AUTOMATYKA • 2005 • Tom 9 • Zeszyt 1–2

Lidia Dutkiewicz*, Edyta Kucharska*

Model dla problemu szeregowania zadań z zasobami zależnymi od stanu systemu

1. Wprowadzenie

W artykule przedstawiony zostanie specyficzny problem szeregowania zadań, w którym występuje konieczność transportu maszyn. W problemie tym należy wykonać pewien zbiór zadań z nieprzekraczalnymi terminami ich zakończenia. Zadanie nie polega jednak na zrealizowaniu operacji technologicznej, lecz na wykonaniu (wydrążeniu) przez maszynę odcinka drogi. Wykonana droga staje się nowym zasobem, tj. drogą niezbędną dla transportu maszyn realizujących pozostałe zadania. W związku z tym zasoby, niezbędne do realizacji zadań, są zmienne i ich dostępność zależy od aktualnego stanu systemu. W rozpatrywanym problemie uwzględniona została możliwość oczekiwania maszyn na udostępnienie zasobu. Rozwiązanie problemu polega na wyznaczeniu takiego uszeregowania zadań, które minimalizuje całkowity koszt z zachowaniem wymaganych terminów ukończenia zadań. Jest to problem należący do klasy problemów *NP*-trudnych [3].

Czas transportu maszyny i dostępność zasobów nie są znane *a priori*, dlatego też algorytm optymalizujący ten problem musi być oparty na symulacji procesu. W tym celu budowany jest model algebraiczno-logiczny zagadnienia. Model algebraiczno-logiczny stanowi równocześnie formalny model procesu symulacyjnego, którego celem jest wyznaczanie ciągu decyzji [5].

2. Opis problemu

Przykładem rzeczywistego procesu powyższego problemu szeregowania jest realizacja prac przygotowawczych w kopalniach podziemnych. Wykonywane są one przed przystąpieniem do wydobycia surowców i polegają na wydrążeniu sieci wyrobisk korytarzowych (nazywanych dalej również chodnikami). Chodniki te umożliwiają późniejszą eksploatację pól.

* Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie; lidia@agh.edu.pl, edyta@agh.edu.pl

Sieć chodników reprezentowana jest poprzez nieskierowany graf

$$G = (W, C),$$

gdzie:

W – zbiór wierzchołków grafu, reprezentujących miejsca krzyżowania się chodników,
C – zbiór krawędzi grafu, reprezentujących chodniki.

Dla każdego z chodników określone są następujące parametry: numer c, długość $dl(c)$ oraz numery dwóch skrzyżowań, z którymi chodnik się łączy. W dalszej części przez $w_1(c)$ oznaczać będziemy ten węzeł chodnika c, w którym maszyna rozpoczyna jego drążenie, zaś $w_2(c)$ węzeł, w którym ukończy drążenie. Ponadto dla niektórych chodników narzucony jest nieprzekraczalny czas, w którym drążenie chodnika musi być ukończone oznaczony jako $limit(c)$.

Drążenie chodników wykonywane jest przy wykorzystaniu technologii opartych na dwóch różnych typach maszyn. Różnią się one znacznie prędkością drążenia oraz kosztami eksploatacji, a także sposobem transportu. Zbiór maszyn pierwszej technologii M_{I} (maszyny o większej prędkości drążenia i większym koszcie) oraz zbiór maszyn drugiej technologii M_{II} (maszyny o mniejszej prędkości drążenia i mniejszym koszcie) tworzą zbiór dostępnych zasobów produkcyjnych M.

Dla obu technologii znane są następujące parametry pracy:

n – liczba maszyn reprezentująca daną technologię,
$V_{dr}(m)$ – prędkość drążenia chodnika maszyną m,
$K_{dr}(m)$ – koszt drążenia jednostki długości chodnika,
$K_p(m)$ – koszt postoju.

W przypadku maszyn pierwszego typu (kombajny) konieczne jest ich przetransportowanie, jeśli znajdują się w innym węźle niż ten, z którego mają rozpocząć drążenie kolejnego chodnika. Dodatkowo podana jest więc dla nich prędkość transportu $V_{tr}(m)$ oraz koszt transportu na jednostkę długości $K_{tr}(m)$. Z powodu bardzo małych wielkości czas i koszt transportu w przypadku maszyn drugiego typu jest zaniedbywany i przyjmowany jako równy 0. Transport maszyny może odbywać się tylko chodnikami wcześniej ukończonymi.

Drogą transportową w stanie s, biegnącą od miejsca postoju maszyny do węzła $w_1(c)$, z którego ma rozpocząć drążenie chodnika c, nazywamy drogę w sieci złożoną z takich chodników, które w danym stanie są już wydrążone lub dla których jesteśmy w stanie wyznaczyć czas ich ukończenia. Chodniki nie muszą bowiem być wydrążone w momencie obliczania drogi transportowej, ale muszą być ukończone, zanim rozpocznie się w nich transportowanie maszyny. W związku z tym, konieczne jest uwzględnienie możliwości oczekiwania maszyny na moment, kiedy będzie mogła przejechać wyznaczoną trasą. Jest to więc sytuacja, gdy maszyna oczekuje na udostępnienie zasobu. Należy podkreślić, że dzięki temu możliwe jest rozpatrywanie dodatkowych dróg transportowych, których nie rozważalibyśmy bez dopuszczenia możliwości oczekiwania maszyny.

W danym stanie s istnieje bardzo duża liczba możliwych dróg transportowych z miejsca, w którym się maszyna się znajduje do miejsca, z którego ma rozpocząć drążenie przydzielonego chodnika.

Wśród tych dróg możemy wyróżnić dwie szczególne:

1) drogę najkrótszą,
2) drogę najszybszą.

Najkrótszą drogą transportową w stanie $s = (x, t)$ nazywamy tę spośród wszystkich dróg transportowych, której suma długości chodników wchodzących w jej skład jest najmniejsza.

Najszybszą drogą transportową w stanie $s = (x, t)$ nazywamy drogę transportową, dla której suma czasu przejazdu i czasu oczekiwania na udostępnienie chodników jest najmniejsza.

W rozważanym modelu przyjęto następujące ograniczenia technologiczne i czasowe sposobu wykonywania prac przygotowawczych: prace rozpoczynają się w czasie $t_0 = 0$ w węźle nazwanym początkowym w_0, a kończą w momencie wydrążenia wszystkich chodników. Chodnik może być drążony tylko przez jedną maszynę dowolnej technologii. Podjęte prace w chodniku realizowane są bez przerw. Chodnik, w którym zakończono drążenie, może służyć jako droga transportowa. Przyjęto uproszczenie, iż w chodniku możliwy jest transport kilku maszyn jednocześnie w obie strony. Nie uwzględnia się możliwości wystąpienia awarii maszyn oraz nie są planowane i przeprowadzane remonty maszyn w czasie trwania prac. Cała sieć chodników znajduje się w płaszczyźnie poziomej, prędkość drążenia i prędkość transportu są więc stałe. Nie jest rozpatrywana również możliwość wystąpienia różnicy w twardości skał poszczególnych chodników.

Prace muszą być zaplanowane w taki sposób, aby koszt całkowity był minimalny oraz dotrzymane zostały terminy ukończenia pewnych chodników.

3. Model algebraiczno-logiczny

Pojęcie metody logicznego-algebraicznej zostało wprowadzone przez Z. Bubnickiego [1]. Istotą klasy modeli algebraiczno-logicznych jest fakt, że zarówno współrzędne stanu, jak i decyzje (sterowania) mogą być zmiennymi indywiduowymi lub zmiennymi wyższego rzędu [4], a funkcja przejścia i ograniczenia zdefiniowane mogą być zarówno za pomocą zależności algebraicznych, jak i logicznych. Model należący do tej klasy przeznaczony dla wieloetapowych procesów decyzyjnych, a w szczególności dla optymalizacji dyskretnych procesów produkcyjnych, został zaproponowany w [2].

Dla rozważanego problemu szeregowania zadań zaprezentowany zostanie model algebraiczno-logiczny, uwzględniający konieczność oczekiwania maszyn na zasoby. Przedstawiona zostanie zatem postać stanu systemu, zbiory stanów docelowych oraz stanów niedopuszczalnych. Określona zostanie postać decyzji, zbiór decyzji możliwych do podjęcia w poszczególnych stanach oraz zbiór decyzji dopuszczalnych. Następnie przedstawiona zostanie funkcja przejścia.

3.1. Stan systemu

Oczekiwanie maszyny na udostępnienie zasobu (ukończenie chodnika wchodzącego w skład drogi transportowej) musi być odzwierciedlone w modelu, a w szczególności w stanie systemu. Stąd konieczność wprowadzenia pojęcia „oczekiwanie".

Stan procesu $s = (x, t)$ wykonywania prac przygotowawczych w danej chwili czasu t opisany jest poprzez aktualny stan wszystkich maszyn oraz zbiór ukończonych chodników.

Stan systemu x jest więc określany następująco

$$x = (x^0, x^1, x^2, ..., x^{|M|}) \tag{1}$$

gdzie:

x^0 – zbiór chodników, które zostały wykonane do chwili t,
x^m – stan m-tej maszyny, dla $m = 1, 2, ..., |M|$.

Stan maszyny definiowany jest w następujący sposób

$$x^m = (\rho, \omega, \lambda, \varphi) \tag{2}$$

gdzie:

$\rho \in C \cup \{0\}$ – numer chodnika przydzielonego m-tej maszynie do drążenia dla $\rho \in C$ lub postój maszyny w skrzyżowaniu dla $\rho = 0$ (maszynie nie został przydzielony chodnik do drążenia);
$\omega \in W$ – numer skrzyżowania (węzła), w którym maszyna stoi (gdy nie jest przydzielona do żadnego chodnika) lub numer węzła, w którym ukończy drążenie chodnika c (gdy drąży ten chodnik bądź będzie go drążyć po dotransportowaniu);
$\lambda \in [0, \infty)$ – długość drogi, jaka zostaje do osiągnięcia węzła $w_2(c)$ przez m-tą maszynę (czyli długość pozostająca do ukończenia drążenia danego chodnika c, a w przypadku konieczności transportu maszyny jest to łączna długość drogi pozostająca do ukończenia operacji transportu oraz wydrążenia chodnika c);
$\varphi \in [0, \infty)$ – opóźnienie, czyli czas, przez który maszyna czeka, zanim będzie mogła rozpocząć działanie.

W rozważanym modelu można wyróżnić następujące charakterystyczne klasy stanów maszyny m:

– maszyna m stoi w węźle w (maszynie nie przydzielono żadnego chodnika do wykonania)

$$X_{\mathrm{I}}^m = \{(\rho, \omega, \lambda, \varphi): \quad \rho = 0, \quad \omega \in W, \quad \lambda = 0, \quad \varphi = 0)\} \tag{3}$$

– maszyna m drąży chodnik c w kierunku węzła $w_2(c)$

$$X_{\mathrm{II}}^m = \{(\rho, \omega, \lambda, \varphi): \quad \rho = c, \quad \omega = w_2(c), \quad \lambda \in (0, dl(c)], \quad \varphi = 0\} \tag{4}$$

– maszyna $m \in M_I$ jest transportowana do chodnika c, który ma następnie drążyć w kierunku od węzła $w_1(c)$ do węzła $w_2(c)$

$$X_{III}^m = \{(\rho, \omega, \lambda, \varphi): \quad \rho = c, \quad \omega = w_2(c), \quad \lambda > dl(c), \quad \varphi = 0\} \tag{5}$$

– maszyna m czeka na ukończenie chodnika wchodzącego w skład drogi transportowej (dojazdu) prowadzącej do chodnika, w którym ma następnie podjąć drążenie

$$X_{IV}^m = \{(\rho, \omega, \lambda, \varphi): \quad \rho = c, \quad \omega = w_2(c), \quad \lambda > dl(c), \quad \varphi > 0\} \tag{6}$$

Pozostałe kombinacje wartości składników definiujących stan maszyny nie mają interpretacji w rzeczywistym systemie.

Stan początkowy $s_0 = (x_0, t_0)$ systemu jest następujący:

$$x_0 = (x_0^0, x_0^1, x_0^2, \ldots, x_0^{|M|}), \quad t_0 = 0 \tag{7}$$

W stanie początkowym $t_0 = 0$ we wszystkich chodnikach nie podjęto jeszcze drążenia, więc zbiór x^0 jest zbiorem pustym $x_0^0 = \varnothing$. Ponadto żadnej maszynie nie jest przydzielony chodnik oraz wszystkie maszyny stoją w węźle początkowym $w_0 = 0$. A zatem stan początkowy każdej maszyny wynosi

$$x_0^m = (0, 0, 0, 0) \tag{8}$$

Zbiór stanów niedopuszczalnych S_N jest zbiorem stanów $s = (x, t)$ takich, że czas t jest równy lub większy od czasu krytycznego $limit(c)$ pewnego chodnika c, zaś chodnik ten nie jest jeszcze wydrążony

$$S_N = \{s = (x, t): \quad \underset{c \in C}{\exists}\, c \notin x^0(s) \wedge limit(c) \le t\} \tag{9}$$

gdzie $x^0(s)$ to wartość współrzędnej x^0 w stanie s.

Zbiór stanów docelowych S_G jest zbiorem wszystkich stanów $s = (x, t)$, dla których proces prac przygotowawczych został zakończony (czyli wszystkie chodniki zostały wydrążone i dla żadnego nie został przekroczony jego czas krytyczny)

$$S_G = \{s = (x, t): \quad s \notin S_N \wedge \underset{c \in C}{\forall}\, c \in x^0(s)\} \tag{10}$$

Definicje zbioru chodników wykonanych $C_W(s)$, zbioru chodników przydzielonych $C_P(s)$, zbioru chodników przydzielonych $C_P(s)$, zbioru chodników dostępnych $C_D(s)$, zbioru chodników z zapewnioną dostępnością $C_Z(s)$ są następujące:

Zbiór chodników wykonanych $C_W(s)$ to zbiór, w którym znajdują się chodniki do danej chwili wydrążone. Jest on tożsamy z pierwszą współrzędną systemu $x^0(s)$

$$C_W(s) = x^0(s) \tag{11}$$

Zbiór chodników przydzielonych $C_P(s)$ to zbiór chodników, co do których została podjęta decyzja, że mają być drążone przez jedną z maszyn, ale ich drążenie nie zostało ukończone

$$C_p(s) = \{c \in C : \underset{m \in M}{\exists} x^m = (\rho, \omega, \lambda, \varphi) \wedge \rho = c\} \tag{12}$$

Zbiór chodników dostępnych $C_D(s)$ to zbiór chodników, do których maszyna może dojechać, niewydrążonych i nieprzydzielonych, czyli dla których w danej chwili co najmniej jeden z chodników łączących się z nim jest już wydrążony

$$C_D(s) = \left\{ c_i \in C \setminus (C_W(s) \cup C_P(s)) : \underset{c_j \in C}{\exists} c_i \neq c_j \wedge w(c_i) = w(c_j) \wedge c_j \in x^0(s) \right\} \tag{13}$$

gdzie w(c) jest dowolnym końcem chodnika c.

Zbiór chodników z zapewnioną dostępnością $C_Z(s)$ to zbiór chodników, o których wiemy, kiedy będą dostępne (znamy termin ich udostępnienia). Jest to zbiór chodników niewydrążonych i nieprzydzielonych, dla których w danej chwili co najmniej jeden z chodników łączących się z nim należy do zbioru $C_P(s)$

$$C_Z(s) = \left\{ c_i \in C \setminus (C_W(s) \cup C_P(s)) : \underset{c_j \in C_P(s)}{\exists} c_i \neq c_j \wedge w(c_i) = w(c_j) \right\} \tag{14}$$

Zbiór chodników możliwych w danym stanie s do przydzielenia $C_Y(s)$ to suma zbioru chodników dostępnych $C_D(s)$ i zbioru chodników z zapewnioną dostępnością $C_Z(s)$.

$$C_Y(s) = C_D(s) \cup C_Z(s) \tag{15}$$

3.2. Decyzje

W danym stanie $s = (x, t)$ podejmowana jest decyzja, na podstawie której system przeprowadzany jest do następnego stanu. Wyznaczona decyzja $u(x, t)$ musi należeć do zbioru decyzji możliwych (sensownych) w danym stanie $U_p(s)$.

Dla maszyny, która w danym stanie realizuje wcześniej przydzielone zadanie (drąży chodnik, jest transportowana lub czeka na udostępnienie drogi do chodnika, w którym mają rozpocząć drążenie), dozwolona jest tylko decyzja o kontynuacji działania.

Wolnym maszynom można przydzielić do drążenia jeden z chodników $c \in C_Y(s)$, czyli spełniających następujące warunki:

- chodnik jest niewykonany;
- chodnik jest dostępny w danym momencie t lub będzie udostępniony po wydrążeniu przez pozostałe maszyny aktualnie przydzielonych im chodników i czas tego udostępnienia jest już znany;
- nie jest w danym momencie przydzielony żadnej innej maszynie.

Gdy wolnej maszynie nie przydzielimy żadnego chodnika, to stoi ona w miejscu, gdzie zakończyła wcześniejsze działanie.

Ponadto, jeśli maszynie przydzielony zostaje chodnik, do którego konieczny jest jej transport, należy określić, którędy ma jechać. Ze względu na przyjęte założenia i ograniczenia czasowo-kosztowe należy wybrać jedną z opisanych powyżej dróg transportowych, najszybszą lub najkrótszą.

Uwzględniając powyższe rozważania, decyzję u definiujemy jako $|M|$-elementowy ciąg

$$u = (u^1, u^2, ..., u^{|M|}),$$

gdzie kolejne elementy ciągu u oznaczają odrębne decyzje dla poszczególnych maszyn.

Każdy element tego ciągu to dwójka (ε, η), gdzie:

- $\varepsilon \in C \cup \{0\}$ i oznacza numer chodnika, w którym m-ta maszyna ma rozpocząć drążenie po ewentualnym dotransportowaniu dla $\varepsilon = c$ lub kontynuację podjętego wcześniej działania maszyny dla $\varepsilon = 0$;
- $\eta \in \{KT, ST, NO\}$ określa rodzaj drogi transportowej, przy czym KT oznacza najkrótszą drogę transportową, ST najszybszą drogę transportową, zaś η przybiera wartość NO (nie jest określany rodzaj trasy), gdy $\varepsilon = 0$.

Zbiór decyzji możliwych w stanie $s = (x, t)$ jest następujący

$$U_p(s) = U_p^1(s) \times U_p^2(s) \times ... \times U_p^{|M|}(s) \setminus H \tag{16}$$

gdzie:

$U_p^m(s)$ – oznacza zbiór możliwych decyzji dla m-tej maszyny;

H – zbiór decyzji przydzielających jednocześnie drążenie jednego chodnika więcej niż jednej maszynie.

Zbiór możliwych decyzji $U_p^m(s)$ dla m-tej maszyny w stanie zdefiniowany jest następująco:

$$\underset{m=1,2,\ldots,|M|}{\forall} U_p^m(s)=\begin{cases}(c,KT)\vee(c,ST) & \text{dla } m\in X_I^m \wedge c\in C_Y(s)\\ (0,NO) & \text{dla } m\in M\end{cases} \tag{17}$$

Zbiór H zdefiniowany jest następująco

$$H=\Big\{u=(u^1,u^2,\ldots,u^{|M|}):$$

$$\underset{\substack{i,j=1,2,\ldots,|M|\\ i\neq j}}{\exists} u^i(s)=u^j(s)\neq(0,NO)\vee \underset{i=1,2,\ldots,|M|}{\forall}\left(u^i(s)=(0,NO)\wedge x^i(s)\in X_I^m\right)\Big\} \tag{18}$$

Jeżeli decyzja przeprowadza stan s = (x, t) do zbioru S_N, tzn. w wyniku podjętej decyzji przekroczony zostaje *limit(c)* dla któregoś chodnika, to jest to decyzja niedopuszczalna. Zbiór decyzji dopuszczalnych $U_d(s)$ w stanie s = (x, t)

$$U_d(s)=\{u\in U_p(s):\quad s'=f(u,s)\notin S_N\} \tag{19}$$

Kolejno podjęte decyzje tworzą ciąg decyzyjny $\bar{u}=(u_1,u_2,\ldots,u_k,\ldots,u_d)$, gdzie d jest liczbą podjętych decyzji. Ciąg decyzyjny wyznacza jednoznacznie jedną z trajektorii systemu.

3.3. Funkcja przejścia

Na podstawie aktualnego stanu s = (x, t) i decyzji u podjętej w tym stanie, generowany jest następny stan s' = (x', t') za pomocą funkcji przejścia f

$$(x',t')=f(u,x,t).$$

Funkcja ta jest zdefiniowana za pomocą dwóch funkcji częściowych $f = (f_x, f_t)$,
gdzie:

f_x: $U\times X\times T\to X$ – określa następny stan właściwy,
f_t: $U\times X\times T\to T$ – określa następny moment czasu i spełnia następujący warunek: $\Delta t = t' - t = f_t(u, x, t) - t$ ma wartość dodatnią i skończoną.

W pierwszej kolejności należy wyznaczyć t', czyli moment wystąpienia następnego stanu. W tym celu obliczany jest dla każdej maszyny czas t_m potrzebny na dokończenie przydzielonego jej zadania, przy czym dla maszyn bez przydziału przyjmujemy, iż czas ten wynosi nieskończoność. Najmniejszy z tych czasów służy do wyznaczenia czasu t'

$$t'=t+\min_{m=1,2,\ldots,|M|} t_m \tag{20}$$

Czas t_m wyznaczany jest następująco:

$$t_m = \begin{cases} \dfrac{r_{KT}}{V_{tr}(m)} + \dfrac{dl(c)}{V_{dr}(m)} + \theta_{KT} & \text{dla } x^m = (0, w, 0, 0) \wedge u^m(s) = (c, KT) \wedge m \in M_I \\ \dfrac{dl(c)}{V_{dr}(m)} + \theta_{KT} & \text{dla } x^m = (0, w, 0, 0) \wedge u^m(s) = (c, KT) \wedge m \in M_{II} \\ \dfrac{r_{ST}}{V_{tr}(m)} + \dfrac{dl(c)}{V_{dr}(m)} + \theta_{ST} & \text{dla } x^m = (0, w, 0, 0) \wedge u^m(s) = (c, ST) \wedge m \in M_I \\ \dfrac{dl(c)}{V_{dr}(m)} + \theta_{ST} & \text{dla } x^m = (0, w, 0, 0) \wedge u^m(s) = (c, ST) \wedge m \in M_{II} \\ \dfrac{\lambda}{V_{dr}(m)} + \varphi & \text{dla } x^m = (c, w_2(c), \lambda \le dl(c), 0) \wedge u^m(s) = (0, NO) \\ \dfrac{\lambda - dl(c)}{V_{tr}(m)} + \dfrac{dl(c)}{V_{dr}(m)} + \varphi & \text{dla } x^m = (c, w_2(c), \lambda > dl(c), 0) \wedge u^m(s) = (0, NO) \\ \infty & \text{dla } x^m = \big(0, w, 0, 0\big) \wedge \wedge u^m(s) = (0, NO) \end{cases} \tag{21}$$

gdzie:

- r_{KT} – długość najkrótszej drogi transportowej;
- θ_{KT} – czas oczekiwania na udostępnienie chodników wchodzących w skład drogi transportowej, wyznaczony przy obliczaniu najkrótszej drogi transportowej;
- r_{ST} – długość najszybszej drogi transportowej;
- θ_{ST} – czas oczekiwania na udostępnienie chodników wchodzących w skład drogi transportowej, wyznaczony przy obliczaniu najszybszej drogi transportowej.

Wielkości r_{KT}, θ_{KT}, r_{ST}, θ_{ST} wyznaczane są za pomocą odpowiednich algorytmów obliczania najkrótszej drogi transportowej oraz najszybszej drogi transportowej.

Następnie obliczane są nowe wartości współrzędnych stanu właściwego x^0, czyli pierwsza współrzędna stanu s', która reprezentuje zbiór ukończonych chodników zawiera dodatkowo chodniki ukończone w momencie t'

$$x^{0\,\prime} = x^0 \cup \{c : \underset{m \in M}{\exists} x^m(s) = (\rho, w, \lambda, \varphi) \wedge \rho = c \wedge t_m = \Delta t\} \tag{22}$$

Kolejne współrzędne, reprezentujące stany poszczególnych maszyn również są przeprowadzane do nowego stanu:

$$x^{m\,\prime} = f_x(u, x^m, t) \text{ dla } m = 1, 2 \ldots |M| \tag{23}$$

W zależności od realizowanej decyzji poszczególne elementy stanu maszyny x^m obliczane są następująco:

– dla decyzji $u = (0, NO)$:

$$\rho' = \begin{cases} \rho \ \text{dla} \ t_m > \Delta t \\ 0 \ \text{dla} \ t_m = \Delta t \end{cases}$$

$$\omega' = \omega$$

$$\lambda' = \begin{cases} 0 & \text{dla}\, \lambda = 0 \\ \lambda & \text{dla}\, \lambda \neq 0 \wedge \varphi \geq \Delta t \\ \lambda - V_{tr} \cdot \min\left(\dfrac{\lambda - dl(c)}{V_{tr}}, \Delta t - \varphi\right) - V_{dr} \cdot \max\left(\Delta t - \varphi - \dfrac{\lambda - dl(c)}{V_{tr}}, 0\right) & \text{dla}\, \lambda > dl(c) \wedge \rho = c \wedge \varphi < \Delta t \\ \lambda - V_{dr} \cdot (\Delta t - \varphi) & \text{dla}\, \lambda \in (0, dl(c)] \wedge \rho = c \wedge \varphi < \Delta t \end{cases} \tag{24}$$

$$\varphi' = \max(0, \varphi - \Delta t)$$

– dla decyzji $u = (c, KT)$:

$$\rho' = \begin{cases} c \ \text{dla} \ t_m > \Delta t \\ 0 \ \text{dla} \ t_m = \Delta t \end{cases}$$

$$\omega' = w(c)$$

$$\lambda' = \begin{cases} r_{KT} + dl(c) - V_{tr} \cdot \min\left(\dfrac{r_{KT}}{V_{tr}}, \Delta t - \theta_{KT}\right) - V_{dr} \cdot \max\left(\Delta t - \theta_{KT} - \dfrac{r_{KT}}{V_{tr}}, 0\right) & \text{dla} \ m \in M_I \\ dl(c) - V_{dr} \cdot (\Delta t - \theta_{KT}) & \text{dla} \ m \in M_{II} \end{cases} \tag{25}$$

$$\varphi' = \max(0, \theta_{KT} - \Delta t)$$

– dla decyzji $u = (c, ST)$:

$$\rho' = \begin{cases} c \ \text{dla} \ t_m > \Delta t \\ 0 \ \text{dla} \ t_m = \Delta t \end{cases}$$

$$\omega' = w(c)$$

$$\lambda' = \begin{cases} r_{ST} + dl(c) - V_{tr} \cdot \min\left(\dfrac{r_{ST}}{V_{tr}}, \Delta t - \theta_{ST}\right) - V_{dr} \cdot \max\left(\Delta t - \theta_{ST} - \dfrac{r_{ST}}{V_{tr}}, 0\right) & \text{dla} \ m \in M_I \\ dl(c) - V_{dr} \cdot (\Delta t - \theta_{ST}) & \text{dla} \ m \in M_{II} \end{cases} \tag{26}$$

$$\varphi' = \max(0, \theta_{ST} - \Delta t)$$

4. Podsumowanie

W artykule przedstawiono specyficzny problem szeregowania zadań, w którym występuje konieczność transportu maszyn. W problemie tym zasoby, niezbędne do realizacji zadań, są zmienne i ich dostępność zależy od aktualnego stanu systemu. Zaprezentowano model algebraiczno-logiczny prac przygotowawczych w kopalni, zagadnienia należącego do rozważanej klasy problemów szeregowania. Zdefiniowano zatem postać stanu systemu, zbiory stanów docelowych i niedopuszczalnych, postać decyzji, zbiory decyzji możliwych i dopuszczalnych oraz funkcję przejścia. W szczególności w modelu uwzględniona została możliwość oczekiwania maszyn na udostępnienie zasobu.

Opracowany model algebraiczno-logiczny zagadnienia posłużył do stworzenia algorytmu symulacyjnego przy pomocy którego wyznaczano rozwiązanie minimalizujące koszty drążenia sieci chodników z zachowaniem ograniczeń czasowych.

Literatura

[1] Bubnicki Z.: *Wstęp do systemów ekspertowych.* Warszawa, PWN 1990

[2] Dudek-Dyduch E.: *Formalizacja i analiza problematyki dyskretnych procesów produkcyjnych*. Zesz. Nauk. AGH, s. Automatyka, z. 54, Kraków 1990 (praca habilitacyjna)

[3] Dudek-Dyduch E.: *Learning based algorithm in scheduling.* Journal of Intelligent Manufacturing (JIM), vol. 11, No. 2, 2000, 135–143,

[4] Dudek-Dyduch E.: *Systemy informacyjne zarządzania produkcją.* Kraków, Wydawnictwo Poldex 2002

[5] Dudek-Dyduch E., Dutkiewicz L., Kucharska E.: *Formalny model symulacji procesów decyzyjnych jako model algebraiczno-logiczny.* Białystok, Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej 2005