

Wojciech Kreft*

Model zużycia energii cieplnej przez budynek dla różnych strategii sterowania

1. Wstęp

System dystrybucji energii cieplnej jest systemem bardzo złożonym. Jego celem jest dostarczenie takiej ilości mocy grzewczej do poszczególnych pomieszczeń, aby warunki były komfortowe dla ludzi znajdujących się w nich. Pomieszczenia te są jednak bardzo zróżnicowane, zarówno pod względem kubatury, kształtu, jak i położenia w danym budynku. Na przykład pomieszczenie znajdujące się w rogu budynku będzie narażone na większe straty ciepła niż pomieszczenie bardziej w środku. Istotne są także ściany nośne, działowe oraz stropy, gdyż mają one odpowiednie współczynniki przenikania ciepła. Istotnymi elementami są również przedmioty wewnątrz pomieszczeń, np. meble, gdyż mogą one kondensować pewne ilości energii cieplnej. Bardzo ważną sprawą są też okna, które mają określoną szczelność i izolację termiczną. Poza sprawą komfortu, bardzo ważnym elementem są koszty zużycia energii [5]. Tak więc zadanie polega na zapewnieniu komfortu cieplnego dla ludzi znajdujących się w pomieszczeniach (biura, korytarze, sale audytoryjne) przy jak najmniejszym koszcie zużycia energii.

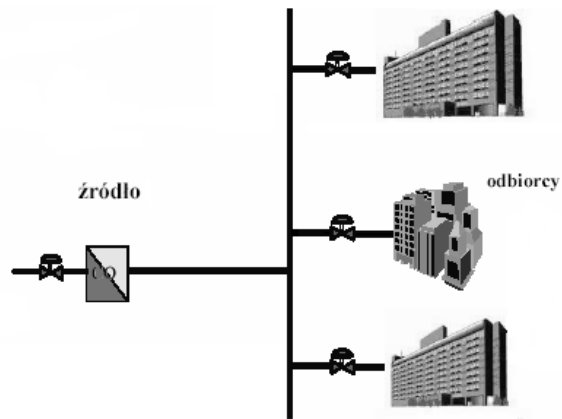
Taki system grzewczy znajduje się również w budynkach AGH (rys. 1 i 2) i jest przedmiotem badań prowadzonych przez zespół z Katedry Automatyki [1, 2, 3]; uczestniczy w nich również autor. Praca ta jest po części owocem tych badań, jak również jej celem są dalsze badania i doskonalenie strategii sterowania dla tego systemu.

W dalszej części artykułu przedstawiony zostanie przykład uproszczonego bilansu cieplnego dla pojedynczego pomieszczenia biurowego (rys. 3).

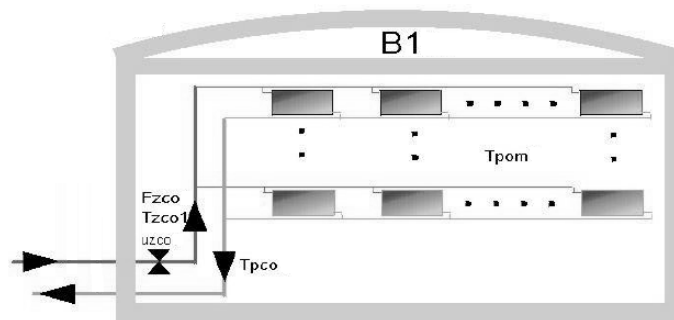
W przykładzie tym dla ustalenia uwagi zakłada się, że bilans cieplny składa się jedynie z dwóch komponentów:

- 1) mocy dostarczanej przez grzejnik do pomieszczenia,
- 2) mocy traconej z pomieszczenia na zewnątrz budynku poprzez ścianę oraz okna.

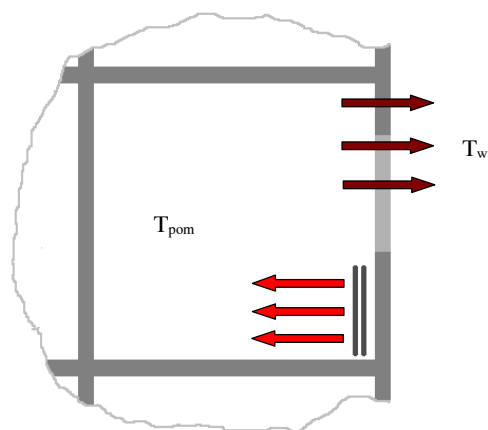
* Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków; wkreft@galaxy.uci.agh.edu.pl



Rys. 1. Schemat dostarczania energii cieplnej do budynków z jednego wymiennika ciepła



Rys. 2. Schemat dostarczania energii cieplnej do pojedynczego budynku



Rys. 3. Schemat uproszczonego bilansu cieplnego dla pojedynczego pomieszczenia

Bilanse cieplne z sąsiednimi pomieszczeniami zarówno z boków jak i z góry i dołu pomija się. Tak więc przyrost temperatury w pomieszczeniu zależy od różnicy tych strumieni. W stanie ustalonym strumienie te będą się zerować. Można to zapisać jako

$$Fc_w(T_z - T_p) = (T_{pom} - T_w)K \quad (1)$$

gdzie:

- F – przepływ masowy wody przez grzejnik,
- c_w – ciepło właściwe wody,
- T_z – temperatura na wejściu grzejnika,
- T_p – temperatura na wyjściu grzejnika,
- T_{pom} – temperatura pomieszczenia,
- T_w – temperatura na zewnątrz,
- K – średni współczynnik wymiany ciepła przez ścianę i okna przemnożony przez powierzchnię wymiany.

Na potrzeby modelu, grzejnik można traktować jako rurę. Można także wyznaczyć profil temperaturowy grzejnika, co zostanie pokazane w dalszej części.

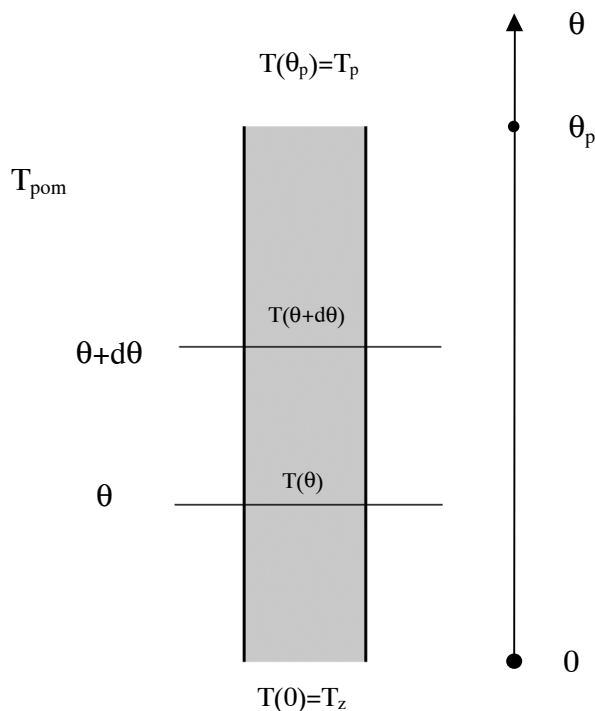
Często grzejniki wyposażone są w zawory wraz z regulatorami bezpośredniego działania. Na takich zaworach oznaczone kolejnymi liczbami są poszczególne położenia, które odpowiadają poszczególnym temperaturom pomieszczenia w stanie ustalonym. Im większa temperatura w stanie ustalonym, tym przepływ wody powinien być większy. Intuicyjnie ta prawidłowość wydaje się słuszna, niemniej wprost ze wzoru (1) na moc dostarczaną nie jest to oczywiste, ponieważ gdy zwiększa się przepływ, to także zwiększa się T_p , a więc $T_z - T_p$ ulega zmniejszeniu. Tak więc trudniej oszacować zmianę $Fc_w(T_z - T_p)$ przy wzroście F . W najbliższych rozważaniach założono, że T_z jest niezależna od przepływu. Będzie to jednak uwzględnione przy analizie wyboru strategii sterowania.

2. Wyznaczanie profilu temperaturowego grzejnika oraz monotonicznego wzrostu mocy $P(F)$

Moc dostarczona do pomieszczenia w stanie ustalonym wyraża się następującym wzorem

$$P(F) = Fc_w(T_z - T_p) \quad (2)$$

Aby dokładnie opisać zachowanie się grzejnika, trzeba by się posłużyć równaniami różniczkowymi cząstkowymi [6], które są bardzo skomplikowane obliczeniowo, szczególnie dla stanów przejściowych. Wykorzystuje się tu równania fizyki matematycznej [7]. Model grzejnika można potraktować jako uproszczony model wymiennika ciepła z jednolitą temperaturą płaszcza (rys. 4).



Rys. 4. Schemat grzejnika

2.1. Wyznaczanie profilu temperaturowego grzejnika

Bilans cieplny można opisać następującym wzorem

$$\frac{dT(\theta)}{dt} \rho \cdot s \cdot c_w = F c_w \frac{T(\theta) - T(\theta + d\theta)}{d\theta} - (T(\theta) - T_{pom})k \quad (3)$$

gdzie:

- F – przepływ masowy wody przez grzejnik,
- c_w – ciepło właściwe wody,
- $T(\theta)$ – temperatura wody grzejnika w położeniu θ ,
- T_{pom} – temperatura pomieszczenia,
- ρ – gęstość wody,
- k – współczynnik wymiany ciepła między grzejnikiem a pomieszczeniem.

Równanie (3) dla stanu ustalonego przyjmuje postać

$$0 = -F c_w \frac{dT(\theta)}{d\theta} - (T(\theta) - T_{pom})k \quad (4)$$

Jest to równanie na profil temperaturowy w stanie ustalonym. Równanie to jest równaniem różniczkowym liniowym, gdzie występuje pochodna po zmiennej przestrzennej. Rozwiązanie tego równania jest bardzo proste i przyjmuje postać

$$T(\theta) = (T_z - T_{pom})e^{-\frac{\theta k}{Fc_w}} + T_{pom} \quad (5)$$

T_z będąc warunkiem brzegowym równania cząstkowego (3), można potraktować jako warunek początkowy równania (4), gdzie zmienną niezależną jest θ .

Tak więc w szczególności

$$T_p = T(\theta_p) = (T_z - T_{pom})e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}} + T_{pom} \quad (6)$$

2.2. Wyznaczanie monotonicznego wzrostu mocy $P(F)$

Bilans cieplny w stanie ustalonym dla pomieszczenia można zapisać jako

$$Fc_w(T_z - (T_z - T_{pom})e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}} - T_{pom}) = (T_{pom} - T_w)K \quad (7)$$

Tak więc stąd

$$T_{pom} = \frac{T_z Fc_w \left(1 - e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}}\right) + T_w K}{Fc_w \left(1 - e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}}\right) + K} \quad (8)$$

Wstawiając (8) do (6) oraz (6) do (2), a następnie obliczając pochodną (2) po przepływie, otrzymuje się ostatecznie wyrażenie

$$\frac{dP}{dF} = \frac{c_w(T_z - T_w)K^2}{\left[Fc_w \left(1 - e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}}\right) + K\right]^2} \left[1 - \left[1 + \frac{\theta_p k}{Fc_w}\right] \cdot e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}}\right] \quad (9)$$

Pozostaje sprawdzić znak tego równania.

Wyrażenie $T_z - T_w$ jest zawsze dodatnie, więc o znaku całego wyrażenia decyduje znak wyrażenia

$$1 - \left[1 + \frac{\theta_p k}{Fc_w} \right] \cdot e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}} \quad (10)$$

Spodziewamy się, że

$$1 - \left[1 + \frac{\theta_p k}{Fc_w} \right] \cdot e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}} \geq 0 \quad (11)$$

Zróbmy pomocnicze podstawienie

$$A = \frac{\theta_p k}{Fc_w} \quad (12)$$

Tak więc sprawdzamy czy

$$1 - [1 + A] \cdot e^{-A} \geq 0 \quad (13)$$

czyli

$$e^A - 1 - A \geq 0 \quad (14)$$

Ostatnie wyrażenie z lewej strony nierówności jest funkcją rosnącą zmiennej A oraz dla $A = 0$ zeruje się, więc jest prawdą. Łatwo to sprawdzić, licząc pochodną ($e^A - 1 \geq 0$ dla $A \geq 0$).

Rozumowanie to dowodzi, że moc dostarczana do pomieszczenia przez grzejnik jest rosnącą funkcją przepływu, a biorąc także pod uwagę wzór (7), oznacza to, iż T_{pom} jest rosnącą funkcją przepływu F . Należy przypomnieć, że te rozważania dotyczą jedynie stanu ustalonego.

2.3. Analiza lokalna i sterowanie nadrzędne

Ze wzoru (7) wynika również pewna inna zależność. Jest ona wykorzystywana w strategii sterowania nadrzędnego wielkością T_z , a dokładniej wielkością T_{zco} , będącą temperaturą zasilania dla wszystkich budynków podłączonych do systemu grzewczego (rys. 1). Sterowanie temperaturą T_{zco} jest uzależnione od temperatury zewnętrznej T_w tak, aby utrzymywać stałą temperaturę $T_{pom} = 20^\circ\text{C}$ [4]. Tak więc, gdy we wzorze (7) dokona się zamiany T_z na T_{zco} oraz dokona się zmiany wartości T_w na wartość $T_w + \Delta T_w$, to trzeba będzie również dokonać odpowiedniej modyfikacji wartości T_z na wartość $T_z + \Delta T_z$ tak, by utrzymać stałą

wartość T_{pom} . Następnie, odejmując stronami tak przekształcone równanie od równania (7) (również przy zamienionym T_z na T_{zco}), otrzymuje się po pewnych przekształceniach zależność (15)

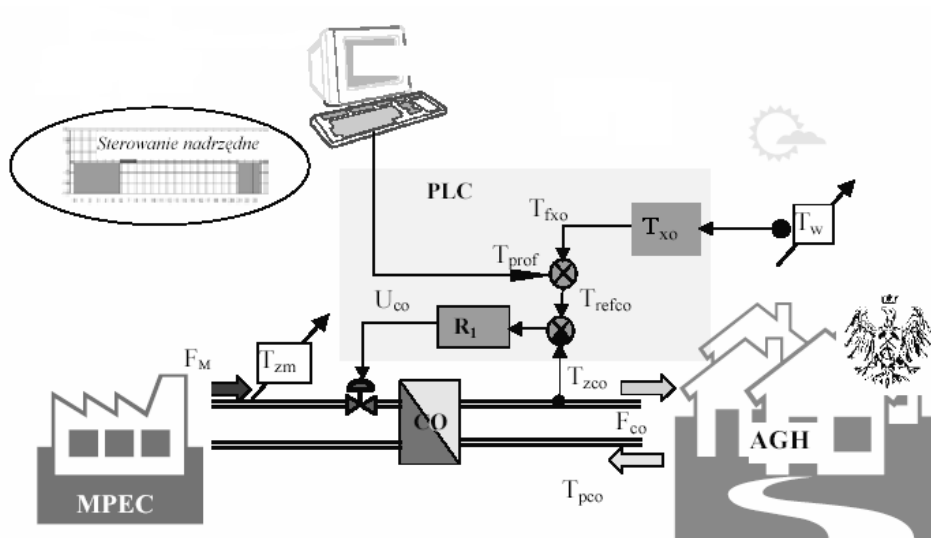
$$\frac{\Delta T_{zco}}{\Delta T_w} = \frac{-K}{Fc_w \left[1 - e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}} \right]} \quad (15)$$

Tak więc przy wzroście temperatury zewnętrznej o 1°C temperatura T_{zco} powinna spaść o wartość bezwzględną prawej strony wyrażenia (15). Wielkość ta dla danego przepływu jest stała i biorąc pod uwagę uśrednione parametry układu i traktując cały system grzewczy obejmujący wymiennik ciepła wraz ze wszystkimi budynkami zasilanymi przez niego jako jeden wielki grzejnik, można takie wyrażenie zapisać dla całego układu. W systemie grzewczym AGH temperatura T_w jest pobierana z czujnika i jest wykorzystywana do wyliczenia wartości zadanej $T_{zco}(T_{refco})$ [4] (rys. 5). Wartość ta jest wyliczana ze wzoru

$$T_{refco} = T_{prof} + T_{x0} \quad (16)$$

gdzie:

- T_{prof} – poprawka na temperaturę w porze nocnej i świątecznej,
- T_{x0} – wartość zadana dla regulacji T_{zco} bez uwzględniania poprawek nocnych i świątecznych.



Rys. 5. Schemat układu regulacji T_{zco} [4]

Z kolei

$$T_{xo} = T - 1,75T_w.$$

Wartość $-1,75$ jest właśnie wielkością wyrażenia (15). Wielkość T można wyliczyć z warunku, że przy $T_w = 20^\circ\text{C}$ wartość $T_{zco} = 20^\circ\text{C}$. Zatem $T = 55^\circ\text{C}$.

Wartość przepływu F ze wzoru (15) jest stała i jest wymuszana przez pompę umieszczoną po wtórnej stronie wymiennika ciepła.

2.4. Inny sposób wyznaczania monotonicznego wzrostu mocy $P(F)$

To, że funkcja $P(F)$ jest rosnąca można sprawdzić też w zupełnie inny sposób.

Łatwo sprawdzić, że

$$\begin{aligned} P &= Fc_w(T_z - (T_z - T_{pom})e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w} - T_{pom}}) = \\ &= \int_0^{\theta_p} (T_z - T_{pom})e^{-\frac{\theta k}{Fc_w}} d\theta \cdot k \end{aligned} \quad (17)$$

Funkcja podcałkowa jest zawsze nieujemna. Jeśli uda się wykazać, że dla każdego θ funkcja podcałkowa jest rosnąca, to także cała całka będzie rosnąca. Zatem trzeba to sprawdzić, podstawiając za T_{pom} wzór (8). Po przekształceniach funkcja podcałkowa ma postać

$$f = \frac{(T_z - T_w)K}{Fc_w e^{\frac{\theta k}{Fc_w}} \left[1 - e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}} \right] + K e^{\frac{\theta k}{Fc_w}}} \quad (18)$$

Łatwo również sprawdzić, że

$$\begin{aligned} \frac{df}{dF} &= - \frac{(T_z - T_w)K}{\left[Fc_w e^{\frac{\theta k}{Fc_w}} \left[1 - e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}} \right] + K e^{\frac{\theta k}{Fc_w}} \right]^2} \cdot \\ &\cdot \left[-c_w e^{-\frac{\theta_p k}{Fc_w}} + Fc_w \frac{k(\theta - \theta_p)}{F^2 c_w} e^{-\frac{(\theta - \theta_p)k}{Fc_w}} - (Fc_w + K) \frac{k\theta}{F^2 c_w} e^{-\frac{\theta k}{Fc_w}} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

jest wyrażeniem nieujemnym dla każdego θ .

3. Strategie sterowania

W dotychczas prowadzonych rozważaniach milcząco zakładano, że $T_z = T_{zco}$, tzn. że temperatura zasilania z wymiennika ciepła była taka sama jak temperatura zasilająca grzejnik w pomieszczeniu. Tak byłoby tylko wtedy, gdyby ten grzejnik znajdował się bardzo blisko wymiennika. W rzeczywistości grzejniki znajdują się w pewnej odległości, nawet kilkaset metrów od wymiennika. To powoduje pewne straty temperatury – temperatura dochodząca do najbliższego grzejnika jest już niższa od temperatury zasilającej z wymiennika. Temperatura zasilająca budynek T_{zco1} (rys. 2) jest więc mniejsza od T_{zco} (rys. 5), a temperatura T_z jest mniejsza od temperatury T_{zco1} . Jednak ze względu na izolację termiczną rur doprowadzających wodę ciepłą od wymiennika do budynku, można założyć, że $T_{zco1} = T_{zco}$. Takie założenie zostanie również przyjęte w dalszych rozważaniach.

Im grzejnik jest bardziej odległy, tym jego temperatura zasilająca jest mniejsza. W badaniach eksperymentalnych prowadzonych przez nasz zespół okazało się, że przy danym stałym w czasie przepływie grzejniki bliskie były ciepłe, podczas gdy grzejniki odległe były dużo chłodniejsze tak, że nie zapewniały komfortu cieplnego w tych pomieszczeniach.

Okazało się później, że zamiast ustawić stały określony przepływ, lepiej jest ustawić go maksymalnie, a następnie okresowo z odpowiednim wypełnieniem otwierać i zamykać zawór. Taka strategia spowodowała, że kaloryfery zaczęły grzać bardziej równomiernie. Ciekawostką jest, że ta pierwsza strategia jest bardziej korzystna dla kaloryferów znajdujących się bliżej wymiennika ciepła, a ta druga dla bardziej oddalonych. Pomimo że obie strategie realizują jednakowy średni przepływ, to jednak jest wyraźna różnica między nimi. Ta różnica wynika z nieliniowego charakteru funkcji $P(F)$. Pomimo że na pierwszy rzut oka zależność (2) wydaje się liniowa względem przepływu, to jednak jest ona nieliniową funkcją przepływu.

3.1. Analiza poboru mocy przez grzejniki w lokalnej sieci grzewczej budynku

Z własności hydrodynamicznych instalacji wynika, że niezależnie od wielkości przepływu ustawionego na zaworze głównym w budynku (rys. 2) proporcje między przepływami na poszczególnych kaloryferach w różnych pomieszczeniach są stałe. Łatwo można to wykazać, analizując układ grzewczy budynku.

Rysunek 6 przedstawia schemat instalacji grzewczej budynku.

W układach hydrodynamicznych zakłada się, że spadek ciśnienia jest proporcjonalny do kwadratu przepływu, przy ustalonym oporze. Tak więc łatwo sprawdzić, że zachodzi następująca zależność

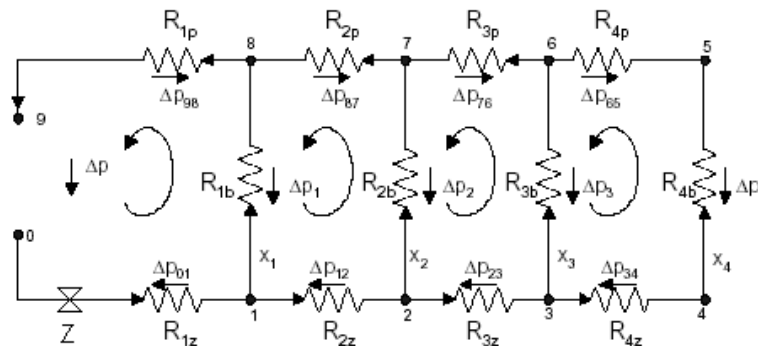
$$(R_{4b} + R_{4z} + R_{4p})x_4^2 = R_{3b}x_3^2 \quad (20)$$

czyli

$$\frac{x_3}{x_4} = \sqrt{\frac{R_{4b} + R_{4z} + R_{4p}}{R_{3b}}} \quad (21)$$

stąd

$$x_3 = x_4 \sqrt{\frac{R_{4b} + R_{4z} + R_{4p}}{R_{3b}}} \quad (22)$$



Rys. 6. Schemat układu sieci ciepłowniczej budynku

OBJAŚNIENIA

- Δp – różnica ciśnień między zasileniem i powrotem
- Δp_{ij} – spadek ciśnienia pomiędzy punktami i, j
- Δp_i – spadek ciśnienia na grzejniku o numerze i
- x_i – przepływ wody grzewczej
- R_{iz} – opór hydrodynamiczny rury grzewczej o numerze i po stronie zasilenia
- R_{ip} – opór hydrodynamiczny rury grzewczej o numerze i po stronie powrotu
- R_{ib} – opór hydrodynamiczny grzejnika o numerze i
- Z – zawór główny budynku

Zatem przepływy x_3 oraz x_4 są zależne od siebie w sposób liniowy. Analogię można poprowadzić dalej, tzn. ostatnie dwie gałęzie równoległe zamienić na jedną, przez którą płynąć będzie x_3+x_4 oraz będzie ona posiadać opór, który będzie oporem zastępczym oporów R_{4z} , R_{4p} , R_{4b} oraz R_{3b} . Oznaczmy ten opór jako R_1 . Z punktu widzenia węzłów 3 i 6 można tak na to popatrzeć. Stosując takie samo rozumowanie do obecnie dwóch ostatnich ogniw, dostajemy analogiczny wzór jak (22) w postaci

$$x_2 = (x_3 + x_4) \sqrt{\frac{R_1 + R_{3z} + R_{3p}}{R_{3b}}} \quad (23)$$

Podstawiając wzór (22) do wzoru (23) otrzymujemy

$$x_2 = x_4 \left[1 + \sqrt{\frac{R_{4b} + R_{4z} + R_{4p}}{R_{3b}}} \right] \sqrt{\frac{R_1 + R_{3z} + R_{3p}}{R_{3b}}} \quad (24)$$

Tak więc x_2 , x_3 , i x_4 są zależne wobec siebie w sposób liniowy, czyli:

$$x_3 = \alpha \cdot x_4 \quad (25)$$

$$x_2 = \beta \cdot x_4 \quad (26)$$

wreszcie dalej można zapisać jako

$$x_1 = (x_2 + x_3 + x_4) \sqrt{\frac{R_2 + R_{2z} + R_{2p}}{R_{2b}}} \quad (27)$$

gdzie R_2 oznacza opór zastępczy prawej reszty układu widoczny z węzłów 2 i 7. Wstawiając wzory (22) i (24) do wzoru (27), otrzymamy znowu kolejną zależność liniową

$$x_1 = \gamma \cdot x_4 \quad (28)$$

Ogólnie dla dowolnej liczby ogniw można w sposób iteracyjny przeprowadzać takie rozumowanie. Ostatecznie również przepływ dla zaworu (w tym przypadku $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$) jest uzależniony w sposób liniowy od przepływu x_4 . Wniosek jest więc taki, że jeśli zmieni się ustawienie głównego zaworu, to w każdej gałęzi przepływy zmieniają się w jednakowych proporcjach.

Pomimo że w obu tych strategiach każdy grzejnik otrzymuje taki sam średni przepływ, to jednak moc wydzielana jest różna. Aby się o tym przekonać, wystarczy prześledzić wzór (17) na moc w funkcji profilu temperaturowego. Prześledźmy zatem schemat połączeń grzejników oraz emisję ciepła zarówno z kaloryferów, jak i z rur, które stanowią magistrale zaopatrujące poszczególne pomieszczenia w ciepło. Schemat taki można więc ostatecznie traktować jako układ szeregowo-równoległe połączonych grzejników, jak to przedstawia rysunek 6. Jeśli założyć zgodnie z wzorem (5) eksponencjalny spadek temperatury w funkcji długości grzejnika, to całą magistralę grzewczą można zamodelować tym sposobem. Tak więc bazując na rysunku 6 i stosując wzór (5) na odcinkach (0,1), (1,2) i (2,3) można wyznaczyć temperaturę w punkcie 3, czyli temperaturę zasilającą jakiś konkretny fizyczny grzejnik. Należy jednak dla uproszczenia założyć, że temperatury T_{pom} otoczeń magistrali grzewczych są stałe. Można przyjąć takie założenie, gdyż miejsca usytuowania tych magistrali są najczęściej dużymi korytarzami. Wobec tego, bazując na rysunku 6 i wzorze (5), można określić profil temperaturowy grzejnika o końcach 3 i 6 znajdującego się w badanym pomieszczeniu.

Przyjmie on zatem postać

$$T(\theta) = (T_{zco} - T_{pom}) e^{-\frac{\theta_1 k_1}{F_1 c_w} e^{-\frac{\theta_2 k_2}{F_2 c_w} e^{-\frac{\theta_3 k_3}{F_3 c_w} e^{-\frac{\theta k_4}{F_4 c_w}}}} + T_{pom} \quad (29)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} F_1 &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \\ F_2 &= x_2 + x_3 + x_4 \\ F_3 &= x_3 + x_4 \\ F_4 &= x_3 \end{aligned} \quad (30)$$

θ_1 – długość odcinka (0, 1),

θ_2 – długość odcinka (1, 2),

θ_3 – długość odcinka (2, 3),

θ_4 – długość odcinka (3, 6),

k_1, k_2, k_3, k_4 – współczynniki wymiany ciepła odpowiednio dla poszczególnych odcinków.

Dla badanego pomieszczenia wzór (17) przyjmie postać

$$P = \int_0^{\theta_4} (T_{zco} - T_{pom}) e^{-\frac{\theta_1 k_1}{F_1 c_w} e^{-\frac{\theta_2 k_2}{F_2 c_w} e^{-\frac{\theta_3 k_3}{F_3 c_w} e^{-\frac{\theta k_4}{F_4 c_w}}}} d\theta \cdot k_4 \quad (31)$$

3.2. Wpływ wyboru strategii na intensywność grzania kaloryfera

Warto przeanalizować, jak będzie się zmieniać moc emitowana przez grzejnik w zależności od wyboru strategii sterowania. Strategie te bazują na sposobie wyboru średniego przepływu w stosunku do maksymalnego, jaki miałyby miejsce, gdyby zawór był całkowicie otwarty. Obie strategie zapewniają jednakowy średni przepływ, przy czym strategia I realizuje stały przepływ w czasie, a strategia II realizuje przepływ w postaci wypełnienia fali prostokątnej maksymalnego przepływu.

- Strategia I – średni przepływ stały w czasie

$$P_1 = \int_0^{\theta_4} (T_{zco} - T'_{pom}) e^{-\frac{n\theta_1 k_1}{F_1 c_w} e^{-\frac{n\theta_2 k_2}{F_2 c_w} e^{-\frac{n\theta_3 k_3}{F_3 c_w} e^{-\frac{n\theta k_4}{F_4 c_w}}}} d\theta \cdot k_4 \quad (32)$$

- Strategia II – maksymalny przepływ trwający przez pewien czas

$$P_2 = \frac{1}{n} \int_0^{\theta_4} (T_{zco} - T_{pom}) e^{-\frac{\theta_1 k_1}{F_1 c_w} e^{-\frac{\theta_2 k_2}{F_2 c_w} e^{-\frac{\theta_3 k_3}{F_3 c_w} e^{-\frac{\theta k_4}{F_4 c_w} d\theta}} \cdot k_4} \quad (33)$$

gdzie:

T'_{pom} – temperatura pomieszczenia przy zastosowaniu strategii I,

T_{pom} – temperatura pomieszczenia przy zastosowaniu strategii II,

F_i – maksymalny przepływ o indeksie i przy zastosowaniu strategii II,

n – współczynnik wypełnienia fali prostokątnej lub wielkości przepływu.

Przy zastosowaniu strategii I przepływy wynoszą F_i/n .

Tę strategię przyjmujemy za lepszą, która skutkuje większą temperaturą pomieszczenia. Zgodnie z (7), (17) oraz (32) i (33) można zapisać:

$$P_1 = \int_0^{\theta_4} (T_{zco} - T'_{pom}) e^{-\frac{n\theta_1 k_1}{F_1 c_w} e^{-\frac{n\theta_2 k_2}{F_2 c_w} e^{-\frac{n\theta_3 k_3}{F_3 c_w} e^{-\frac{n\theta k_4}{F_4 c_w} d\theta}} \cdot k_4 = \quad (34)$$

$$= (T'_{pom} - T_w)K$$

$$P_2 = \frac{1}{n} \int_0^{\theta_4} (T_{zco} - T_{pom}) e^{-\frac{\theta_1 k_1}{F_1 c_w} e^{-\frac{\theta_2 k_2}{F_2 c_w} e^{-\frac{\theta_3 k_3}{F_3 c_w} e^{-\frac{\theta k_4}{F_4 c_w} d\theta}} \cdot k_4 = \quad (35)$$

$$= (T_{pom} - T_w)K$$

Wykonując całkowania dostanie się:

$$P_1 = (T_{zco} - T'_{pom}) e^{-\frac{n\theta_1 k_1}{F_1 c_w} e^{-\frac{n\theta_2 k_2}{F_2 c_w} e^{-\frac{n\theta_3 k_3}{F_3 c_w} \frac{F c_w}{n} \left(1 - e^{-\frac{n\theta_4 k_4}{F_4 c_w}} \right)}} = \quad (36)$$

$$= (T'_{pom} - T_w)K$$

$$P_2 = (T_{zco} - T_{pom}) e^{-\frac{\theta_1 k_1}{F_1 c_w} e^{-\frac{\theta_2 k_2}{F_2 c_w} e^{-\frac{\theta_3 k_3}{F_3 c_w} \frac{F c_w}{n} \left(1 - e^{-\frac{\theta_4 k_4}{F_4 c_w}} \right)}} = \quad (37)$$

$$= (T_{pom} - T_w)K$$

Problem polega na tym, aby dla konkretnego grzejnika pokazać, która strategia jest lepsza. We wzorach pojawiają się dwie temperatury pomieszczeń, tak więc trzeba by je znać obie, a to oznacza konieczność przeprowadzenia eksperymentów dla dwóch strategii. Wtedy z kolei cała reszta nie miałaby zupełnie sensu, gdyż wystarczyłoby sprawdzić, kiedy będzie większa temperatura pomieszczenia. Sterowniki są obecnie oprogramowane na strategię II i dobrze byłoby, gdyby dało się stwierdzić dla konkretnego grzejnika, czy rzeczywiście strategia II jest lepsza od I. Dla całego układu lepsza jest strategia I, bo nie wymaga ciągłego otwierania i zamykania zaworu, a co za tym idzie zawór się nie zużywa. Jednak dla odległych pomieszczeń strategia ta skutkuje zbyt niską ich temperaturą. Pomimo to, że strategia I jest niekorzystna dla odległych kaloryferów, można ustawić poszczególne przepływy dodatkowo na poszczególnych grzejnikach, poza ustawieniem zaworu głównego. Taka analiza będzie przedmiotem badań w przyszłości.

3.3. Badania symulacyjne wyboru strategii sterowania

Przekształcając równania (36) i (37) otrzymuje się postaci:

$$e^{-\frac{n\theta_1 k_1}{F_1 c_w}} e^{-\frac{n\theta_2 k_2}{F_2 c_w}} e^{-\frac{n\theta_3 k_3}{F_3 c_w}} \frac{F c_w}{n} \left(1 - e^{-\frac{n\theta_4 k}{F c_w}} \right) = \frac{(T'_{pom} - T_w)K}{(T_{zco} - T'_{pom})} \quad (38)$$

$$e^{-\frac{\theta_1 k_1}{F_1 c_w}} e^{-\frac{\theta_2 k_2}{F_2 c_w}} e^{-\frac{\theta_3 k_3}{F_3 c_w}} \frac{F c_w}{n} \left(1 - e^{-\frac{\theta_4 k}{F c_w}} \right) = \frac{(T_{pom} - T_w)K}{(T_{zco} - T_{pom})} \quad (39)$$

Prawe strony równań (38) i (39) są rosnącymi funkcjami odpowiednio T'_{pom} i T_{pom} , co łatwo można sprawdzić licząc pochodne. Zatem jeśli np. lewa strona (38) jest większa od lewej strony (39) to również prawa strona (38) będzie większa od prawej strony (39), co oznacza, że $T'_{pom} > T_{pom}$. Z kolei to ostatnie będzie równoważne temu, że prawa strona (36) jest większa od prawej strony (37), czyli ostatecznie $P_1 > P_2$. Wystarczy zatem zbadać lewe strony (38) i (39), aby stwierdzić, która strategia jest lepsza.

Tak więc symulacyjnie z użyciem pakietu Matlab-Simulink można sprawdzić, że jeśli badany grzejnik będzie się znajdował coraz dalej (rys. 6), to wówczas coraz lepsza będzie strategia II. Aby się o tym przekonać, wystarczy napisać krótki *m*-plik w środowisku Matlab, zakładając dla ustalenia uwagi przykładowe wartości parametrów układu. Przyjmijmy zatem dla uproszczenia jednakowe wszystkie wartości $\theta_i = 1$, $x_i = 1$, $k_i = 1$, $c_w = 1$ oraz $n = 2$. Lewą stronę (38) oznaczmy przez P'_1 , a lewą stronę (39) jako P'_2 .

Tak więc dla grzejników wartości będą następujące:

- grzejnik (1,8):

$$P'_1 = 0,5244, P'_2 = 0,4923, \text{ czyli } P'_1 > P'_2, \text{ czyli } P_1 > P_2 - \text{lepsza strategia I;}$$

- grzejnik (2,7):

$$P'_1 = 0,2692, P'_2 = 0,3527, \text{ czyli } P'_1 < P'_2, \text{ czyli } P_1 < P_2 - \text{lepsza strategia II;}$$

- grzejnik (3,6):

$$P'_1 = 0,0990, P'_2 = 0,2139, \text{ czyli } P'_1 < P'_2, \text{ czyli } P_1 < P_2 - \text{lepsza strategia II;}$$

- grzejnik (4,5):

$$P'_1 = 0,0134, P'_2 = 0,0787, \text{ czyli } P'_1 < P'_2, \text{ czyli } P_1 < P_2 - \text{lepsza strategia II.}$$

Widać więc, że im grzejnik jest bardziej odległy, tym druga strategia w pewnym momencie zaczyna przeważać. W jakiej odległości to się zdarzy w rzeczywistym układzie, oczywiście zależy od konkretnych wartości parametrów układu. Niemniej niezależnie od konkretnych wartości z wzorów (28) i (39) widać, że w pewnym momencie nastąpi taka odległość krytyczna kolejnego grzejnika, od którego począwszy dla wszystkich następnych lepsza będzie strategia II. Oczywiście prawdziwy układ grzejników może być zbyt krótki, aby to nastąpiło. Jednak w rzeczywistym układzie, który jest przedmiotem badań zespołu z Katedry Automatyki, zaobserwowano fakt, że gdy początkowo realizowano strategię I, to pewne odległe pomieszczenia były zbyt chłodne w stosunku do wymagań standardowych. Gdy zastosowano strategię II, to wówczas ten problem zniknął.

3.4. Wybór strategii sterowania w oparciu o pomiary temperatur

Lewe strony równań (38) i (39) można wyrazić poprzez wartości temperatur otrzymane z pomiarów i wówczas podczas pracy strategii II, $P_2 > P_1$ wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi zależność

$$T_{zII} - T_{pII} > \frac{(T_{zII} - T_{pom})^n - (T_{pII} - T_{pom})^n}{(T_{zco} - T_{pom})^{n-1}} \quad (40)$$

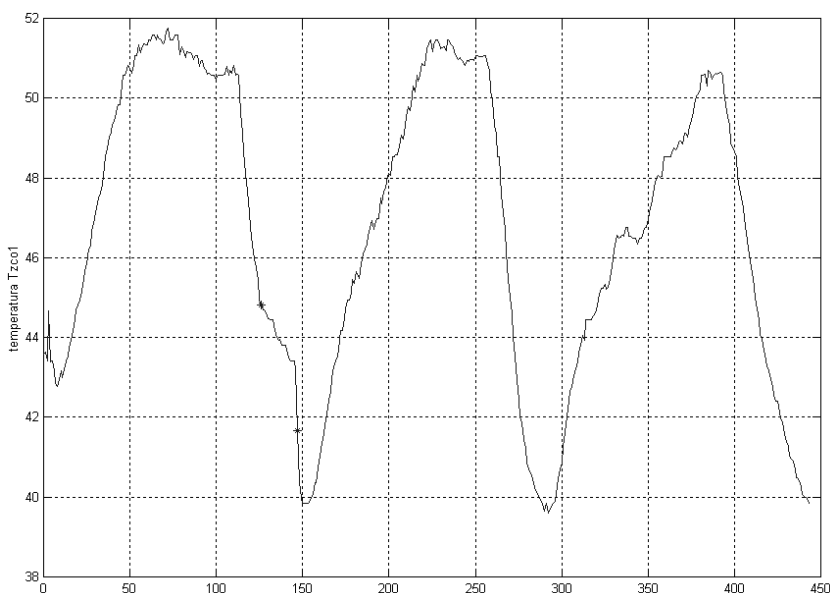
Jeśli zaś z kolei eksperyment byłby wykorzystywany przy strategii I, to w takiej sytuacji $P_1 > P_2$ wtedy i tylko wtedy, gdy

$$T_{zI} - T_{pI} > \frac{(T_{zI} - T'_{pom})^{\frac{1}{n}} - (T_{pI} - T'_{pom})^{\frac{1}{n}}}{(T_{zco} - T'_{pom})^{\frac{1}{n}-1}} \quad (41)$$

Indeksy I i II oznaczają wielkości zmierzone podczas eksperymentu, gdy funkcjonowała odpowiednio strategia I i II. Z wzorów (40) i (41) wynika, że wystarczy zmierzyć tylko cztery wielkości, aby stwierdzić, która strategia będzie lepsza dla danego grzejnika (pomieszczenia).

4. Badania eksperymentalne

W dniu 25.III.2005 roku przeprowadzono kilka eksperymentów polegających na zbadaniu zmian temperatur w czasie po zamknięciu zaworu głównego budynku. Trzeba wspomnieć, że przeprowadzenie takiego eksperymentu jest dość uciążliwe ze względów społecznych. Tak więc wybrano dzień w okresie przedświątecznym, kiedy bardzo mało osób przebywało w budynku. Zbadano przebieg temperatury T_{zco1} po zamknięciu zaworu (rys. 7).



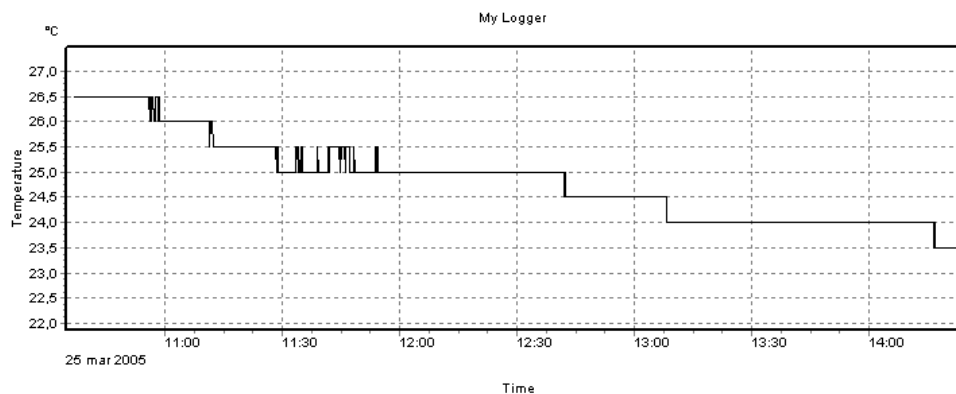
Rys. 7. Przebieg temperatury T_{zco1} począwszy od dnia 24.III.2005 14:11. Odstęp pomiędzy kolejnymi numerami próbek wynosi 10 minut. Gwiazdkami oznaczono fragment wykresu kiedy zawór był zamknięty. Miało to miejsce 25.III.2005 pomiędzy 11:11 a 14:41

Na wykresie można zaobserwować bardzo charakterystyczną rzecz. Przy zaworze otwartym temperatura T_{zco1} zmienia się w ciągu doby w sposób mniej więcej okresowy. Wynika to z przybliżonej okresowości zmian temperatury zewnętrznej, z okresem jednej doby. Zmiana T_{zco1} wynika ze sterowania temperaturą T_{zco} (15).

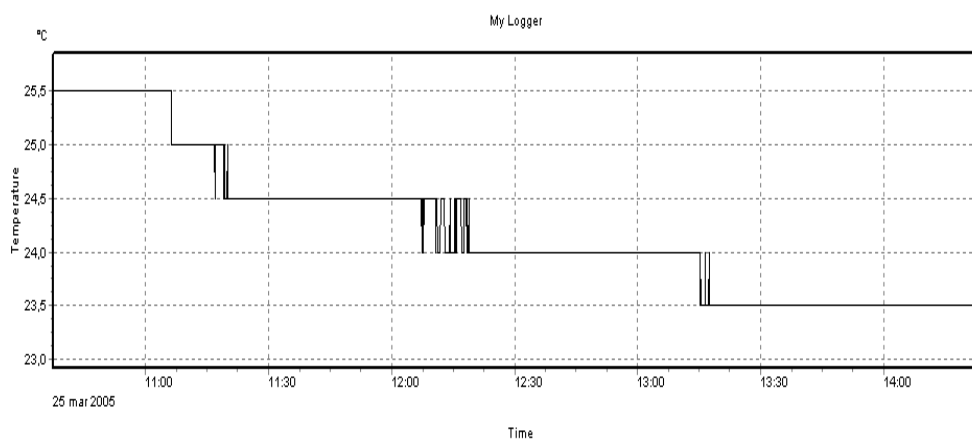
W momencie zamknięcia zaworu temperatura T_{zco1} zaczyna nieznacznie spadać, gdyż następuje jej ochłodzenie. W tym czasie T_{zco} zaczyna znacznie spadać, gdyż na zewnątrz robi się ciepło. W momencie otwarcia zaworu T_{zco1} staje się temperaturą T_{zco} , gdyż właśnie zostaje ona świeżo pobrana z rurociągu.

Przeprowadzono również eksperymenty pomiaru temperatur T_z i T_p na dwóch grzejnikach w różnej odległości od magistrali grzewczej oraz przy końcach tej magistrali. Wykonano to przykładając sześć czujników typu logger w bezpośrednie sąsiedztwo rur. Trzeba dodać, że oczywiście w taki sposób mierzy się temperaturę powietrza w bezpośrednim sąsiedztwie rury, a nie temperaturę wody w rurze. Jednak tym sposobem można w przybliżeniu prześledzić charakter zmian temperatury w rurze.

Czujniki typu logger są małymi krążkami, które w sposób elektroniczny rejestrują przebieg temperatury w czasie. Po wykonaniu pomiarów podłącza się go do portu szeregowego komputera i za pomocą specjalnego programu odczytuje się dane. Rysunki 8 i 9 przedstawiają przykładowe dane z dwóch loggerów. Rysunek 8 przedstawia dane z loggera, który był umieszczony przy bliższym grzejniku, a rysunek 9 przedstawia dane z loggera, który był umieszczony przy grzejniku dalszym. Grzejniki znajdują się w różnych pomieszczeniach. Dane były zbierane, wówczas gdy zamknięto zawór główny budynku.



Rys. 8. Przebieg zmierzonych temperatur przy zasilaniu grzejnika bliższego



Rys. 9. Przebieg zmierzonych temperatur przy zasilaniu grzejnika dalszego

Przez większość czasu temperatura mierzona przy bliższym kaloryferze jest większa od temperatury zmierzonej przy kaloryferze dalszym. Potwierdza to przypuszczenie, że dalsze kaloryfery są słabiej grzane (rys. 6). Wykresy są jednak mało dokładne z dwóch powodów. Po pierwsze rejestratorki mierzą temperaturę z dokładnością do $0,5^{\circ}\text{C}$, a po drugie wykresy są zaburzone cyrkulacją powietrza w pomieszczeniu. Pomimo jednak tych kłopotów, udało się zarejestrować najważniejszy efekt.

5. Wnioski i dalsze badania w przyszłości

Eksperymenty potwierdzają fakt, że dalsze kaloryfery są słabiej grzane. Gdy realizowana była I strategia sterowania, zaobserwowano również, że niektóre pomieszczenia z odległymi grzejnikami były zbyt chłodne. To stało się powodem porzucenia stosowania tejże strategii, być może był to powód niedostatecznie uzasadniony. Celem dalszych badań autora będzie dokładniejsza weryfikacja stosowania strategii I. Przebadane zostaną możliwości jej stosowania przy innych konfiguracjach zaworów na poszczególnych grzejnikach.

Pomiary rejestrowane za pomocą czujników typu logger są bardzo pomocne, ale jednak niewystarczające do dokładnej analizy. Rozważa się w przyszłości stosowanie innych metod pomiaru temperatur T_z oraz T_p poszczególnych grzejników. Planuje się również oczywiście dalsze doskonalenie modelu cieplnego budynku wraz z identyfikacją jego parametrów.

Literatura

- [1] Bania P., Grega W.: *Nonlinear Model Predictive Controller for Heating System*. 10th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Międzyzdroje, Poland, 2004, 511–516
- [2] Grega W.: *Współczesne metody automatyki w sterowaniu i monitorowaniu systemów energetycznych*. Energetyka Ciepła i Zawodowa, nr 1/2002, 31–35
- [3] Grega W., Kołek K.: *Sterowanie nadrzędne węzłem cieplnym*. Pomiary, Automatyka, Robotyka, vol. 5, nr 7, 2001, 18–24
- [4] Grega W., Kołek K., Bania P.: *Optymalne sterowanie węzłem cieplowniczym*. XIV KKA, Zielona Góra, 24–27 czerwca 2002
- [5] Grega W., Zygmunt H., Kołek K., Bania P., Kwasnowski P.: *Monitorowanie i optymalizacji zużycia energii cieplnej w AGH*. 2002 (Sprawozdanie z uczelnianego grantu badawczego AGH)
- [6] Incropera F.P., Witt D.P.: *Fundamentals of heat and mass transfer*. New York, John Wiley & Sons 1990
- [7] Tichonow A.N., Samarski A.A.: *Równania fizyki matematycznej*. Warszawa, PWN 1963