$\varphi = - \frac{\sum_{i=1}^l |T_i| \alpha_i F(\rho_i^T) + \sum_{i=1}^n |N_i| \left(\frac{\pi}{2} + \beta_i\right) F(\rho_i^N)}{\sum_{i=1}^l |T_i| F(\rho_i^T) + \sum_{i=1}^n |N_i| F(\rho_i^N)} \quad (4)$$

gdzie

$$\rho = \frac{m \sum_{j=1}^m x_j y_j - \sum_{j=1}^m x_j \sum_{j=1}^m y_j}{\left[m \sum_{j=1}^m x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^m x_j \right)^2 \right] \left[m \sum_{j=1}^m y_j^2 - \left(\sum_{j=1}^m y_j \right)^2 \right]} \quad (5)$$

W najprostszym przypadku $F(\rho) = |\rho|$, indeks i (pominięty już w wyrażeniu (5), liczącym oczywiście oddzielnie dla każdej linii) dotyczy kolejnych prostych, natomiast górne indeksy T i N (także pominięte w (5)) oznaczają rodzinę linii równoległych bądź prostopadłych.

- 4) Dla modyfikacji wariantu ze zwykłą średnią arytmetyczną wyrażenie na φ ma postać

$$\varphi = - \frac{\sum_{i=1}^l \alpha_i F(\rho_i^T) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\pi}{2} + \beta_i\right) F(\rho_i^N)}{\sum_{i=1}^l F(\rho_i^T) + \sum_{i=1}^n F(\rho_i^N)} \quad (6)$$

Takie podejście umożliwia „wytłumienie” nieregularności struktury obracanego obrazu. Wpływ nieregularności można usunąć także, wybierając funkcję F

$$F(\rho) = \begin{cases} |\rho|, & \text{gdy } |\rho| > 0.99 \\ 0, & \text{w p.p} \end{cases} \quad (7)$$

Wybór postaci funkcji F oraz wartości progowej na poziomie 0,99 ma charakter czysto heurystyczny i może być zmieniony w zależności od konkretnego problemu.

Należy zauważyć jeszcze, że dodatkowym czynnikiem wpływającym na zmniejszenie ρ jest grubość linii. Im grubość linii jest większa, tym współczynnik ρ jest mniejszy, co w skrajnych przypadkach (np. linia o małej długości i dużej szerokości) powoduje, że jej wpływ na wartość kąta φ (liczonego wg wzorów (4) lub (6)), maleje.

4. Transformacja obrotu

Aby uzyskać siatkę zorientowaną, każdy piksel obrazu, o współrzędnych $\mathbf{r} = (x, y)$, poddany zostaje transformacji obrotu O_φ o kąt φ , względem środka obrazu $\mathbf{r}_0 = (W/2, H/2)$, gdzie W, H są odpowiednio szerokością i wysokością obrazu: $\mathbf{r}' = O_\varphi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) + \mathbf{r}_0$, gdzie \mathbf{r}' oznacza współrzędne piksela po obrocie. Po podstawieniu

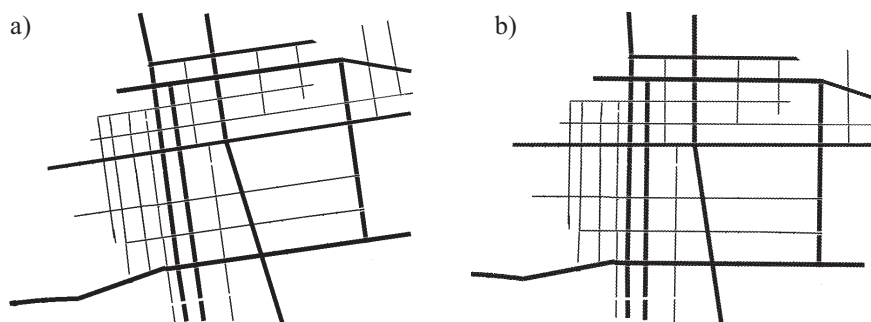
$$O_\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix},$$

otrzymujemy ostatecznie

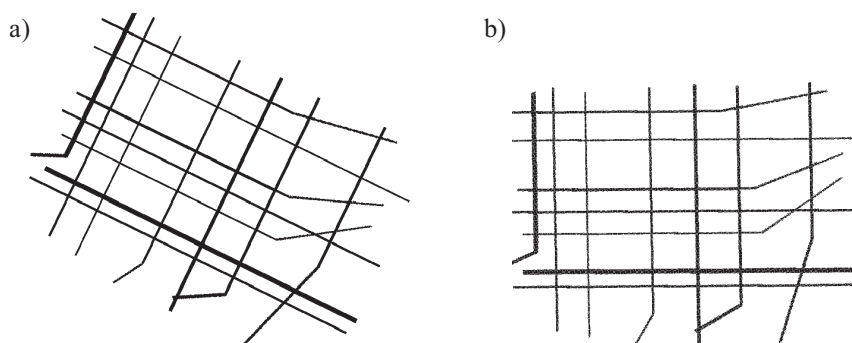
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x - \frac{W}{2} \\ y - \frac{H}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{W}{2} \\ \frac{H}{2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

5. Wyniki

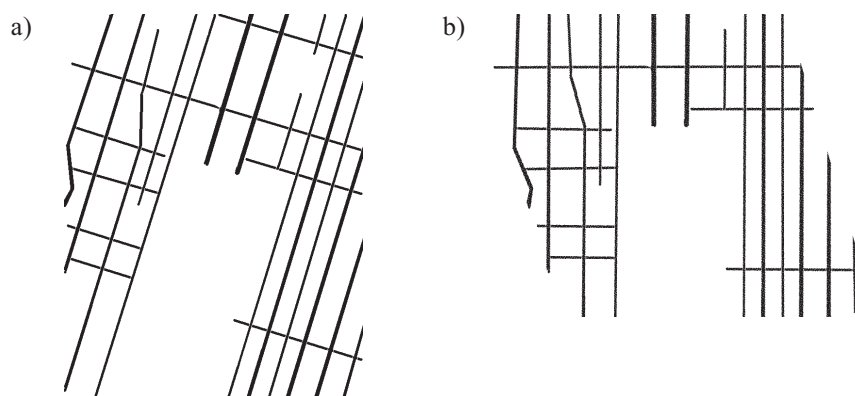
W niniejszym rozdziale przedstawiono wynik działania procedury orientującej dla przykładowych danych: siatek będących reprezentacjami planu centrum Łodzi (rys. 1), zdjęcia satelitarnego fragmentu Manhattanu (rys. 3) oraz sztucznie wygenerowanej siatki (rys. 2). Zastosowano sposób obliczania kąta orientacji przedstawiony w punktach 3 (rys. 2, 3) i 4 (rys. 1), rozdział 3. Wybrano funkcję $F(\rho)$ o postaci (7). Tabela 1 przedstawia wartości kątów i współczynników korelacji dla poszczególnych linii analizowanych siatek. Opisany w artykule algorytm orientowania zastosowano do szeregu siatek. Poza przypadkiem trywialnym, zawierającym wyłącznie linie proste, skierowane w dwóch, prostopadłych kierunkach, transformacji poddano także obrazy, w skład których wchodzi linie łamane. Algorytm zaimplementowano w języku C++ (rys. 4). Rysunki (1–3) obrazują efekt końcowy transformacji orientowania.



Rys. 1. Przykład 1, fragment planu centrum Łodzi [1] zorientowany w kierunku N-S (a) i jego transformacja metodą 4 (b)



Rys. 2. Przykład 2, siatka 2D zawierające linie łamane (a) i jej postać zorientowana według metody 3 (b)

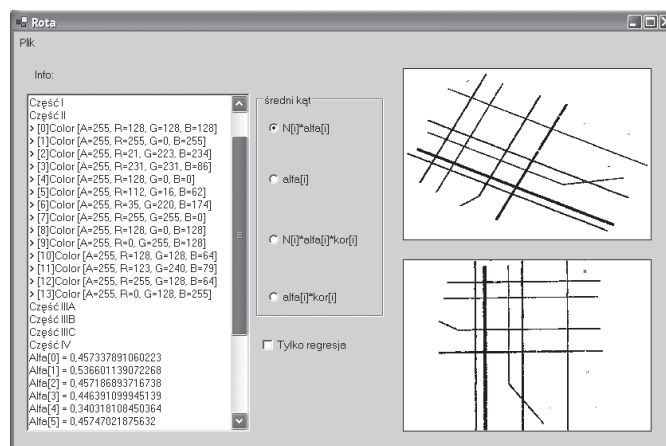


Rys. 3. Przykład 3, fragment zdjęcia satelitarnego Manhattanu [2] zorientowany w kierunku N-S (a) i jego transformacja metodą 3 (b)

Tabela 1

Tabela zawierająca kąty α_i nachylenia linii siatki (i – numery linii), wraz z wyliczonym algorytmicznie kątem orientacji φ , oraz współczynniki korelacji linii ρ_i . Pogrubioną czcionką zaznaczono linie, dla których moduły współczynników korelacji znajdują się poniżej progu 0,99, nieuwzględniane przy wyliczaniu φ ($F(\rho_i) = 0$). Uwaga: kąty α_i są „znormalizowane”, tzn. do kątów prostych „równoległych” dodano 90 stopni

i	Przykład 1		Przykład 2		Przykład 3	
	α_i (stopnie)	ρ_i	α_i (stopnie)	ρ_i	α_i (stopnie)	ρ_i
0	79,45	-0,985	26,204	1,000	14,76	-0,955
1	81,36	-0,998	30,745	-0,966	17,06	-0,999
2	81,82	-0,999	26,195	0,999	15,02	-0,990
3	81,66	-1,000	25,576	-1,000	17,38	0,994
4	81,49	-0,999	19,50	0,943	17,33	0,991
5	82,04	0,996	26,21	1,000	16,63	1,000
6	82,69	0,996	25,57	-1,000	15,95	0,994
7	84,23	-0,898	22,29	0,982	17,76	0,996
8	81,90	-0,999	26,20	1,000	17,39	-1,000
9	82,05	0,997	23,58	0,994	16,89	-0,999
10	81,84	0,993	27,09	-0,995	17,01	-0,994
11	81,91	0,998	25,59	-0,999	16,55	0,998
12	81,95	-0,987	31,70	-0,966	17,10	-1,000
13	81,78	0,990	32,75	-0,985	17,23	0,998
14	81,39	0,994	$\varphi = -25,81$		17,51	-0,996
15	75,51	0,988			16,73	0,997
16	82,14	0,998			16,94	-0,999
17	81,71	0,983			16,72	-1,000
18	80,59	0,996			17,37	-0,999
19	79,61	0,995			17,06	-0,999
20	$\varphi = -81,36$				16,99	-0,996
21					15,98	-0,987
					$\varphi = -17,00$	



Rys. 4. Aplikacja realizująca procedurę orientowania

Literatura

- [1] <http://www.pilot.pl/>
- [2] <http://earth.google.com/download-earth.html>
- [3] Ritter G.X., Wilson J.N.: *Handbook of Computer Vision Algorithms in Image Algebra*. CRC Press, New York 1996
- [4] Young I.T., Gerbrands J.J., van Vliet L.J.: *Image Processing Fundamentals*. <http://www.ph.tn.tudelft.nl/Courses/FIP/noframes/fip.html>
- [5] Castleman K.R.: *Digital Image Processing. Second ed.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1996
- [6] Cook R.D., Weisberg S.: *Applied Regression Including Computing and Graphics*. Wiley, 1999

