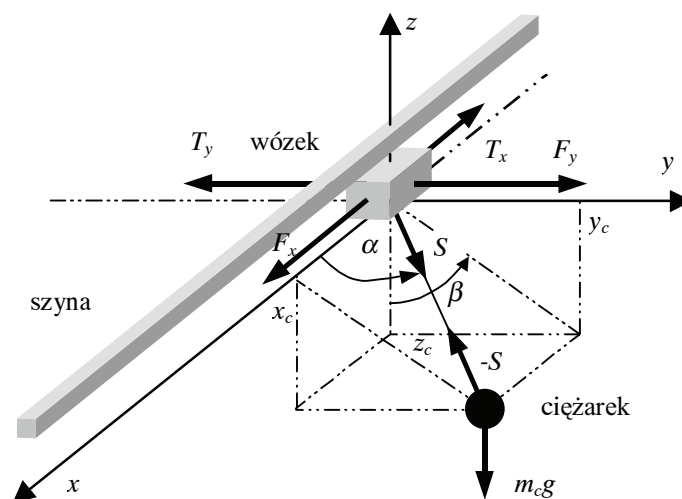


Mariusz Pauluk

## Regulator rozmyty jako przykład algorytmu odpornego

### 1. Wstęp

Teoria zbiorów rozmytych powstała w celu opisanie zjawisk, o których mamy informacje nieprecyzyjne czy też niejednoznaczne. Synteza klasycznego regulatora rozmytego nie wymaga znajomości równań matematycznych regulowanego obiektu. W tym celu wykorzystuje się wiedzę o zachowaniu obiektu i doświadczenie w sterowaniu nabyte przez „operatora”.



Rys. 1. Siły działające na wózek i ciężarek

Jako przykład odpornego algorytmu sterowania inteligentnego wybrano regulator działający w logice rozmytej [1–3, 6–8]. Zaprezentowany regulator zrealizowano i sprawdzono w działaniu na modelu laboratoryjnym suwnicy. Omówiono podstawy teoretyczne oraz przebadano odporność poprzez obserwację działania regulatora w warunkach ekspery-

\* Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, e-mail: mp@ia.agh.edu.pl

mentalnych z zakłóceniami. Model laboratoryjny suwnicy zbudowano do celów naukowo-eksperymentalnych w Katedrze Automatyki AGH [4–6]. Stanowisko badawcze składa się z mechanicznego modelu trójwymiarowej suwnicy, komputera sterującego klasy PC i interfejsu sprzętowego, pośredniczącego w przesyłaniu sygnałów do i z suwnicy. Suwnica ma 1,5 m szerokości i 2,5 m długości. Pomiar położenia wózka i ciężarka realizuje pięć tarcz enkoderowych o rozdzielczości 4096 impulsów na obrót. Bezpośrednio mierzone są: położenie wózka, długość linki oraz kąty odchylenia ciężaru od pionu (rys. 1).

## 2. Oznaczenia

Do opisu regulatora przyjęto niżej wymienione oznaczenia:

- $X_A, X_B$  – zbiory nierozmyte, przestrzenie sygnałów wejściowych,
- $A, B$  – wejściowe zbiory rozmyte reguły, określone odpowiednio na  $X_A$  i  $X_B$ ,
- $Y_C$  – zbiór nierozmyty, przestrzeń sygnałów wyjściowych,
- $C$  – wyjściowy zbiór rozmyty reguły, określony na  $Y_C$ ,
- $C'$  – wyjściowy zbiór rozmyty regulatora rozmytego,
- $R$  – reguła,
- $x_A$  – element zbioru wejściowego  $X_A$ ,
- $x_{Ar}$  – wybrany element zbioru wejściowego  $X_A$ ,
- $x_B$  – element zbioru wejściowego  $X_B$ ,
- $x_{Br}$  – wybrany element zbioru wejściowego  $X_B$ ,
- $y_C$  – element zbioru wyjściowego  $Y_C$ ,
- $y_{Cr}$  – wynik wyostżenia zbioru  $C'$ ,
- $w$  – waga reguły,
- $N$  – liczba reguł,
- $F_x, F_y, F_R$  – siły napędzające wózek suwnicy wzdłuż osi  $x, y$  i siła sterująca długością linki  $R$ ,
- $R$  – długość linki,
- $x_w, y_w$  – współrzędne położenia wózka w układzie kartezjańskim,
- $\alpha, \beta$  – kąty określające położenia ciężaru w układzie sferycznym,

## 3. Regulator rozmyty

Informacja o zachowaniu obiektu wprowadzana jest do regulatora w formie reguł o przykładowej postaci

$$R: \text{Jeżeli } x_A \text{ jest } A \text{ i } x_B \text{ jest } B, \text{ to } y_C \text{ jest } C \quad (1)$$

Użycie zbiorów rozmytych  $A$  i  $B$  powoduje, że regulator jest mniej wrażliwy na zakłócenia sygnałów wejściowych  $x_A$  i  $x_B$ . Zmiana sygnału wejściowego wskutek przepięcia, szumu lub błędnego pomiaru nie powoduje od razu wyeliminowania reguły z wpływu na po-

ziom sygnału wyjściowego. Zakłócenie może zmniejszyć lub zwiększyć udział reguły w końcowej wartości. Ważne jest, że dana reguła będzie brana pod uwagę w wyliczaniu sterowania. Regulatory zbudowane na podstawie takiej logiki są naturalnie odporne na zakłócenia.

W klasycznym regulatorze rozmytym konkretne sterowanie wyznaczane jest w procesie wyostrzania (*defuzzification*) zbioru wyjściowego rozmytego. Zarówno po słowach „**jeżeli**”, jak i po „**to**” występują zbiory rozmyte i operacje na nich. Pewną odmianę regulatora rozmytego zaproponowali Takagi i Sugeno [9]. Przykładowa reguła w regulatorze Takagi–Sugeno wygląda następująco

$$R: \text{Jeżeli } x_A \text{ jest } A \text{ i } x_B \text{ jest } B, \text{ to } y_C = f(x_A, x_B) \quad (2)$$

Dla reguły obliczana jest dodatkowo waga sterowania. Na wyjściu otrzymuje się wartość funkcji  $f(x_A, x_B)$  i odpowiadającą jej wagę  $w$ . Konkretna wartość sterowania wyliczana jest nie na podstawie wyostrzania wyjściowego zbioru rozmytego, ale na zasadzie wyliczenia średniej ważonej wyjść z poszczególnych reguł. Takie rozwiązanie umożliwia budowę regulatora, który będzie generował sterowanie, wykorzystując różne modele matematyczne, przełączane zależnie od tego, w jakim obszarze znajdzie się system. Tak więc sterownik Takagi–Sugeno może pełnić funkcję sterownika nadrzędnego, decydującego o wyborze opisu matematycznego obiektu sterowanego. Podejście to, inaczej niż w przypadku klasycznego regulatora rozmytego, wymaga znajomości modelu matematycznego. Część rozmyta regulatora zapewnia gładkie sterowanie przy przechodzeniu obiektu regulowanego z obszaru, w którym ważny jest jeden opis matematyczny, do obszaru, w którym funkcjonuje inny.

W szczególności sterownik Takagi–Sugeno nadaje się do zastosowania w przypadku, gdy pełny model matematyczny regulowanego obiektu jest zbyt skomplikowany do wykorzystania, a można go uprościć do kilku modeli liniowych, będących np. wynikiem linearyzacji modelu nieliniowego w kluczowych punktach przestrzeni stanów obiektu sterowania. Takie podejście wydaje się jednak niepraktyczne do zastosowania w wielowymiarowym obiekcie. Do opisu jego zachowania za pomocą liniowych równań należałoby określić dużą liczbę punktów linearyzacji, co przy dużym wymiarze wektora stanu wygenerowałoby ogromną liczbę reguł.

Dlatego do syntezy regulatora rozmytego dla trójwymiarowej suwnicy wybrano klasyczny regulator rozmyty Mamdaniego.

#### 4. Podstawowe definicje

Podstawy teorii zbiorów rozmytych są szeroko omówione np. w [8]. Ze względu na przejrzystość artykułu, poniżej przytoczono jedynie te definicje, które są potrzebne do wyjaśnienia działania regulatora rozmytego.

##### Definicja 1

Zbiorem rozmytym  $A$  w niepustej przestrzeni  $X$  nazywamy zbiór par

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X\}, \text{ gdzie } \mu_A : X \rightarrow [0, 1] \quad (3)$$

jest funkcją przynależności zbioru rozmytego  $A$ . Funkcja ta określa poziom przynależności elementu ze zbioru  $X$  do zbioru rozmytego. Wartość 0 oznacza brak przynależności, wartość 1 oznacza całkowitą przynależność, a wartość pośrednia określa, w jakim stopniu element zbioru  $X$  należy do zbioru rozmytego.

### Definicja 2

Funkcję przynależności klasy  $T$  definiujemy następująco

$$\mu(x; a, b) = \begin{cases} \frac{x-a+b}{b}, & x \in [a-b, a] \\ \frac{a-x+b}{b}, & x \in [a, a+b] \\ 0, & \text{poza tym} \end{cases} \quad (4)$$

### Definicja 3

Funkcję przynależności klasy  $\Gamma$  jest określona przez

$$\mu(x; a, b) = \begin{cases} 0, & x \leq a-b \\ \frac{x-a+b}{b}, & x \in [a-b, a] \\ 1, & x \geq a \end{cases} \quad (5)$$

### Definicja 4

Funkcję przynależności klasy  $L$  ma postać

$$\mu(x; a, b) = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ \frac{a-x+b}{b}, & x \in [a, a+b] \\ 0, & x \geq a+b \end{cases} \quad (6)$$

### Definicja 5

Relacją rozmytą dwóch zbiorów nierozmytych  $X$  i  $Y$  nazywamy zbiór rozmyty  $A$  określony na iloczynie kartezjańskim  $X \times Y$

$$A = \{((x, y), \mu_A(x, y)) : x \in X, y \in Y\}, \text{ gdzie } \mu_A : (X \times Y) \rightarrow [0, 1] \quad (7)$$

Jeżeli  $A_X$  jest dowolnym zbiorem rozmytym określonym na  $X$ , a  $A_Y$  – dowolnym zbiorem rozmytym na  $Y$ , to zbiór rozmyty  $A$  określony wyżej będziemy traktować również jako relację rozmytą zbiorów rozmytych  $A_X$  i  $A_Y$ .

W trzech poniższych definicjach  $A$  jest zbiorem rozmytym określonym na zbiorze nierozmytym  $X$ , a  $B$  – zbiorem rozmytym określonym na zbiorze nierozmytym  $Y$ .

### Definicja 6

Operatorem rozmytym **i** (czyli **AND**) działającym na dwa zbiory rozmyte  $A$  i  $B$  nazywamy relację rozmytą tych zbiorów, oznaczoną przez  $A \mathbf{i} B$ , z funkcją przynależności

$$\mu_{A \mathbf{i} B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)), \quad x \in X, y \in Y.$$

### Definicja 7

Operatorem rozmytym **lub** (czyli **OR**) działającym na dwa zbiory rozmyte  $A$  i  $B$  nazywamy relację rozmytą tych zbiorów, oznaczoną przez  $A \mathbf{lub} B$ , z funkcją przynależności

$$\mu_{A \mathbf{lub} B}(x, y) = \max(\mu_A(x), \mu_B(y)), \quad x \in X, y \in Y.$$

### Definicja 8

Rozmytą implikacją  $A \rightarrow B$  nazywamy relację rozmytą, określoną na  $X \times Y$  **regułą Mamdaniego**

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)), \quad x \in X, y \in Y \quad (8)$$

Zamiast  $A \rightarrow B$  piszemy również: **Jeżeli**  $x$  jest  $A$ , **to**  $y$  jest  $B$ . Zauważmy, że implikacja z regułą Mamdaniego jest identyczna z operacją **i** (def. 6).

### Definicja 9

Złożenie zbioru rozmytego  $A$  określonego na zbiorze  $X$  z relacją rozmytą  $R$  określoną na iloczynie kartezjańskim zbiorów  $X \times Y$  oznaczamy  $A \circ R$ . W wyniku złożenia otrzymuje się zbiór rozmyty  $B$  określony na zbiorze  $Y$ ,  $B = A \circ R$ , z funkcją przynależności

$$\mu_B(y) = \sup_{x \in X} \left( \mu_A(x) \overset{T}{*} \mu_R(x, y) \right), \quad y \in Y \quad (9)$$

gdzie  $T : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  jest normą postaci

$$a \overset{T}{*} b = T(a, b) = \min(a, b) \quad (10)$$

Regulator rozmyty generuje sterowanie w wyniku działania na zbiorach rozmytych, dlatego konkretne wartości wejściowe regulatora (sygnał uchybu regulacji) muszą zostać

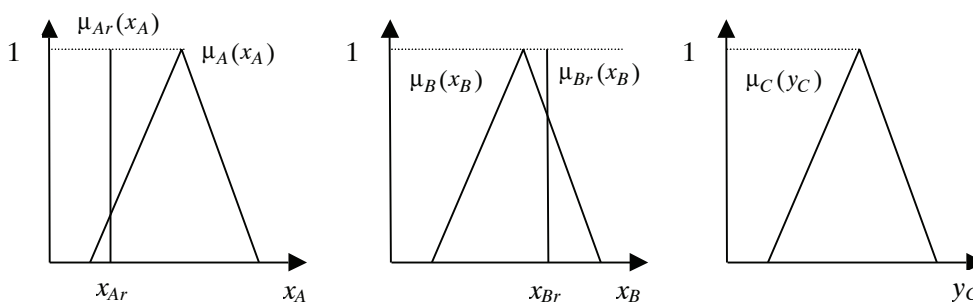
poddane operacji rozmycia (*fuzzification*), czyli odwzorowania konkretnej wartości  $x_{Ar}$  na zbiór rozmyty. Najczęściej stosuje się operację rozmywania o nazwie **singleton**

$$\mu_{Ar}(x_A) = \delta(x_A - x_{Ar}) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x_A = x_{Ar} \\ 0 & \text{dla } x_A \neq x_{Ar} \end{cases} \quad (11)$$

Załóżmy, że w regulatorze zdefiniowano następującą regułę

$$R: \text{Jeżeli } x_A \text{ jest } A \text{ i } x_B \text{ jest } B, \text{ to } y_C \text{ jest } C \quad (12)$$

oraz na wejście regulatora podano dwa sygnały  $x_{Ar}$  i  $x_{Br}$ . Rysunek 2 przedstawia przyjęte funkcje przynależności dla zbiorów rozmytych  $A$ ,  $B$  i  $C$  oraz funkcje przynależności rozmytych sygnałów wejściowych, tj. zbiorów rozmytych  $A_r$  i  $B_r$ . Rozmycie obu sygnałów realizuje funkcja singleton (11).



Rys. 2. Funkcje przynależności zbiorów rozmytych

Wyjściem regulatora rozmytego dla powyższego przykładu jest zbiór rozmyty  $C'$  z funkcją przynależności  $\mu_{C'}(y_C)$ . Zbiór ten jest złożeniem iloczynu kartezjańskiego rozmytych zbiorów  $A_r$  i  $B_r$  z rozmytą implikacją  $(A \text{ i } B) \rightarrow C$ , co zapisujemy

$$C' = (A_r \text{ i } B_r) \circ ((A \text{ i } B) \rightarrow C) \quad (13)$$

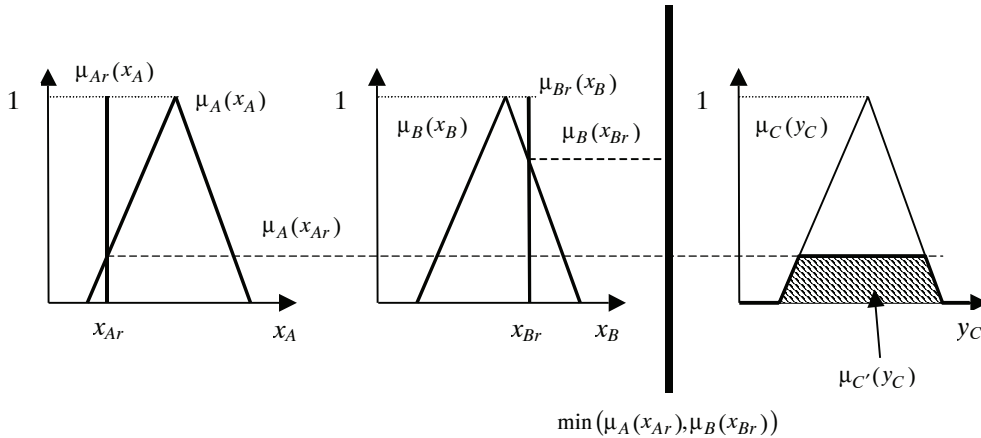
Zgodnie z definicjami 6 i 8 wprowadzonymi na początku podrozdziału, wzór na funkcję przynależności zbioru  $C'$ , zgodnie z (9), można przedstawić jako

$$\mu_{C'}(y_C) = \sup_{x_A, x_B} \left\{ \min(\mu_{A_r \text{ i } B_r}(x_A, x_B), \mu_{(A \text{ i } B) \rightarrow C}(x_A, x_B, y_C)) \right\} \quad (14)$$

i dalej

$$\mu_{C'}(y_C) = \mu_{(A \text{ i } B) \rightarrow C}(x_{Ar}, x_{Br}, y_C) = \min(x_{Ar}, x_{Br}, y_C) \quad (15)$$

Powyższą zależność ilustruje rysunek 3.



Rys. 3. Graficzne przedstawienie wzoru na funkcję przynależności zbioru rozmytego  $C'$

Gdy regulator określa większą liczbę reguł, dla każdej reguły wylicza się odpowiadający jej zbiór  $C'_i$  analogicznie jak w powyższym przykładzie zbiór  $C'$ . Wskaźnik  $i$  oznacza tu numer reguły. W takim przypadku funkcję przynależności zbioru  $C'$  przedstawia wzór

$$\mu_{C'}(y_C) = \max(\mu_{C'_1}(y_C), \mu_{C'_2}(y_C), \dots, \mu_{C'_N}(y_C)) \quad (16)$$

Jeżeli każda z reguł ma przypisaną odpowiednią wagę  $w_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , to wzór (16) zastępujemy przez

$$\mu_{C'}(y_C) = \max(w_1\mu_{C'_1}(y_C), w_2\mu_{C'_2}(y_C), \dots, w_N\mu_{C'_N}(y_C)) \quad (17)$$

Waga umożliwia określenie wpływu każdej reguły na końcową wartość sterowania.

Aby uzyskać końcową wartość sterowania, należy odwzorować zbiór rozmyty  $C'$  na konkretną wartość  $y_{Cr}$ . Odwzorowanie to nazywa się wyostrzaniem i jest to operacja odwrotna do operacji rozmywania (11). Istnieje wiele metod uzyskania konkretnej wartości sterowania. W regulatorze przedstawionym poniżej wybrano metodę bisekcji (*bisection*), którą opisuje następująca zależność

$$y_{Cr}(C') = \min \left( t \in Y_C : \int_{Y_C \cap (-\infty, t)} \mu_{C'}(y_C) dy_C = \frac{1}{2} \int_{Y_C} \mu_{C'}(y_C) dy_C \right) \quad (18)$$

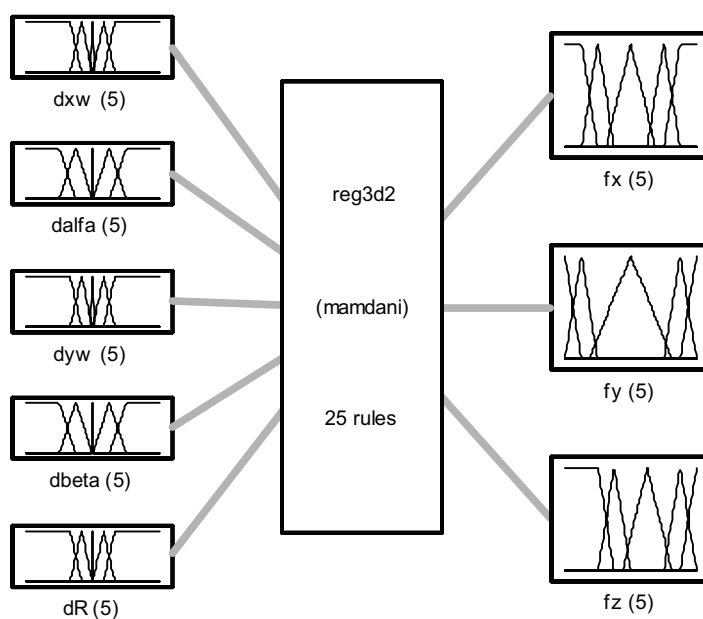
## 5. Realizacja regulatora rozmytego

Ważnym zagadnieniem w sterowaniu suwnicą jest przenoszenie ciężaru w bezpieczny sposób [1]. Problem polega na przesunięciu suwnicy z punktu początkowego  $X_0$  do punktu  $X_1$  w taki sposób, aby wyłumić oscylacje występujące podczas ruchu.

Horyzont czasowy nie jest ściśle określony. Regulator został zbudowany za pomocą narzędzia *Fuzzy Logic Toolbox 9* w pakiecie MATLAB-Simulink. W oprogramowaniu tym istnieje możliwość wprowadzenia dla każdej reguły wagi  $w$ , z zakresu  $[0, 1]$ .

W tym rozdziale reguły zostaną przedstawione w formie angielskiej **IF THEN**, a nie **Jeżeli to**, zgodnie z notacją oprogramowania *Fuzzy Logic*. Waga zgodnie z tą notacją podawana jest na końcu reguły w nawiasach okrągłych.

Niżej zostanie przedstawiony regulator rozmyty Mamdaniego, realizujący zadanie przemieszczenia ładunku na trójwymiarowym, laboratoryjnym modelu suwnicy. Schemat blokowy zaproponowanego regulatora przedstawia rysunek 4. Nazwy  $dx_w$ ,  $dy_w$ ,  $dalfa$ ,  $dbeta$  i  $dR$  są równoważne kolejno  $\Delta x_w$ ,  $\Delta y_w$ ,  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\beta$  i  $\Delta R$ . Ze względów technicznych zostały w takiej formie użyte w oprogramowaniu *Fuzzy Logic*. Analogicznie oznaczenia  $fx$ ,  $fy$  i  $fz$  są równoważne  $F_x$ ,  $F_y$  i  $F_z$ . Cyfra w nawiasach okrągłych obok nazwy sygnału oznacza liczbę zdefiniowanych dla niego funkcji przynależności.

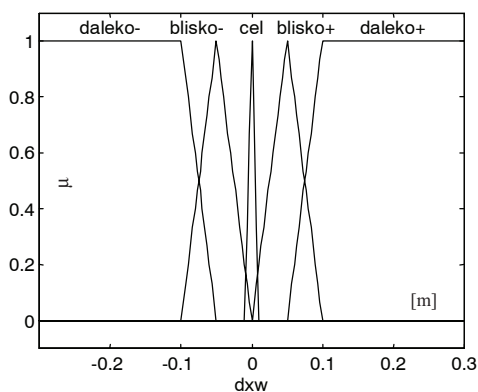


System reg3d2: 5 inputs, 3 outputs, 25 rules

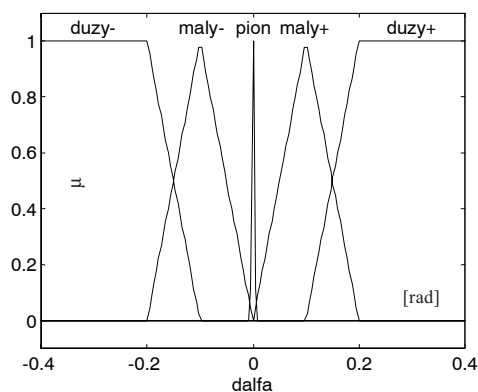
Rys. 4. Schemat blokowy regulatora Mamdaniego

Sygnałami wejściowymi regulatora są błędy regulacji  $\Delta x_w$ ,  $\Delta y_w$ ,  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\beta$  i  $\Delta R$ . W pierwszej fazie projektowania zdefiniowano zbiory rozmyte dla sygnałów wejściowych i wyjściowych. Znaki „+” i „-” w nazwach funkcji przynależności oznaczają odpowiednio „w prawo” i „w lewo”.



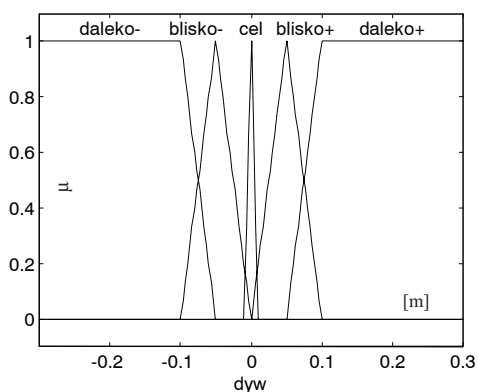


**Rys. 5.** Funkcje przynależności dla sygnału błędu położenia wózka  $\Delta x_w$

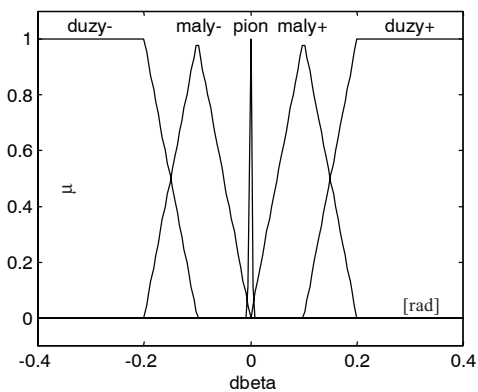


**Rys. 6.** Funkcje przynależności dla sygnału błędu odchylenia kąowego  $\Delta\alpha$

Dla ruchu wózka wzdłuż osi  $x$  (rys. 5) przyjęto, że wózek znajduje się w zadanym położeniu, czyli w celu, jeżeli uchyb położenia wynosi zero. Zbiór rozmyty „cel” określa funkcja przynależności klasy  $T$  (4) z parametrami  $a = 0$ ,  $b = 0,01$ . Zbiory rozmyte „blisko+” i „blisko-” określono funkcjami przynależności klasy  $T$  z  $a = 0,05$  i  $b = 0,05$  (dla „blisko+”) i  $a = -0,05$ ,  $b = 0,05$  (dla „blisko-”). Zbiór „daleko+” określono funkcją przynależności klasy  $\Gamma$  (5) z  $a = 0,1$  i  $b = 0,05$ . Zbiór „daleko-” ma funkcję przynależności klasy  $L$  (6) z  $a = -0,1$  i  $b = 0,05$ . Analogicznie zostały zdefiniowane funkcje przynależności zbiorów rozmytych dla położenia wózka na kierunku osi  $y$  (rys. 7).



**Rys. 7.** Funkcje przynależności dla sygnału błędu położenia wózka  $\Delta y_w$

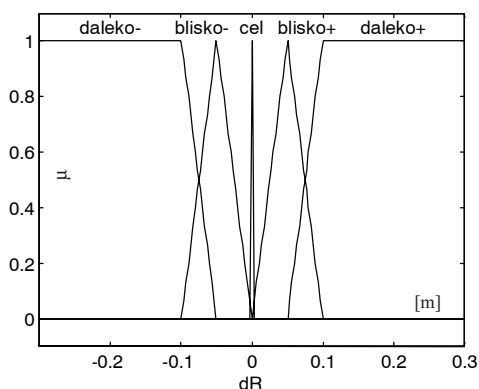


**Rys. 8.** Funkcje przynależności dla sygnału błędu odchylenia kąowego  $\Delta\beta$

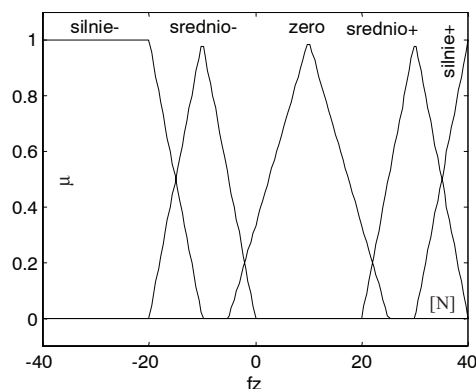
Podobnie jak dla uchybu położenia wózka, określono funkcje przynależności dla błędów obu kątów  $\alpha$  i  $\beta$  (rys. 6 i 8). Ciężarek wisi pionowo, jeżeli uchyb obu kątów wynosi zero. Zbiór rozmyty „pion” ma funkcję przynależności klasy  $T$  z  $a = 0$  i  $b = 0,005$  rad. Zbiory rozmyte „maly+” i „maly-” mają funkcje przynależności klasy  $T$  z  $b = 0,1$ ; dla „maly+”

$a = 0,1$ , dla „mały-”  $a = -0,1$ . Zbiór „duży-” określono funkcją przynależności klasy  $L$  z  $a = -0,2$  i  $b = 0,1$ . Zbiór „duży+” ma funkcję przynależności klasy  $\Gamma$  z  $a = 0,2$  i  $b = 0,1$ .

Funkcje przynależności dla sygnału błędu długości linki  $\Delta R$  (rys. 9) określono tak samo jak funkcje przynależności błędu położenia wózka. Jediną różnicą jest wartość parametru  $b = 0,005$  w funkcji określającej zbiór rozmyty „cel”.

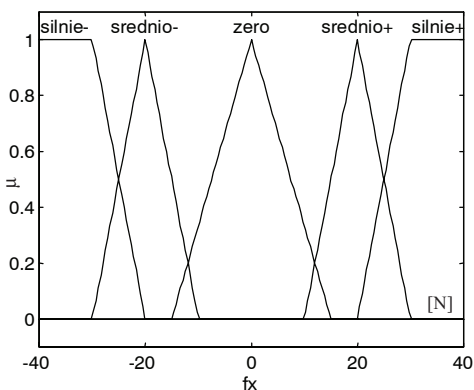


**Rys. 9.** Funkcje przynależności dla sygnału błędu długości linki  $\Delta R$

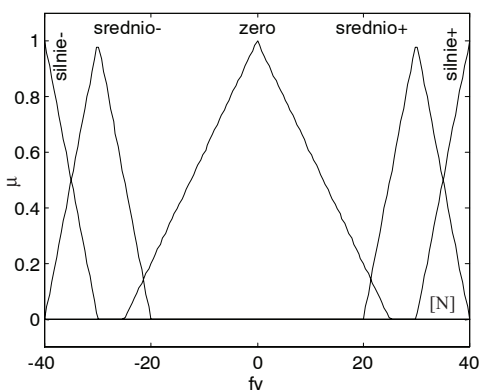


**Rys. 10.** Funkcje przynależności dla sterowania długością linki  $F_z$

Następnie określono funkcje przynależności zbiorów rozmytych dla sterowań  $F_z$ ,  $F_x$  i  $F_y$  (rys. 10–12). Przyjęto pięć podstawowych zbiorów rozmytych: „silnie-”, „średnio-”, „zero”, „średnio+” i „silnie+”, którym przypisano różne funkcje przynależności dla poszczególnych sterowań. Różnice pomiędzy funkcjami przynależności w sterowaniach wózka (rys. 11 i 12) wynikają z innego tarcia statycznego dla ruchu w kierunku osi  $x$  (10 N), a innego w kierunku osi  $y$  (20 N). Ze względu na działającą na ciężarek siłę przyciągania ziemskiego, przesunięto w prawo funkcje przynależności dla sterowania długością linki (rys. 10).



**Rys. 11.** Funkcje przynależności dla sygnału sterowania położeniem wózka w kierunku osi  $x$ ,  $F_x$



**Rys. 12.** Funkcje przynależności dla sygnału sterowania położeniem wózka w kierunku osi  $y$ ,  $F_y$

Poniżej przedstawiono 25 reguł definiujących zachowanie regulatora. Pierwsze 9 dotyczy sterowania siłą  $F_x$  i dwóch zadań regulacji – zmniejszenia uchybu położenia wózka  $\Delta x_w$  i zmniejszenia uchybu odchylenia kąтового  $\Delta\alpha$ . Zadania te dla pewnych wychyleń ciężarka są sprzeczne, tzn. sterowanie przemieszczające ciężarek do celu zwiększa jego wychylenie. Należało wybrać kompromis pomiędzy dwoma zadaniami regulacji. Założono, że zniwelowanie odchylenia ciężarka jest ważniejszym zadaniem niż zadanie doprowadzenia go do celu. Rozwiązanie tak postawionego problemu zapewni bezpieczny transport. Zróżnicowanie ważności zadań zrealizowano przez wprowadzenie mniejszej wagi, równej 0,3, dla reguł stabilizujących położenie wózka i wagi równej 1 dla reguł stabilizujących odchylenie kątowe. W przypadku wystąpienia sprzeczności pomiędzy obydwoma zadaniami większy wpływ na sterowanie będą miały reguły stabilizujące wychylenie kątowe.

- 1) If (dxw is daleko-) then (fx is silnie+) (0.3).
- 2) If (dxw is daleko+) then (fx is silnie-) (0.3).
- 3) If (dalfa is duzy-) then (fx is silnie+) (1).
- 4) If (dalfa is duzy+) then (fx is silnie-) (1).
- 5) If (dxw is cel) and (dalfa is pion) then (fx is zero) (1).
- 6) If (dalfa is maly-) then (fx is srednio+) (1).
- 7) If (dalfa is maly+) then (fx is srednio-) (1).
- 8) If (dxw is blisko+) then (fx is srednio-) (0.3).
- 9) If (dxw is blisko-) then (fx is srednio+) (0.3).

Analogicznie zdefiniowano reguły 10–18 stabilizujące położenie wózka w kierunku osi  $y$  i wychylenie w płaszczyźnie kąta  $\beta$ .

- 10) If (dyw is daleko-) then (fy is silnie+) (0.3).
- 11) If (dyw is daleko+) then (fy is silnie-) (0.3).
- 12) If (dyw is blisko+) then (fy is srednio-) (0.3).
- 13) If (dyw is blisko-) then (fy is srednio+) (0.3).
- 14) If (dbeta is duzy+) then (fy is silnie+) (1).
- 15) If (dbeta is duzy-) then (fy is silnie-) (1).
- 16) If (dbeta is maly-) then (fy is srednio-) (1).
- 17) If (dbeta is maly+) then (fy is srednio+) (1).
- 18) If (dyw is cel) and (dbeta is pion) then (fy is zero) (1).

Reguły określające nadążanie sterownika (19–23) za zadaną długością linki są nieco prostsze, ponieważ zależą wyłącznie od błędu długości linki.

- 19) If (dR is daleko-) then (fz is silnie-) (1).
- 20) If (dR is daleko+) then (fz is silnie+) (1).
- 21) If (dR is cel) then (fz is zero) (1).
- 22) If (dR is blisko+) then (fz is srednio+) (1).
- 23) If (dR is blisko-) then (fz is srednio-) (1).

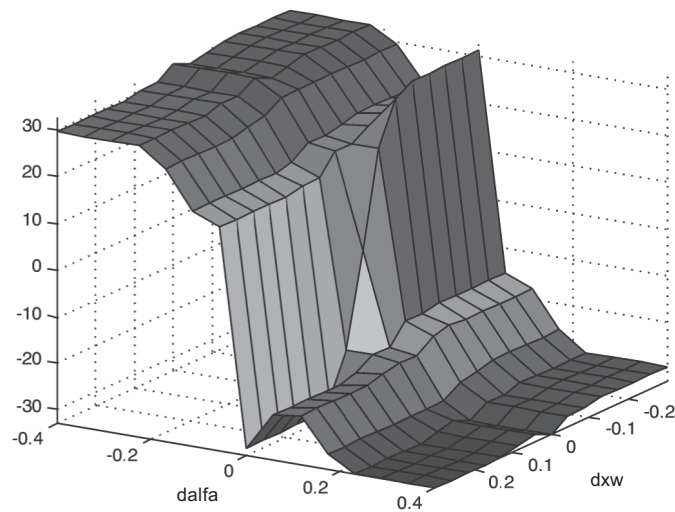
Na podstawie doświadczenia nabytego przy sterowaniu modelem suwnicy, wprowadzono jeszcze dwie reguły stabilizujące wychylenie ciężarka za pomocą sterowania długością linki  $F_R$ . Aby nie zakłócić samego procesu nadążania za zadaną długością linki  $R$ , ste-

rowanie to wspomaga stabilizację wychylenia kąowego tylko przy jego dużych wartościach.

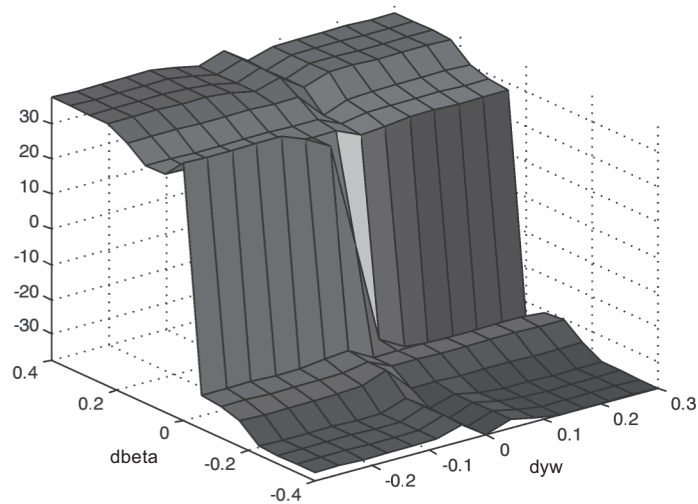
24) If (dalfa is duzy+) or (dbeta is duzy+) then (fz is srednio-) (1).

25) If (dalfa is duzy-) or (dbeta is duzy-) then (fz is srednio-) (1).

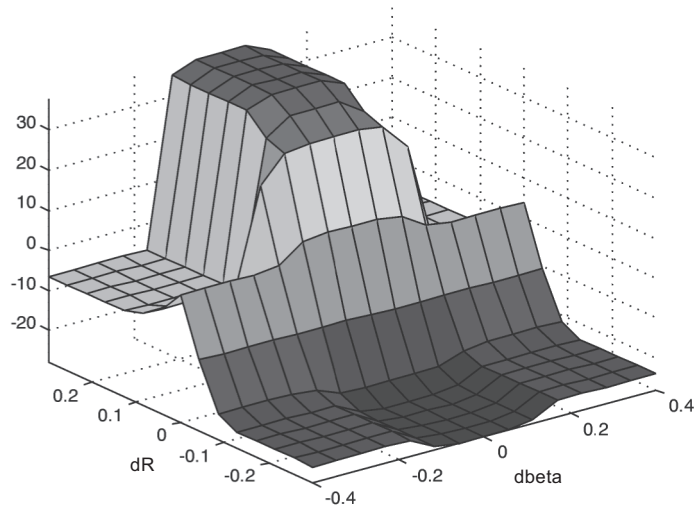
Rysunki 13–15 przedstawiają w graficznej formie funkcje sterowania suwnicą w zależności od wejściowych sygnałów błędu regulacji.



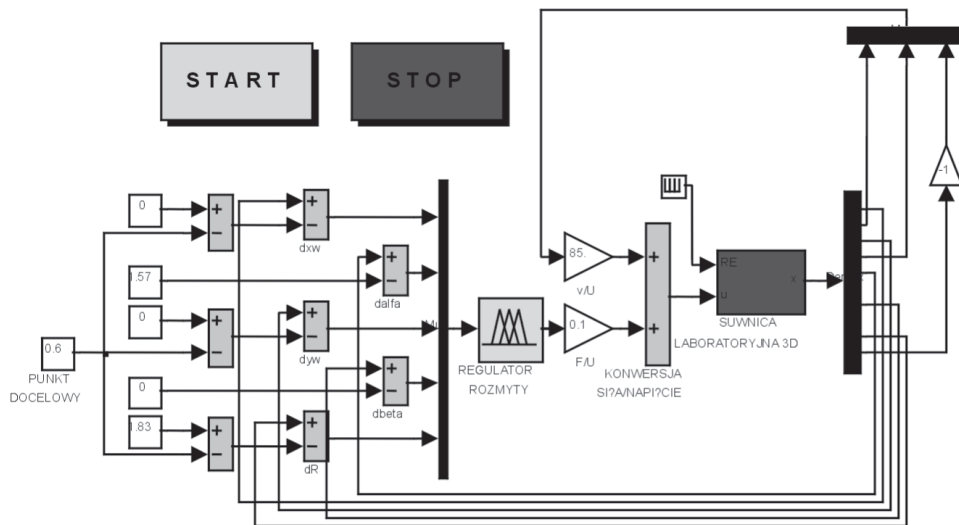
Rys. 13. Graficzna reprezentacja sterowania  $F_x = f(\Delta x_w, \Delta \alpha)$



Rys. 14. Graficzna reprezentacja sterowania  $F_y = f(\Delta \beta, \Delta y_w)$



Rys. 15. Graficzna reprezentacja sterowania  $F_z = f(\Delta\alpha, \Delta R)$



Rys. 16. Układ regulacji z regulatorem rozmytym Mamdaniego

Zaproponowane reguły są częściowo rozseparowane. Bardzo trudno jest określić na podstawie zachowania suwnicy zasady oddające współzależność pomiędzy wychyleniami w obu kierunkach. W tym celu należałoby przeanalizować równania matematyczne, a to podważałoby sens stosowania regulatora rozmytego. Stworzenie takich reguł jest trudne,

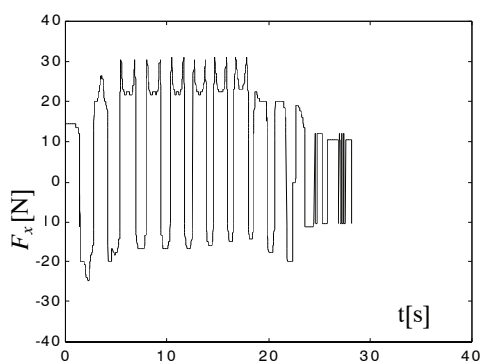
a poprawa procesu regulacji byłaby niewielka, ponieważ regulator szybko zmniejsza amplitudę wahań ciężarka do wartości, dla których analizę modelu laboratoryjnego można uprościć do dwóch ruchów płaskich [5]. Reguły są częściowo rozseparowane, ponieważ dwie ostatnie reguły określają sterowanie długością linki dla dużych wychyleń ciężarka. Reguły te wynikają z naturalnego zachowania ciężarka zawieszonoego na lince, którego amplituda oscylacji zależy od długości linki.

Kończącą postać układu regulacji w czasie rzeczywistym przedstawia rysunek 16. Do regulatora rozmytego doprowadzonych jest pięć sygnałów błędów, na podstawie których regulator generuje sterowanie. Model laboratoryjny sterowany jest napięciowo, dlatego sterowanie z regulatora podpięte jest do suwnicy przez układ konwersji siły na napięcie.

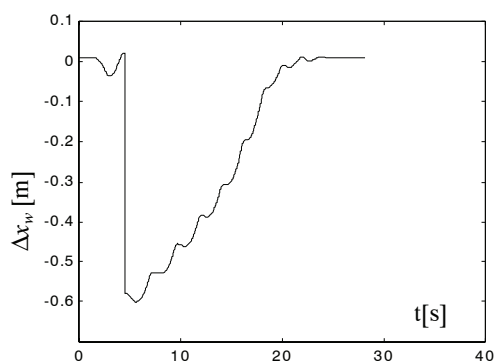
## 6. Eksperymenty

### 6.1. Eksperyment 1

W pierwszym eksperymencie ustawiono suwnicę w punkcie  $x_w = 0$  m,  $y_w = 0$  m,  $\alpha = \pi/2$ ,  $\beta = 0$  i  $R = 1,83$  m. Rozhuściano ciężarek, odchylając go o ok. 0,2 rad od pionu w kierunkach obu osi  $x$  i  $y$ . Następnie w czwartej sekundzie eksperymentu zadano punkt docelowy  $x_w = 0,6$  m,  $y_w = 0,6$  m,  $\alpha = \pi/2$ ,  $\beta = 0$  i  $R = 1,33$  m.



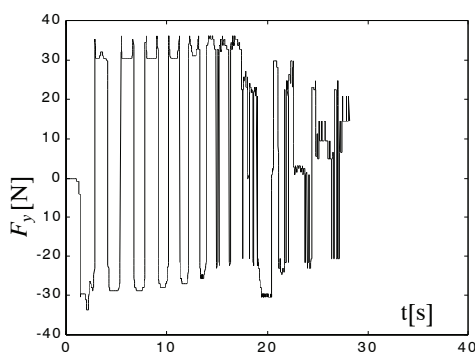
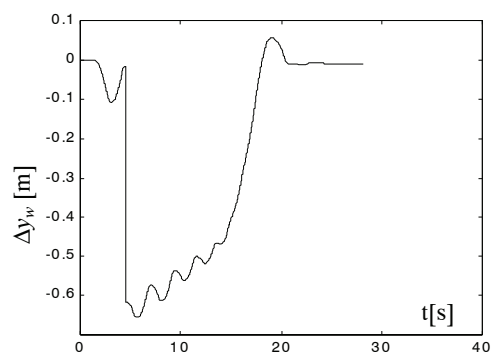
Rys. 17. Sterowanie  $F_x$



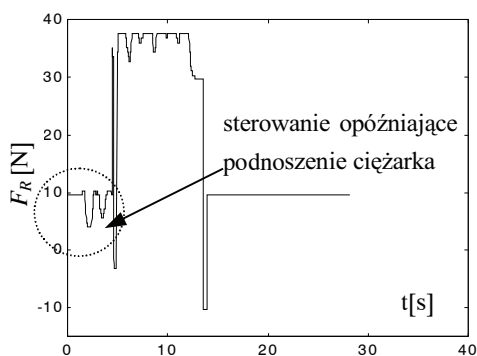
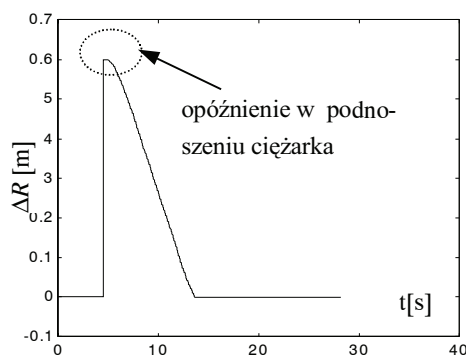
Rys. 18. Błąd położenia wózka  $\Delta x_w$

Rysunki 17 i 18 przedstawiają przebiegi sterowania  $F_x$  oraz błędów położenia wózka  $\Delta x_w$ . W początkowej fazie, tj. do czwartej sekundy eksperymentu, przed zadaniem punktu docelowego, regulator stabilizował położenie ciężarka w punkcie początkowym. Widać to wyraźnie na obu przebiegach błędów położenia wózka (rys. 18 i 20). Wózek przesunął się o kilka centymetrów w kierunkach obu osi, aby wytłumić wahania ciężarka.

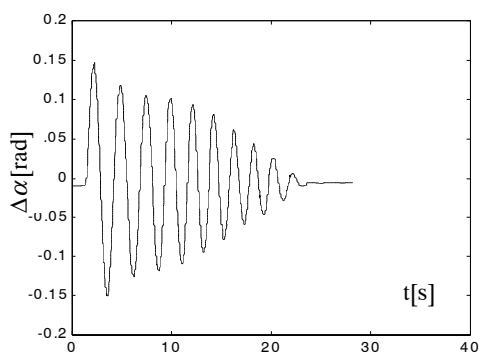
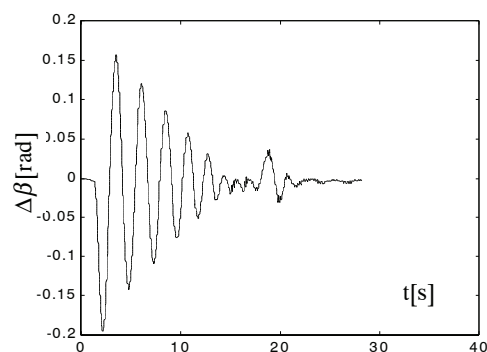
W czwartej sekundzie zadano punkt docelowy. Powstały duże uchyby położenia wózka i długości linki. Regulator sterował wózkiem w taki sposób, aby przesunąć go do zdanego położenia i jednocześnie wytłumić oscylacje ciężarka (rys. 17 i 19). Ponieważ tłumienie ma najwyższy priorytet, odbyło się to kosztem położenia wózka, co można zaobserwować w postaci oscylacji sygnałów  $\Delta x_w$  i  $\Delta y_w$  (rys. 20).

Rys. 19. Sterowanie  $F_y$ Rys. 20. Błąd położenia wózka  $\Delta y_w$ 

Sygnał sterowania  $F_R$  i błąd długości linki  $\Delta R$  przedstawiają rysunki 21 i 22. Przed czwartą sekundą eksperymentu ciężarek utrzymywany był na stałym poziomie siłą ok. 10 N, dzięki czemu długość linki była stała. Wartość siły zmieniała się w takt wahań ciężarka (rys. 21). Amplituda oscylacji była zbyt mała, aby spowodować znaczną zmianę sterowania długością linki. Jest to zgodne z regułami nr 24) i 25), które wywierają poważniejszy wpływ na sterowanie  $F_R$  dopiero przy odchyleniach ciężarka powyżej 0,2 rad. Pomimo to można zaobserwować (rys. 22) nieznaczne opóźnienie w przebiegu błędu długości linki. Po zbliżeniu się ciężarka do zadanej wysokości, regulator zmniejszył siłę sterującą do 30 N, zgodnie z regułą nr 22).

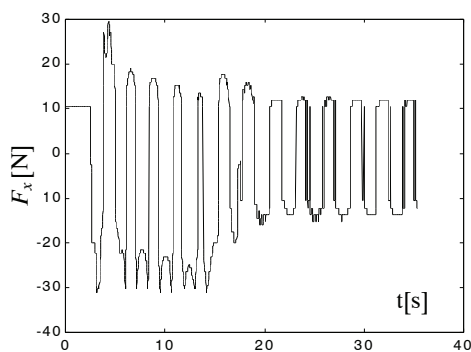
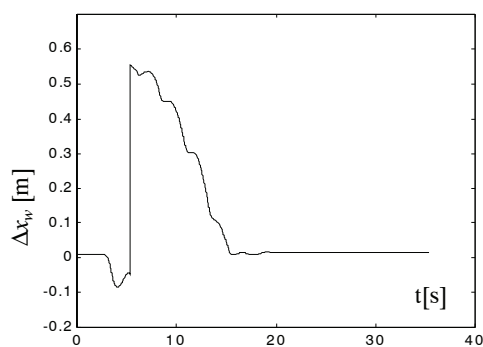
Rys. 21. Sterowanie długością linki  $R$ Rys. 22. Błąd długości linki  $\Delta R$

Błędy kątów  $\alpha$  i  $\beta$  przedstawiają rysunki 23 i 24. Wahania ciężarka zostały wytłumione. Oscylacje kąta  $\alpha$  zanikły nieco później niż oscylacje kąta  $\beta$ . Wynika to z różnic w przyjętych zbiorach rozmytych dla sterowań  $F_x$  i  $F_y$ . Dodatkowo tłumieniu wychyleń przeciwdziałało podnoszenie się ciężarka.

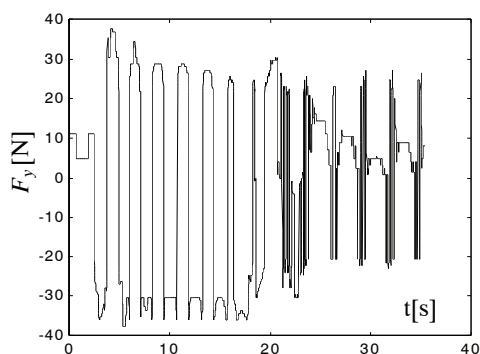
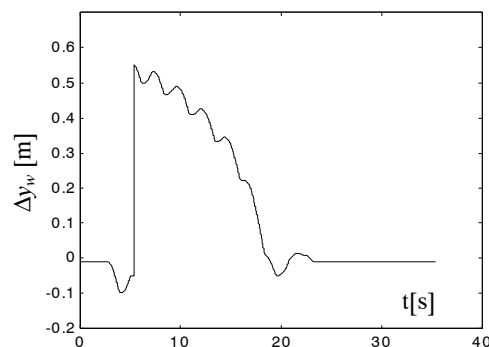
Rys. 23. Przebieg błędu kąta  $\alpha$ Rys. 24. Przebieg błędu kąta  $\beta$ 

## 6.2. Eksperyment 2

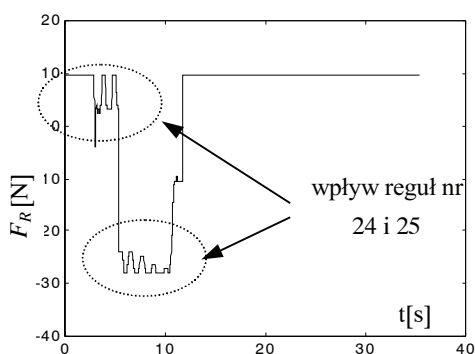
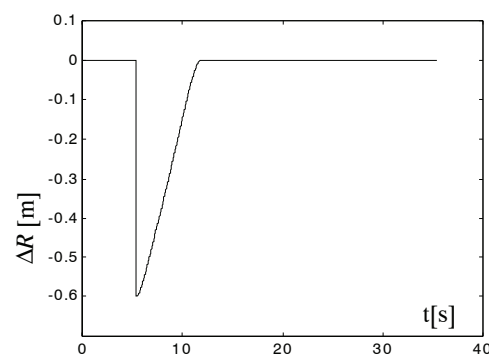
W drugim eksperymencie ustawiono suwnicę w punkcie  $x_w = 0,6$  m,  $y_w = 0,6$  m,  $\alpha = \pi/2$ ,  $\beta = 0$ ,  $R = 1,33$  m. Ponownie rozhuściano ciężarek, odchylając go o ok. 0,2 rad w kierunku obu osi  $x$  i  $y$ . W czwartej sekundzie eksperymentu zadano punkt docelowy  $x_w = 0$  m,  $y_w = 0$  m,  $\alpha = \pi/2$ ,  $\beta = 0$ ,  $R = 1,83$  m. Rysunki 25–28 przedstawiają przebiegi sterowań  $F_x$  i  $F_y$  oraz błędy położenia wózka  $\Delta x_w$  i  $\Delta y_w$ . Podobnie jak w poprzednim eksperymencie, w początkowej fazie regulator stabilizował położenie ciężarka w początkowym punkcie, a następnie przesunął z drobnymi oscylacjami wózek w kierunku zadanego położenia.

Rys. 25. Sygnał sterowania  $F_x$ Rys. 26. Błąd położenia wózka  $\Delta x_w$

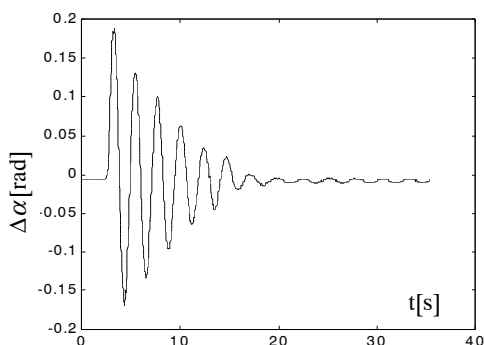
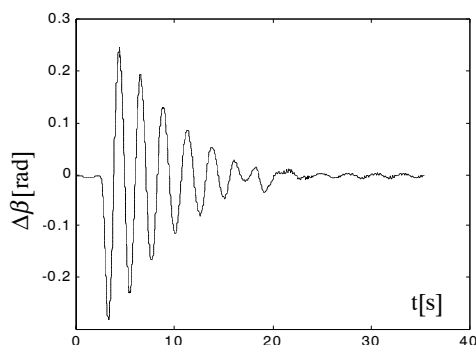


Rys. 27. Sterowanie suwnicą  $F_y$ Rys. 28. Błąd położenia wózka  $\Delta y_w$ 

Rysunki 29 i 30 przedstawiają sygnał sterowania długością linki  $F_R$  i odpowiadający mu przebieg zmian uchybu długości linki  $\Delta R$ . Pomiędzy piątą a dziesiątą sekundą eksperymentu ciężarek był szybko opuszczany. W tym czasie w przebiegu sterowania widać wpływ reguł nr 24) i 25), które mają za zadanie tłumić wychylenia ciężarka poprzez generowanie sterowania rozwijającego linkę. Gdy błąd kąta  $\alpha$  lub  $\beta$  przekroczy wartość 0,2 rad, to powyższe reguły implikują sterowanie „średnio–”, a reguła nr 19) (odpowiedzialna za minimalizację uchybu długości linki), sterowanie „silnie–”. Zbiór wyjściowy rozmyty powstaje w wyniku operacji maksimum (17) na zbiorach rozmytych „średnio–” i „silnie–”. Wartość bezwzględna sterowania, uzyskana w wyniku wyostrenia takiego zbioru jest mniejsza niż uzyskana w przypadku wyostrenia samego zbioru „silnie–”. Dlatego paradoksalnie w tym przypadku, reguły nr 24) i 25) powodują nieznaczne zmniejszenie sterowania  $F_R$  co do wartości bezwzględnej. Zjawisko to bardzo dobrze ilustruje rysunek 15.

Rys. 29. Sterowanie długością linki  $F_R$ Rys. 30. Błąd długości linki  $\Delta R$ 

Rysunki 31 i 32 przedstawiają przebiegi błędów kątów  $\alpha$  i  $\beta$ . Podobnie jak w poprzednim eksperymencie, oba wychylenia zostały zminimalizowane.

Rys. 31. Przebieg błędu kąta  $\alpha$ Rys. 32. Przebieg błędu kąta  $\beta$ 

## 7. Podsumowanie

Podczas testów starano się tak dobrać eksperymenty, aby pozwoliły ocenić działanie regulatora w możliwie największym zakresie sygnałów wejściowych. Algorytm sterownika działał poprawnie i sterował obiektem zgodnie z oczekiwaniami. Logika rozmyta pozwala w łatwy i szybki sposób zbudować odporny regulator, a także dostroić go do różnych potrzeb [2]. Zaproponowany regulator generował sterowanie prawie typu bang-bang. Wynika to z narzuconego priorytetu dla stabilizowania w pierwszej kolejności odchylenia kątowne ciężarka, lub przez poszerzenie zbiorów rozmytych opisujących odchylenie kątowe. Po takiej modyfikacji wózek suwnicy będzie łagodniej dojeżdżał do zadanego położenia.

Poprzez dobór zbiorów rozmytych i reguł można dowolnie dobrać wartość sterowania dla konkretnego obszaru przestrzeni stanów obiektu, a co za tym idzie, zdefiniować dowolnie zachowanie regulatora. Jest to bardzo duża zaleta regulatorów rozmytych. Jednocześnie trudno jest napisać reguły optymalne bez zaznajomienia się z równaniami matematycznymi sterowanego obiektu.

## Literatura

- [1] Benhidjeb A., Gissinger G.L.: *Fuzzy control of an overhead crane performance comparison with classic control*. Control Eng. Practice, vol. 3, No. 12, 1995, pp. 1687–1696, Pergamon
- [2] Driankov D., Hellendorn H., Reinfrank M.: *An Introduction to Fuzzy Control*. New York, Springer 1995
- [3] Patyra M.J., Mlynek D.M.: *Fuzzy Logic. Implementation and Applications*. Wiley Teubner Bath 1996
- [4] Pauluk M.: *Robust Control of 3D crane*. Proceedings of the 8th IEEE International Conference – MMAR 2002, „Methods and Models in Automation and Robotics”, 2–5 September 2002 Międzyzdroje, Poland, pp. 355–360
- [5] Pauluk M.: *Model matematyczny trójwymiarowej suwnicy*. Półrocznik AGH „Automatyka”, t. 6, z. 1, 2002, s. 69–102

- 
- [6] Pauluk M.: *Odporne algorytmy optymalnego i inteligentnego sterowania systemem nieliniowym w czasie rzeczywistym*. Kraków, AGH, Katedra Automatyki 2001 (rozprawa doktorska)
  - [7] Rosół M.: *Sterowanie nieliniowymi procesami przepływu cieczy*. Kraków, AGH, Katedra Automatyki 2001 (rozprawa doktorska)
  - [8] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L.: *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*. Warszawa, PWN 1997
  - [9] The Mathworks Inc.: *Fuzzy Logic Toolbox*. Dokumentacja programu, Natic 1998

