

Prof. dr hab. inż. Jan Kosmol

Katedra Budowy Maszyn
Politechnika Śląska
Konarskiego18A, 44-100 Gliwice, Polska
E-mail: jkosmol@polsl.pl.pl

ROZSZERZONY MODEL ŁOŻYSKA TOCZNEGO – WPŁYW PASOWANIA I ODKSZTAŁCENIA WSTĘPNEGO

EXTENDED MODEL OF ANGULAR BEARING – INFLUENCE OF FITTING AND PRE-DEFORMATION

Streszczenie: W artykule przedstawiono modelowanie łożyska tocznego skośnego w kontekście oporów ruchu. Ponieważ przyjęto, że opory ruchu są proporcjonalne do sił kontaktowych to głównym celem modelowania stało się oszacowanie ich wielkości oraz określenie wpływu takich parametrów jak prędkość obrotowa pierścienia łożyskowego, wstępne odkształcenie łożyska i pasowania wałka i pierścienia łożyskowego na te siły. W literaturze tematu parametry te są rzadko albo w ogóle nieuwzględniane przy szacowaniu sił kontaktowych. Modelowanie przeprowadzono metodą numeryczną MES. Wyniki modelowania pokazują, że pomijanie ww. parametrów prowadzi do błędnego oszacowania sił kontaktowych, tj. do ich zaniżania, a błędy mogą sięgać 100% i więcej. W rezultacie rzeczywiste opory ruchu będą większe od oszacowanych na drodze numerycznej.

Słowa kluczowe: łożysko toczne, opory ruchu, MES

Abstract: The paper presents modeling of angular bearing in the context of motion resistance. It was assumed that the motion resistance depends on the contact forces. For that reason the main goal of modeling was estimation of the forces and defining the influence of such parameters like rotational speed of the bearing ring, pre-deformation of the bearing and fitting of the shaft and inner ring on the forces. In the literature, when estimating the contact forces, such parameters are taken into account very rarely. Numerical method, it means FEM was used. Results of the modeling shows that omitting such parameters leads to big errors in estimation of contact forces, it means to decreasing up 100% and more. The real motion resistance will be bigger than the calculated.

Keywords: angular bearing, motion resistance, FEM

1. Wprowadzenie

Rozwój technologii HSC (High Speed Cutting) skutkuje dużym wzrostem parametrów kinematycznych w procesie skrawania, tj. prędkości skrawania i posuwu. W porównaniu do dotychczas stosowanych parametrów skrawania wzrost prędkości sięga od kilku do kilkunastu i kilkudziesięciu razy. Ma to określone konsekwencje, m.in. dla konstrukcji obrabiarek. Wzrost prędkości obrotowej wrzeczona skutkuje znacznym wzrostem sił dynamicznych, w tym, w węzłach łożyskowych. Z tego tytułu wzrasta ilość ciepła w tych węzłach, co niejednokrotnie zmusza konstruktorów obrabiarek do dodatnia nowego lub przekonstruowania istniejącego układu chłodzenia. Dodanie układu chłodzenia lub jego przekonstruowanie wymaga przede wszystkim wiedzy o ilości ciepła tam powstającego.

W dostępnej literaturze tematu zdecydowana większość doniesień dotyczy zagadnienia trwałości zmęczeniowej łożysk tocznych. Jest to zrozumiałe, jako że łożyska toczne nierzadko należą do najsłabszych elementów układu mechanicznego. W [5] autorzy rozpatrywali zagadnienie luzu promieniowego łożyska, ale w kontekście jego trwałości. Metodami symulacyjnymi próbowali określić jego najkorzystniejszą wartość. W [16] autorzy rozpatrywali wpływ czynników projektowo-konstrukcyjnych, ale i technologicznych, i eksploatacyjnych jak prawidłowość montażu, monitorowanie wyważenia maszyny czy prawidłowość smarowania na trwałość zmęczeniową łożyska. W [15] autorzy badali wpływ zacisku wstępnego łożysk kulkowych skośnych na jego trwałość zmęczeniową. Zwrócili uwagę na fakt, że obecnie nie istnieje powszechnie dostępna metoda doboru tego napięcia.

Natomiast w niniejszym artykule skoncentrowano się na wpływie oporów ruchu w łożyskach tocznych na jakość eksploatacyjną obrabiarek skrawających. Ta jakość eksploatacyjna, rozumiana jako dokładność wykonania przedmiotu na obrabiarce jest, m.in. ściśle powiązana z odkształceniami cieplnymi spowodowanymi ciepłem wytworzonym w łożyskach.

Na ogół przyjmuje się, że ilość ciepła powstającego w samym łożysku jest równa mocy strat wynikających z oporów ruchu łożyska. Oszacowanie takich oporów ruchu w łożysku jest zagadnieniem nie do końca rozwiązany. Powszechnie, do ich szacowania stosuje się model Palmgren [14], w postaci

$$M_1 = z \left(\frac{F_s}{C_s} \right)^y F_\beta d_m \quad (1)$$

$$F_\beta = 0,9F_a \operatorname{ctg} \alpha - 0,1F_r$$

gdzie:

M_1 – moment oporów ruchu w łożysku tocznym,

F_s – obciążenie zastępcze łożyska,

C_s – nośność statyczna łożyska,

z – współczynnik zależny od rodzaju łożyska i smarowania (dla łożyska kulkowego skośnego ze smarem stałym $z=0,001$ [6]),

d_m – średnia średnica łożyska,

y – współczynnik zależny od rodzaju łożyska i smarowania (dla łożyska kulkowego skośnego ze smarem stałym $y=0,33$ [6]),

F_a – składowa osiowa obciążenia zewnętrznego łożyska,

F_r – składowa promieniowa obciążenia zewnętrznego łożyska,

α – kąt działania łożyska.

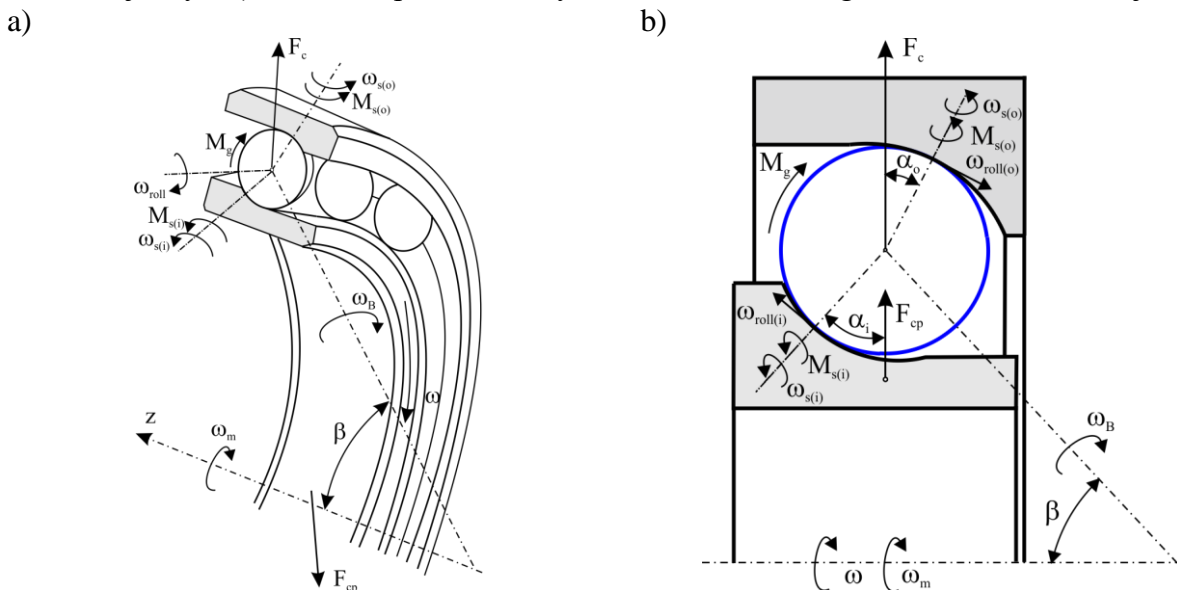
Jak wynika z zależności (1), nie uwzględnia ona w sposób jawny, m.in. skutków wpływu prędkości obrotowej łożyska (u Palmgren M_1 jest tylko momentem tarcia od obciążenia zewnętrznego bez sił odśrodkowych, momentu żyroskopowego itp.).

W łożysku tocznym, kulkowym skośnym, występują co najmniej następujące ruchy obrotowe (Rys. 1):

- prędkość orbitalna kulek ω_m , tj. ruchu obrotowego wokół osi łożyska po bieżniach łożyska,
- prędkość obrotowa pierścienia łożyskowego wewnętrznego ω ,
- prędkość obrotowa kulek wokół własnej osi ω_B ,
- prędkość obrotowa kulek wokół własnej osi ω_s ,
- prędkość obrotowa kulek ω_{roll} , w wyniku momentu żyroskopowego M_g .

Ruchy obrotowe w łożysku tocznym skośnym powodują powstanie sił dynamicznych, takich jak siły odśrodkowe F_c od orbitujących kulek, siły odśrodkowe F_{cp} od obracającego się pierścienia, moment żyroskopowy M_g , wynikający z ruchu orbitalnego kulek w płaszczyźnie

odchylonej od płaszczyzny łożyska o kąt β (kąt ten się zmienia wraz ze zmianą prędkości obrotowej łożyska), moment spinu M_s w wyniku ruchu obrotowego kulek wokół własnej osi.



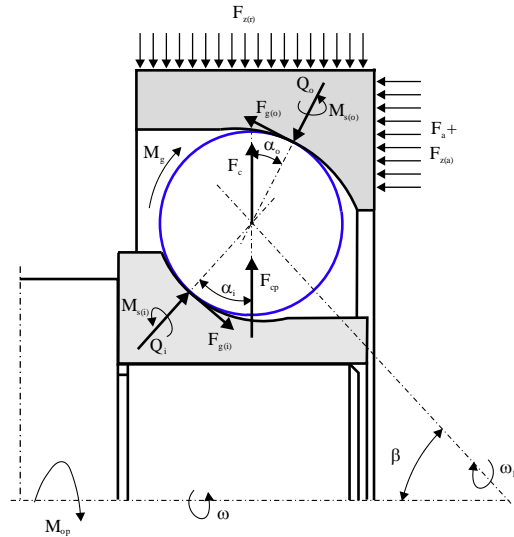
Rys. 1. Ruchy obrotowe w łożysku tocznym skośnym: ω – prędkość obrotowa pierścienia łożyskowego, ω_m – prędkość orbitalna kulek, ω_s – prędkość obrotowa kulek wokół własnej osi, ω_B – prędkość obrotowa kulek wokół własnej osi, ω_{roll} – prędkość obrotowa kulek w wyniku momentu żyroskopowego, α_i , α_o – kąty działania łożyska, β – kąt wychylenia płaszczyzny orbitalnej łożyska, M_g – moment żyroskopowy, F_c – siła odśrodkowa od orbitujących kulek, F_{cp} – siła odśrodkowa od wirującego pierścienia łożyskowego, M_s – moment spinu od kulki obracającej się wokół własnej osi

Fig. 1. Angular bearing rotational movements: ω – rotational speed of inner ring, ω_m – orbital speed of balls, ω_s – rotational speed of balls around own axis, ω_B – rotational speed of balls around own axis, ω_{roll} – rotational speed of balls due to gyroscopic phenomenon, α_i , α_o – contact angles, β – ball pitch angle, M_g – gyroscopic torque, F_c – centrifugal load due to orbital movements of balls, F_{cp} – centrifugal load due to rotational movements of inner ring, M_s – friction torque due to spinning effect

Na Rysunku 2 przedstawiono hipotetyczny stan obciążenia w łożysku tocznym, skośnym. Na całkowite opory ruchu M_{op} składają się opory z tytułu tarcia kulek o bieżnię $M_{I(T)}$, opory tarcia ślizgowego z tytułu obrotu kulek wokół własnej osi M_s , opory ruchu z tytułu obecności smaru M_v . W niniejszym artykule skupiono się wyłącznie na oporach ruchu z tytułu tarcia kulek o bieżnię $M_{I(T)}$.

Skutkiem występowania wymienionych sił dynamicznych jest, m.in. zmiana oporów ruchu łożyska M_{op} . Te efekty nie są uwzględnione w zależności (1).

Znaczący wzrost prędkości w obrabiarkach HSC nie pozwala już na pomijanie efektów dynamicznych w szacowaniu oporów ruchu (dla dotychczas stosowanych technologii efekty dynamiczne były pomijane, ponieważ ich wpływ na opory ruchu był mały). Stąd konieczność opracowania nowego modelu wyznaczania oporów ruchu, w którym w sposób jawny ujawnione zostałyby efekty dynamiczne, wpływające na opory ruchu łożyska.



Rys. 2. Hipotetyczny stan obciążenia łożyska tocznego skośnego; $F_{z(r), z(a)}$ – zewnętrzne promieniowe i osiowe obciążenie łożyska, $F_c, F_{g(o)}, F_{g(i)}$ – obciążenia dynamiczne – odśrodkowe i żyroskopowe, M_g – moment żyroskopowy, F_a – napięcie wstępne łożyska, M_s – moment spinu, M_{op} – moment oporów łożyska, Q_i, Q_o – obciążenia kontaktowe

Fig. 2. Hypothetical state of loads of an angular bearing; $F_{z(r), z(a)}$ – external, radial and axial loads of a bearing, $F_c, F_{g(o)}, F_{g(i)}$ – dynamical loads – centrifugal and gyroscopic, M_g – gyroscopic torque, F_a – pre-load of a bearing, M_s – spinning torque, M_{op} – friction torque due to load, Q_i, Q_o – contact loads

Autor, w swojej monografii [9] założył, że opory ruchu wynikające ze zjawiska tarcia w łożysku tocznym, są funkcją dynamicznych sił kontaktowych Q_i i Q_o , występujących pomiędzy kulkami (wałeczkami), a bieżniami łożyska i współczynników tarcia. Do obliczania oporów ruchu z tytułu sił tarcia tocznego $M_{I(T)}$ Autor zastosował formułę przedstawioną w [12] w postaci:

$$M_{I(T)} = \left(\frac{d_m}{D} + 0,5\right) \sum_{j=0}^{j=Z-1} (Q_{ij} f_{kij} + Q_{oj} f_{koj}) \quad (2)$$

gdzie:

Q_i, Q_o – siły kontaktowe pomiędzy kulką a bieżnią wewnętrzną (i) i zewnętrzną (o),

f_{ki}, f_{ko} – współczynniki tarcia tocznego pomiędzy kulką, a bieżnią wewnętrzną (i) i zewnętrzną (o),

D – średnica kulki,

Z – liczba kulek łożyskowych,

$M_{I(T)}$ – moment tarcia od ruchu tocznego kulek po bieżniach.

W literaturze [1-2], [4], [6], [8-9], [11], [13] można znaleźć wiele modeli analitycznych, pozwalających wyznaczyć siły dynamiczne Q_i i Q_o w funkcji prędkości obrotowej, wstępnego napięcia łożyska skośnego F_a czy obciążenia zewnętrznego F_z . Wspólną cechą tych modeli jest fakt, że uwzględniają one tylko dynamiczne efekty wynikające z ruchu orbitalnego kulek wokół osi łożyska (siły odśrodkowe F_c) i z ruchu obrotowego kulek wokół własnej osi (efekt żyroskopowy) w postaci, tzw. momentu żyroskopowego M_g .

Autor [10] zaproponował rozszerzony model kontaktowy łożyska skośnego, w którym uwzględnił efekt dynamiczny, wynikający z ruchu obrotowego wirującego pierścienia wewnętrznego w postaci siły odśrodkowej F_{cp} .

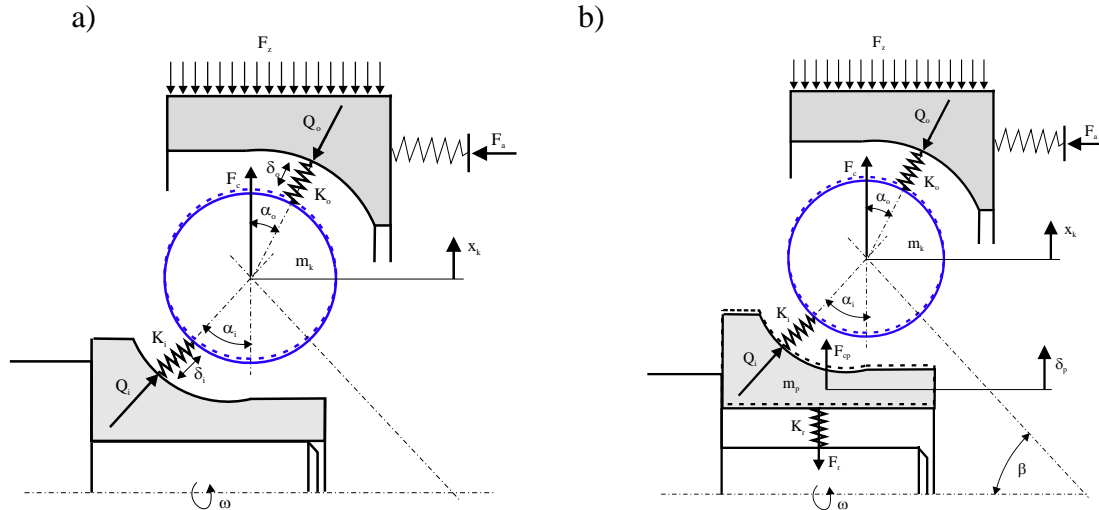
2. Rozszerzony model kontaktowy łożyska

Jak już wspomniano, większość spotykanych w literaturze modeli kontaktowych łożyska nie uwzględnia efektów dynamicznych, wynikających z ruchu obrotowego pierścienia wewnętrznego. Do wyjątków należą pozycje [3], [7], [18,19].

Autorzy [3], [7], [18,19], analizując stan obciążenia łożyska wynikający z sił odśrodkowych wirujących kulek uwzględnili również odkształcenia pierścienia wewnętrznego z tytułu jego prędkości obrotowej. To co wydaje się być dyskusyjne albo i niedopuszczalne to fakt, że do równań opisujących przemieszczenia i odkształcenia w obszarach kontaktowych wstawili przemieszczenia pierścienia wewnętrznego, obliczone, wg wzoru odpowiadającego swobodnie rozszerzającemu się wirującemu pierścieniowi. Wydaje się, że przyjęcie założenia o swobodnym rozszerzaniu się powierzchni zewnętrznej pierścienia wewnętrznego jest błędne, jako że ten pierścień styka się z wieloma kulkami odbierającymi mu stopnie swobody. W dalszej części rozdz. 2 artykułu pokazano różnicę w przemieszczeniach pierścienia pomiędzy swobodnie rozszerzającym się pierścieniem, a pierścieniem stanowiącym element łożyska.

Na Rysunku 3 pokazano modele fenomenologiczne łożyska, w którym pominięto rozszerzalność pierścienia wewnętrznego (Rys. 3a) i w którym tę rozszerzalność uwzględniono (Rys. 3b).

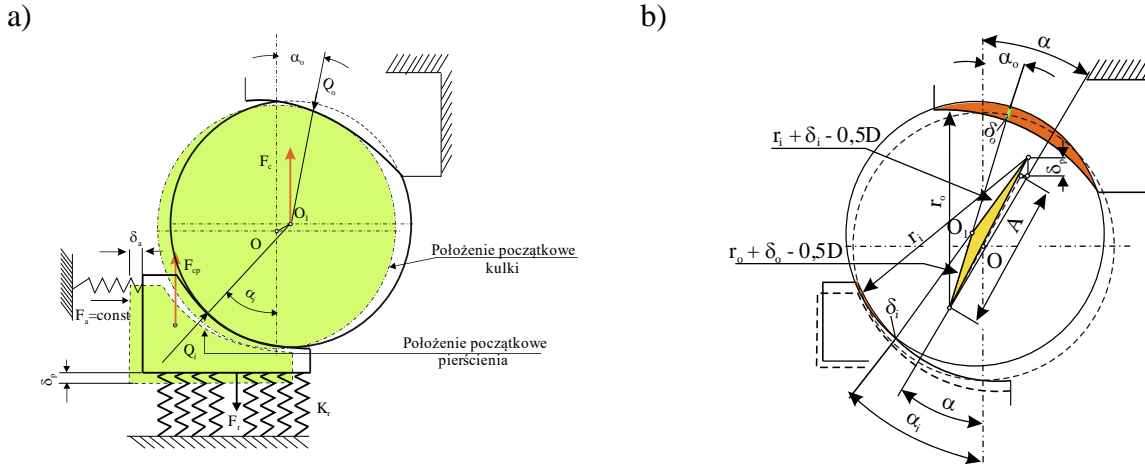
Zasadnicza różnica tkwi w modelu podatnego pierścienia wewnętrznego o sztywności K_r , który przemieszcza się promieniowo o wielkość δ_p . Z tego tytułu w równaniu równowagi sił działających na pierścień wewnętrzny w kierunku pionowym (w zależności (3) pojawia się dodatkowo siła F_r , która jest proporcjonalna do przemieszczenia δ_p .



Rys. 3. Modele kontaktowe łożyska z a) nieuwzględnioną rozszerzalnością pierścienia, b) uwzględnioną rozszerzalnością pierścienia [10]; K_i , K_o – sztywności kontaktowe na bieżni wewnętrznej (i) i zewnętrznej (o), K_r – sztywność postaciowa pierścienia wewnętrznego, F_r – siła sprężystości z tytułu odkształcenia pierścienia wewnętrznego, δ_i , δ_o – odkształcenia kontaktowe, δ_p – odkształcenie postaciowe pierścienia wewnętrznego, x_k – przemieszczenia kulki

Fig. 3. Contact models of a bearing: a) without inner ring expansion, b) with inner ring expansion [10]; K_i , K_o – contact stiffness of inner race (i) and outer race (o), K_r – elastic stiffness of inner ring, F_r – elastic force due to inner ring deformation, δ_i , δ_o – contact deformation, δ_p – elastic deformation of inner ring, x_k – ball displacement

Na Rysunku 4 przedstawiono stan obciążenia łożyska z uwzględnieniem siły odśrodkowej od wirujących kulek F_c i obracającego się pierścienia wewnętrznego F_{cp} .



Rys. 4. Stan obciążenia łożyska tocznego z uwzględnieniem siły odśrodkowej od wirujących kulek F_c i obracającego się pierścienia wewnętrznego F_{cp}

Fig. 4. The state of a bearing load taking into account centrifugal load due to orbital movement of balls F_c and due to rotation of inner ring F_{cp}

Dla modelu fenomenologicznego jak na Rys. 4 napisano równania równowagi sił działających na kulkę i pierścień wewnętrzny, mianowicie:

$$\begin{aligned}
 Q_i \sin \alpha_i &= Q_o \sin \alpha_o \\
 F_c &= Q_i \cos \alpha_i - Q_o \cos \alpha_o \\
 F_a &= Q_i \sin \alpha_i \\
 F_a &= Q_o \sin \alpha_o \\
 F_{cp} - F_r - Q_i \cos \alpha_i &= 0 \\
 F_r &= K_r \delta_p
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

oraz tzw. warunek geometryczny, który wiąże ze sobą odkształcenia kontaktowe δ_i i δ_o oraz przemieszczenia promieniowe pierścienia δ_p (Rys. 4b):

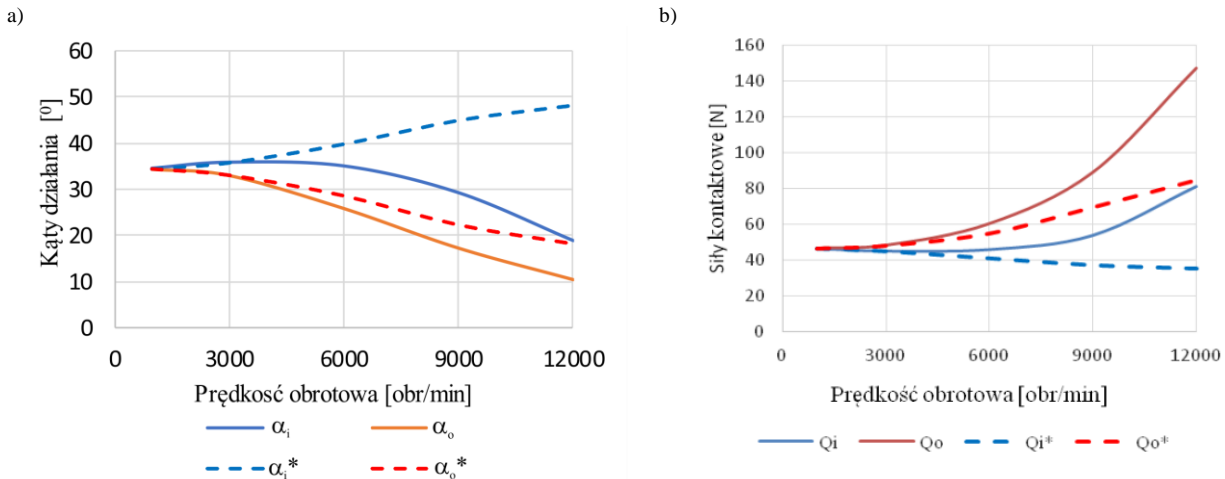
$$(r_i + \delta_i - 0,5D) \cos \alpha_i + (r_o + \delta_o - 0,5D) \cos \alpha_o = A \cos \alpha + \delta_p
 \tag{4}$$

gdzie:

r_i, r_o – promienie krzywizn bieżni wewnętrznej i zewnętrznej,
 δ_i, δ_o – odkształcenia kontaktowe kulki w obszarze bieżni wewnętrznej i zewnętrznej,
 δ_p – przemieszczenia promieniowe pierścienia wewnętrznego łożyska,
 $\alpha, \alpha_i, \alpha_o$ – kąty działania,
 K_r – stała sprężystości pierścienia łożyskowego wewnętrznego,
 A – odległość pomiędzy środkami krzywizn bieżni wewnętrznej i zewnętrznej (cecha konstrukcyjna łożyska).

Na tej podstawie możliwe było przeprowadzenie badań symulacyjnych, pokazujących wpływ, np. prędkości obrotowej na siły kontaktowe Q_i i Q_o i na kąty działania α_i i α_o (Rys. 5).

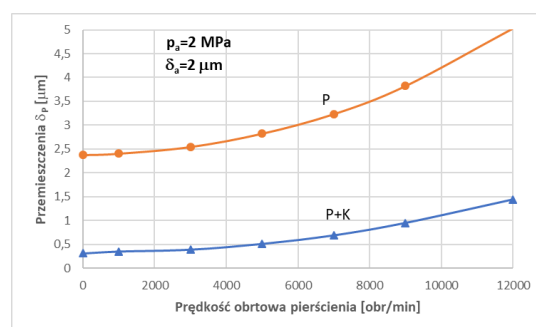
Nawet pobieżna analiza Rys. 5 pokazuje, że zarówno kąty działania, jak i siły kontaktowe dla obu modeli (linie ciągłe na wykresach dotyczą modelu rozszerzonego, tj. modelu, w którym uwzględniono dynamiczne oddziaływania wirującego pierścienia wewnętrznego) różnią się o 20 – 30%.



Rys. 5. Wpływ prędkości obrotowej na kąty działania α_i i α_o i na siły kontaktowe Q_i i Q_o [10]: linie ciągłe dotyczą modelu nieuwzględniającego rozszerzalność pierścienia, linie przerywane dotyczą modelu rozszerzonego

Fig. 5. The influence of rotational speed on contact angels α_i and α_o and contact loads Q_i and Q_o [10]: continuous line relates to the model without expansion of the inner ring, dashed line relates to the model with expansion of the inner ring

Układ równań (3) i (4) pozwala również na porównanie odkształceń pierścienia wewnętrznego w funkcji prędkości obrotowej dla dwóch, krańcowo różnych modeli pierścienia, tzn. swobodnie rozszerzającego się pod wpływem siły odśrodkowej i stanowiącego element łożyska. Na Rysunku 6 przedstawiono odkształcenia δ_p pierścienia w miejscu jego kontaktu z wałkiem, czyli na powierzchni wewnętrznej pierścienia.



Rys. 6. Odkształcenia pierścienia wewnętrznego w funkcji prędkości obrotowej: P – dotyczy pierścienia swobodnie się rozszerzającego, P+K – dotyczy pierścienia jako elementu łożyska
Fig. 6. Displacements of the inner ring as a function of rotational speed: P – freely expansion of the inner ring, P+K – inner ring as a part of bearing

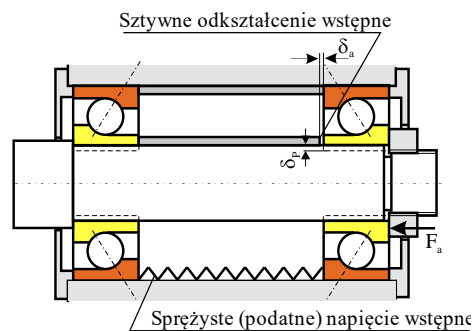
Odkształcenia pierścienia swobodnie się rozszerzającego (linia P) są kilkakrotnie większe niż pierścienia stanowiącego element łożyska (linia P+K). Potwierdza to zatem krytyczne sformułowanie o niewłaściwym modelowaniu pierścienia w pozycjach [3], [7], [18,19].

3. Wpływ napięcia wstępnego łożyska i pasowania w obszarze kontaktu wałka z pierścieniem wewnętrznym na siły kontaktowe

Zdecydowana większość pozycji literaturowych dotyczących zjawisk kontaktowych w łożyskach tocznych skupia się na wpływie prędkości łożyska i jego sprężystego napięcia wstępnego na kąty działania α_i i α_o i na siły kontaktowe Q_i i Q_o . Natomiast prawie nie ma pozycji, które traktowałyby o wpływie pasowania wałka i pierścienia wewnętrznego oraz odkształcenia wstępnego łożyska na w/w parametry. Do wyjątków należą pozycje [11] i [17], gdzie autorzy analizowali wpływ sztywnego odkształcenia wstępnego. Aby rozwiązać analitycznie to zagadnienie, przyjęli daleko idące uproszczenie dotyczące związku pomiędzy kątami działania α_i i α_o (przyjęto założenie, że $\alpha_i = \alpha + \Delta\alpha$ a $\alpha_o = \alpha - \Delta\alpha$). Takie uproszczenie znacząco zniekształca wyniki obliczeń tych kątów i sił kontaktowych dla dużych prędkości obrotowych.

W rozwiązaniach inżynierskich dotyczących łożysk tocznych, zwłaszcza skośnych, stosuje się dwie techniki wstępnego ich napinania (Rys. 7). Jedna, zwana elastycznym, sprężystym napięciem wstępnym, wykorzystuje element sprężysty lub hydrauliczny do wstępnego napinania. To rozwiązanie zapewnia stałą wartość napięcia wstępnego łożysk F_a . Modelowanie tego rozwiązania jest prostsze i pozwala na analityczne wyznaczanie poszukiwanych parametrów, dlatego w badaniach analitycznych jest częściej spotykane. Natomiast w praktyce inżynierskiej jest stosowane rzadko.

Drugie rozwiązanie, najczęściej spotykane w praktyce inżynierskiej, zwane sztywnym, wstępnym odkształceniem, polega na osiowym przemieszczeniu pierścienia wewnętrznego względem zewnętrznego o pewną odległość δ_a (kilka lub kilkanaście μm).



Rys. 7. Sposoby wstępnego napinania łożysk tocznych skośnych; δ_a – wstępne odkształcenia, F_a – sprężyste napięcie wstępne, δ_p – ujemny luz z tytułu pasowania wałka w otworze łożyska

Fig. 7. Methods of pre-load of an angular bearings; δ_a – pre-deformation, F_a – elastic pre-load, δ_p – negative backlash due to close fit of shaft and bearing hole

Wadą tego rozwiązania jest zmieniająca się siła osiowa działająca na łożysko, wraz ze zmieniającą się prędkością. To rozwiązanie konstrukcyjne jest znacznie trudniejsze do analitycznego wyznaczenia takich parametrów, jak kąty działania i siły kontaktowe, dlatego w literaturze spotyka się znacznie rzadziej. Autor, w niniejszym artykule przedstawił pewne wyniki badań dla takiego właśnie rozwiązania.

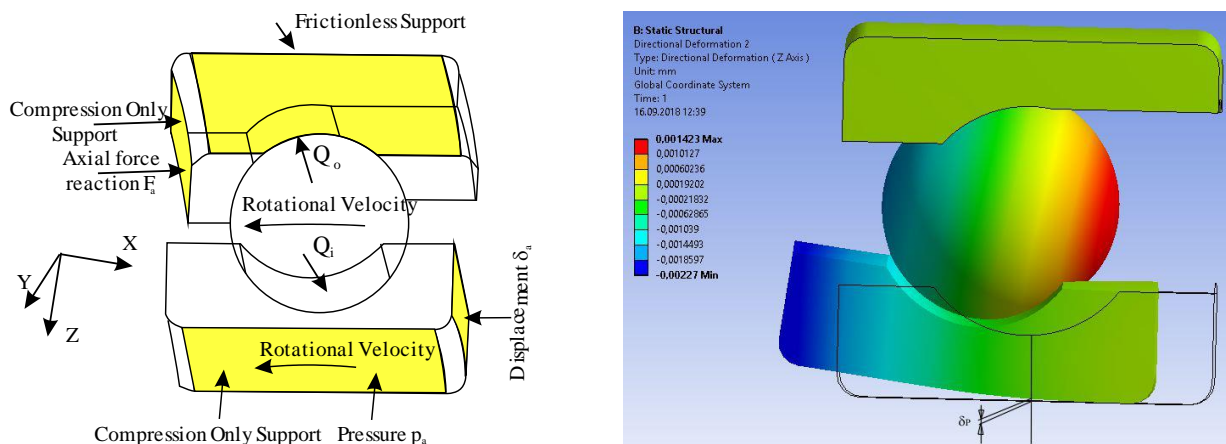
Drugim, istotnym czynnikiem mającym wpływ na siły kontaktowe Q_i , Q_o , a tym samym na opory ruchu łożyska jest pasowanie pomiędzy wałkiem, a pierścieniem wewnętrznym. W typowych rozwiązaniach węzłów łożyskowych wrzecion obrabiarek stosowane są pasowania powodujące powstanie ujemnego luzu δ_p . Wielkość tego luzu mieści się w granicach od kilku do kilkunastu μm . W literaturze nie ma doniesień o wpływie tego pasowania na siły kontaktowe w łożysku. Dlatego autor przeprowadził badania symulacyjne, pokazujące m.in. wpływ ujemnego

luzu na siły kontaktowe, zwłaszcza w połączeniu ze wstępnym odkształceniem (przemieszczeniem) pierścienia wewnętrznego względem zewnętrznego δ_a .

Ponieważ rozwiązanie analityczne, bez znaczących uproszczeń, jak pokazano, m.in. w [11] i [17] jest trudne do uzyskania, w niniejszej pracy zastosowano metodę numeryczną, tj. metodę elementów skończonych (Ansys 13). Model geometryczny łożyska, z uwagi na dużą liczbę osi symetrii jest stosunkowo prosty (Rys. 8). Warunki brzegowe zamodelowano następująco:

- *Compression Only Support* dla powierzchni pierścienia wewnętrznego stykającego się z wałkiem w kierunku promieniowym i dla powierzchni pierścienia zewnętrznego w kierunku osiowym,
- *Pressure* dla powierzchni pierścienia wewnętrznego stykającej się z wałkiem, celem zamodelowania ciśnienia p_a z tytułu ujemnego luzu (pasowania) δ_p ,
- *Displacement* dla powierzchni pierścienia wewnętrznego w kierunku osiowym, w celu zamodelowania wstępnego odkształcenia δ_a ,
- *Frictionless Support* dla powierzchni zewnętrznej pierścienia zewnętrznego,
- *Contacts* dla obszaru kontaktowego kulek z bieżniami łożyska,
- *Rotational Velocity* w celu zamodelowania ruchu obrotowego pierścienia wewnętrznego i ruchu orbitalnego kulek a tym samym i sił odśrodkowych.

Na Rysunku 8 przedstawiono przykładowy rozkład odkształceń i sposób wyznaczania reprezentatywnego odkształcenia δ_p dla potrzeb porównawczych wyników badań. Model odkształca się w każdym kierunku (X,Y,Z), ale dla potrzeb analizy zdefiniowano umowny punkt pomiarowy (Rys. 8) w kierunku Z (kierunek promieniowy), odpowiadające odkształceniu promieniowemu pierścienia wewnętrznego δ_p .



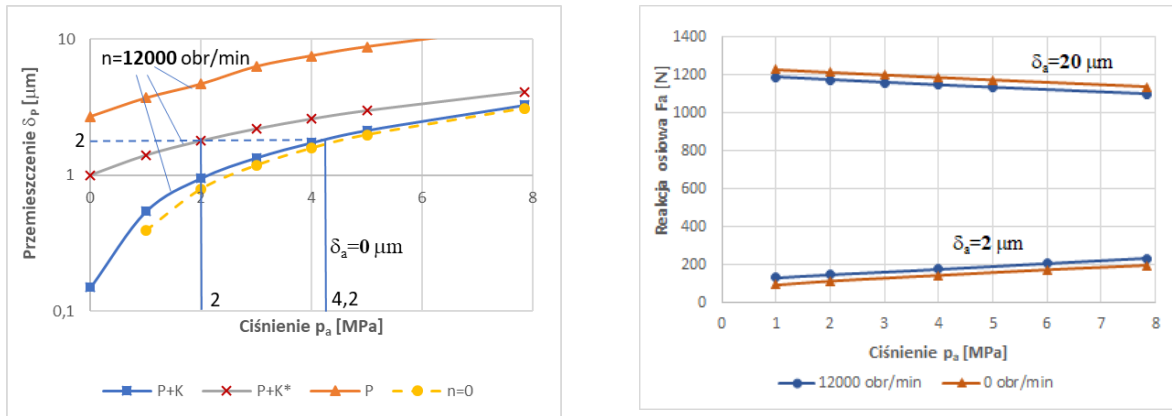
Rys. 8. Model geometryczny łożyska dla potrzeb symulacji MES i przykładowy rozkład odkształceń modelu łożyska: δ_p – odkształcenie promieniowe pierścienia wewnętrznego w umownie przyjętym punkcie

Fig. 8. Geometrical model of a bearing for FEM simulation and an example of displacement distribution of a bearing model: δ_p – radial displacement of an inner ring

Z punktu widzenia prowadzonej analizy interesujące były: wpływ pasowania, wyrażanego w postaci ciśnienia *Pressure* p_a i wstępnego odkształcenia *Displacement* δ_a na odkształcenia promieniowe δ_p (Rys. 8) pierścienia oraz w konsekwencji na siły kontaktowe Q_i i Q_o . Ponadto, wzięto również pod uwagę wpływ tych parametrów na reakcję osiową (*Axial force reaction*) F_a (Rys. 8) w miejscu kontaktu pierścieni z obudową korpusu i z nakrętką.

a)

b)



Rys. 9. Wpływ ciśnienia p_a na przemieszczenia promieniowe δ_P pierścienia wewnętrznego i na reakcję osiową w obszarach kontaktu łożyska z obudową i nakrętką

Fig. 9. Pressure p_a influence on radial displacement δ_P of an inner ring and on axial reaction in the contact field of bearing and housing and a nut

Na Rysunku 9a przedstawiono relację pomiędzy ciśnieniem p_a na pierścieniu wewnętrznym a przemieszczeniem promieniowym δ_P pierścienia dla kilku układów. Linia przerywana dotyczy stanu spoczynku ($n=0$), tj. stanu, jaki powstanie po montażu łożyska z zadany odkształceniem wstępnym δ_a , oraz linia ciągła dla prędkości 12.000 obr/min. Linia P dotyczy układu swobodnie rozszerzającego się pierścienia (bez kulki i pierścienia zewnętrznego). Linia P+K* dotyczy układu łożyska, kiedy obracają się tylko kulki ruchem orbitalnym. Natomiast linia P+K dotyczy układu łożyska, kiedy obracają się kulki i pierścień wewnętrzny. Rysunek ten pozwala oszacować relację pomiędzy ciśnieniem jakie wystąpi na pierścieniu wewnętrznym a ujemnym luzem z tytułu pasowania (przemieszczenie δ_P utożsamiane jest z ujemnym luzem z tytułu pasowania).

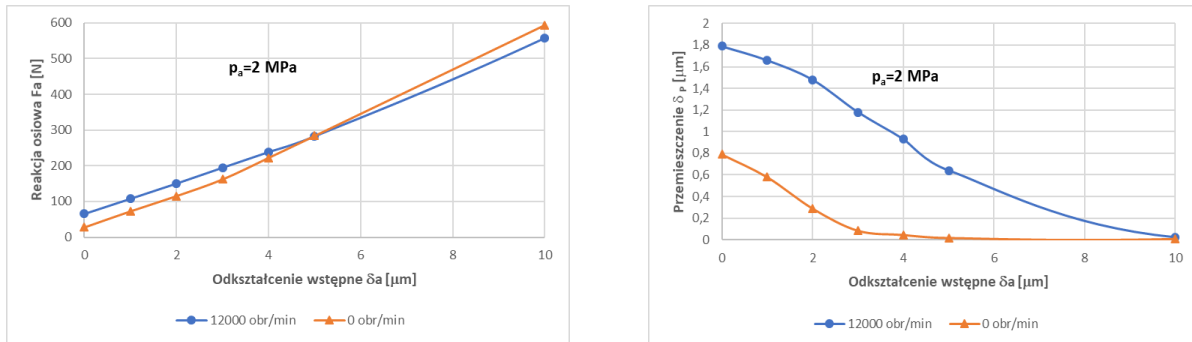
Z tego wykresu można wnioskować o zmieniającym się (rosnącym) przemieszczeniu promieniowym δ_P pierścienia wraz ze wzrostem ciśnienia p_a ale i prędkości (porównaj przemieszczenie dla $n=12.000$ obr/min z przemieszczeniem dla stanu po montażu łożyska $n=0$ obr/min). Można także stwierdzić, że nieuwzględnienie ruchu obrotowego pierścienia (porównując P+K* i P+K), skutkuje znaczącym zaniżeniem ciśnienia na pierścieniu (dla dobranego pasowania). Na rys. 9a pokazano przykład dla przemieszczenia $\delta_P = 2 \mu\text{m}$. Jeżeli nie uwzględniać ruchu obrotowego pierścienia (krzywa P+K*) to ciśnienie $p_a = 2 \text{ MPa}$. Natomiast jeżeli uwzględnić efekty dynamiczne ruchu obrotowego pierścienia (krzywa P+K) to ciśnienie p_a będzie znacznie większe, ok. 4,2 MPa.

Rysunek 9b pokazuje wpływ ciśnienia p_a na reakcję osiową F_a w obszarach kontaktu łożyska z obudową i nakrętką. Można sformułować wniosek o niewielkim oddziaływaniu ciśnienia p_a na reakcje osiowe F_a dla stosunkowo dużych odkształceń wstępnych (dla $\delta_a=20 \mu\text{m}$ spadek reakcji osiowej nie przekracza 10%) i o rosnącym wpływie ciśnienia p_a wraz ze zmniejszaniem odkształcenia wstępnego (dla $\delta_a=2 \mu\text{m}$ wzrost reakcji osiowej sięga 80%). Reakcja ta w pierwszym rzędzie zależy od odkształcenia wstępnego δ_a .

Wpływ odkształcenia wstępnego δ_a na przemieszczenia promieniowe pierścienia i na reakcje osiową F_a przedstawiono na Rys. 10. Odkształcenia wstępne δ_a bardzo silnie oddziałują na reakcję osiową F_a . Można zaryzykować stwierdzenie jest to relacja liniowa. Natomiast wpływ prędkości obrotowej wydaje się być nieznaczny.

Wpływ odkształcenia wstępnego δ_a na przemieszczenie promieniowe δ_P pierścienia (Rys. 10b) istotnie zależy od wielkości tego odkształcenia i od prędkości. W zależności od prędkości, wraz ze wzrostem odkształcenia wstępnego δ_a , przemieszczenia promieniowe pierścienia maleją aż do pewnej granicznej wartości. Następnie, nie zmieniają się istotnie wraz

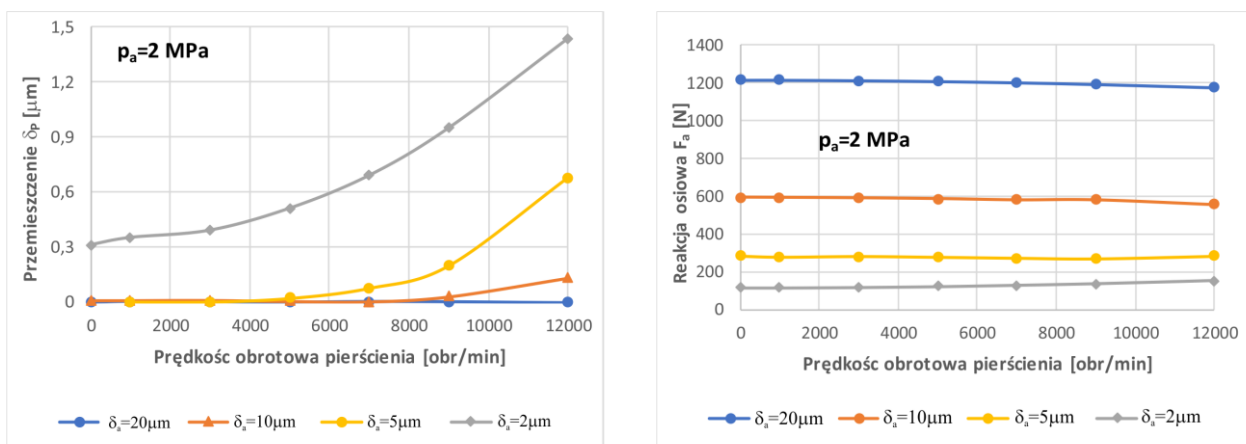
ze wzrostem odkształcenia wstępnego. Przykładowo, dla prędkości $n=0$ obr/min (stan po montażu łożyska w gnieździe łożyskowym), dla odkształceń przekraczających $3 \mu\text{m}$, przemieszczenie δ_P już się nie zmienia. Jest to cenna wskazówka dla prawidłowego doboru warunków montażowych łożyska tocznego skośnego. Można było tego oczekiwać, bo wzrost napięcia wstępnego zwiększa sztywność osiową łożyska. – a prawidłowo dobrane odkształcenie wstępnego musi zapewnić głównie wymaganą sztywność osiową i promieniową. Często też ważnym ograniczeniem jest temperatura pracy.



Rys. 10. Wpływ odkształcenia wstępnego δ_a : a) na reakcję osiową F_a , b) na przemieszczenie promieniowe pierścienia δ_P

Fig. 10. Pre-displacement δ_a influence: a) on axial reaction F_a , b) on radial displacement of the ring δ_P

Rysunek 10b pokazuje, że także prędkość łożyska wpływa na przemieszczenia pierścienia δ_P (porównaj przemieszczenia dla $n=0$ i $n=12000$ obr/min). Dlatego, na kolejnej ilustracji (Rysunek 11) szczegółowo pokazano wpływ prędkości na przemieszczenia δ_P (Rysunek 11a) i na reakcję osiową F_a (Rysunek 11b).



Rys. 11. Wpływ prędkości łożyska na: a) przemieszczenie promieniowe δ_P pierścienia i b) na reakcję osiową F_a

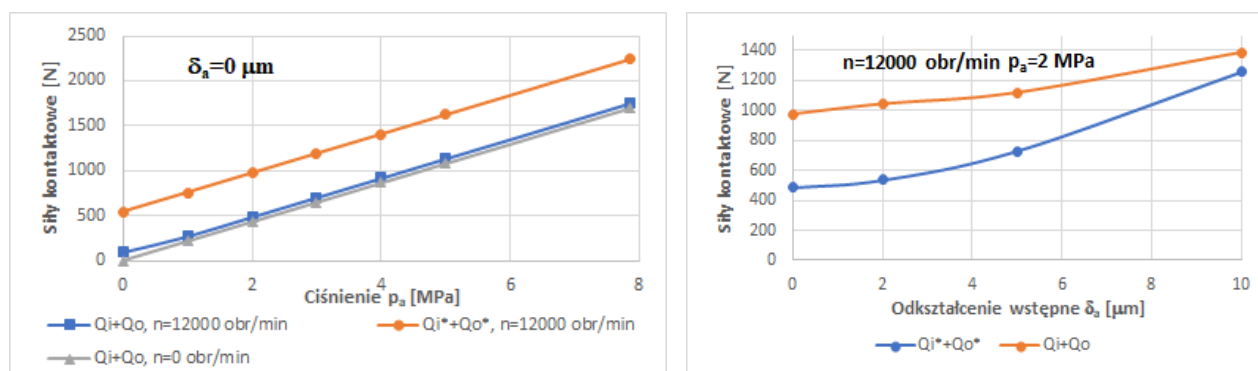
Fig. 11. Bearing speed influence a) on the radial displacement δ_P of the ring and b) on the axial reaction F_a

Wnioski z Rysunku 11a są interesujące z punktu widzenia właściwego projektowania węzłów łożyskowych. Wpływ prędkości na przemieszczenia promieniowe pierścienia δ_P jest generalnie duży. Jednakże istotnie zależy on od wstępnego odkształcenia δ_a . Bowiem powiększając odkształcenie wstępne δ_a podczas montażu łożyska osłabiamy wpływ prędkości obrotowej na przemieszczenia promieniowe pierścienia δ_P . Przykładowo, powiększając

odkształcenie wstępne δ_a z 2 μm do 5 μm , przemieszczenia promieniowe pierścienia δ_p dla prędkości łożyska 12000 obr/min maleją o ok. 75%. Dla wstępnego odkształcenia powyżej 10 μm możemy powiedzieć, że prędkość obrotowa nie wpływa znacząco na odkształcenia promieniowe pierścienia δ_p .

Prędkość obrotowa nie posiada natomiast istotnego wpływu na reakcję osiową F_a (Rysunek 11b). Reakcja ta w pierwszym rzędzie zależy od odkształcenia wstępnego δ_a .

Głównym celem artykułu jest ocena oporów ruchu łożyska na podstawie obliczonych sił kontaktowych. Dlatego w dalszym ciągu przedstawiono wyniki badań wpływu ciśnienia p_a , odkształcenia wstępnego δ_a i prędkości na siły kontaktowe (na ich sumę). Na Rysunku 12 widoczny jest wpływ ciśnienia p_a i odkształcenia wstępnego δ_a , odpowiadający prędkości 12000 obr/min.



Rys. 12. Wpływ ciśnienia p_a i odkształcenia wstępnego δ_a na siły kontaktowe, tj. na ich sumę: $Q_i + Q_o$ – uwzględnia efekty dynamiczne wirującego pierścienia, $Q_i^* + Q_o^*$ – nie uwzględnia efektów dynamicznych wirującego pierścienia

Fig. 12. Pressure p_a and pre-displacement δ_a influence on contact loads, it means on their sum: $Q_i + Q_o$ – with dynamic effects of the inner ring movement $Q_i^* + Q_o^*$ – without dynamic effects of the inner ring movement

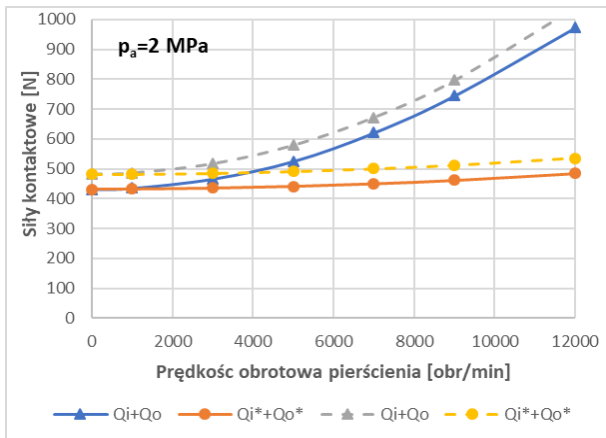
Wpływ obu parametrów jest znaczny. Siły kontaktowe (ich suma) rosną liniowo wraz z ciśnieniem p_a , przy czym dynamiczny wpływ wirującego pierścienia uwidacznia się, kiedy porównamy wyniki dla $Q_i + Q_o$ oraz $Q_i^* + Q_o^*$.

Podobnie rzecz wygląda z odkształceniem wstępnym δ_a (Rys. 12b). Wzrost tego odkształcenia przyczynia się do istotnego wzrostu sumy sił kontaktowych. Wpływ wirującego pierścienia jest równie silny, jak to ma miejsce przy ocenie wpływu ciśnienia p_a .

Na Rysunku 13 przedstawiono wpływ prędkości obrotowej na siły kontaktowe, a na Rysunku 14 wpływ ciśnienia p_a na siły kontaktowe i odkształcenia promieniowe pierścienia δ_p , dla zerowej prędkości łożyska. Tak więc jest to stan, w jakim znajdzie się łożysko po jego montażu w gnieździe łożyskowym.

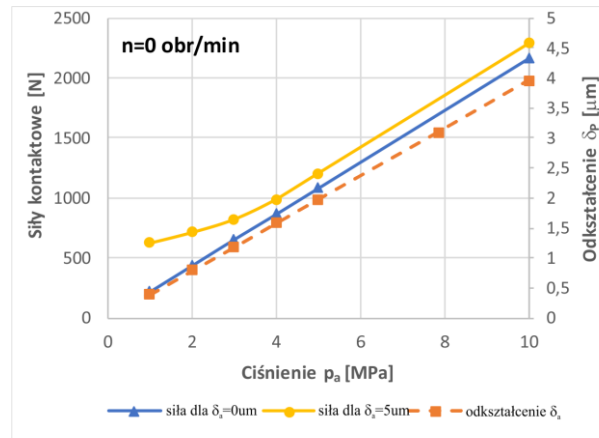
Badania symulacyjne, których wyniki obrazuje Rysunek 13 pokazują, że różnice pomiędzy siłami kontaktowymi (ich sumą), a tym samym oporami ruchu łożyska z tytułu tarcia tocznego kulek o bieżnię, przy uwzględnieniu i nieuwzględnieniu efektów dynamicznych wirującego pierścienia, w zależności od prędkości obrotowej, mogą sięgać 100% (dla $n=12.000$ obr/min). Można sformułować pogląd, że nieuwzględnienie dynamicznego wpływu obracającego się pierścienia znacząco zaniża oszacowanie sił kontaktowych, a tym samym i oporów ruchu łożyska. Wyniki te potwierdzają, że wstępne odkształcenie δ_a wpływa na siły kontaktowe. Na Rysunku 13 pokazano wyniki badań dla $\delta_a = 0$ i 2 μm , czyli dla stosunkowo małego odkształcenia wstępnego, tym niemniej różnice sięgają 10%.

Natomiast Rysunku 14 pokazuje wpływ ciśnienia p_a na siły kontaktowe (ich sumę) i na odkształcenia promieniowe pierścienia δ_p dla prędkości $n=0$ obr/min, czyli dla stanu po zmontowaniu łożyska w gnieździe łożyskowym. Wpływ ten jest jednoznacznie duży.



Rys. 13. Wpływ prędkości na siły kontaktowe (ich sumę): Q_i+Q_o –uwzględnia efekty dynamiczne wirującego pierścienia, $Q_i^* + Q_o^*$ – nie uwzględnia efektów dynamicznych wirującego pierścienia

Fig. 13. Rotational speed influence on contact loads (their sum): Q_i+Q_o – with dynamic effects of the inner ring movement, $Q_i^* + Q_o^*$ – without dynamic effects of the inner ring movement



Rys. 14. Wpływ ciśnienia p_a na siły kontaktowe (ich sumę) oraz na odkształcenia promieniowe pierścienia δ_p

Fig. 14. Pressure p_a influence on contact loads (their sum) and on radial displacement of the ring δ_p

Rysunek 14 pokazuje także relację pomiędzy ciśnieniem p_a a odkształceniem wstępnym δ_a . Pozwala to na oszacowanie jednej z tych wielkości, np. ciśnienia p_a , dla dobranego wstępnie odkształcenia δ_a .

Reasumując, konstruktor węzła łożyskowego, chcąc oszacować opory ruchu, musi wziąć po uwagę nie tylko efekty dynamiczne z tytułu obiegających kulek, ale i wirującego pierścienia, wstępnego odkształcenia łożyska δ_a oraz pasowania wałka i pierścienia łożyskowego (w tym ujęciu ciśnienia p_a). Nieuwzględnienie wymienionych zjawisk spowoduje błędy w szacowaniu oporów ruchu łożyska na poziomie 100% i więcej na niekorzyść, tzn. oszacowane opory będą niższe niż w rzeczywistości.

4. Podsumowanie

W artykule przedstawiono zagadnienie modelowania łożyska tocznego w kontekście jego oporów ruchu. Założono, że opory ruchu z tytułu tarcia kulek o bieżnie są funkcją sił kontaktowych występujących pomiędzy kulkami i bieżniami. Stąd opracowanie modelu pozwalającego na wyznaczanie tych sił jest sprawą pierwszoplanową.

W artykule skupiono się na tych czynnikach, które w literaturze są jak dotąd słabo prezentowane, tj. wpływem zjawisk dynamicznych związanych z ruchem obrotowym pierścienia łożyskowego, z wpływem pasowania wałka w otworze łożyska, z wpływem odkształcenia wstępnego jakiemu poddawane jest łożysko toczne skośne na siły kontaktowe i na odkształcenie promieniowe pierścienia wewnętrznego.

W wyniku przeprowadzonych symulacyjnych badań numerycznych MES stwierdzono:

- znaczący wpływ ruchu obrotowego pierścienia wewnętrznego na siły kontaktowe, sięgający w zależności od prędkości obrotowej łożyska do 100%, w porównaniu do sił wywołanych tylko ruchem orbitalnym kulek,
- znaczący wpływ odkształcenia wstępnego δ_a łożyska na siły kontaktowe. Przykładowo, dla testowego łożyska skośnego FAG 70B13-E, na każdy 1 μm odkształcenia wstępnego przyrost sił kontaktowych dla jednej kulki wynosił ok. 40N (w testowym łożysku było 19 kulek co owocowało przyrostem sił kontaktowych ok. 760 N). Ponieważ dla testowego łożyska typowe wartości wstępnego odkształcenia sięgają do ok. 10 μm , to przyrost sił kontaktowych z tego tytułu wynosi ok. 38% wartości, odpowiadających siłom kontaktowym z tytułu sił odśrodkowych.
- znaczący wpływ pasowania w postaci ujemnego luzu na wielkość sił kontaktowych.

Literatura

1. Alfares M.A., Elsharkawy A.: Effects of axial preloading of angular contact ball bearings on the dynamics of a grinding machine spindle system. *Journal of Materials Processing Technology* 2003; 136: 48-59
2. Antoine F., Abba G., Molinari A.: A new Proposal for Explicit Angle Calculation in Angular Contact Ball Bearing. *Journal of Mechanical Design* 2005;128 (2): 468-478
3. Cao Hongrui, Chen Xuerfeng, He Zhengjia: Study of characteristic variations of high-speed spindles induced by centrifugal expansion deformations. *Journal of Vibroengineering* 2012; 14(3): 1278-1292
4. Chen J-S., Hwang Y-W.: Centrifugal force induced dynamics of motorized high-speed spindle. *Int. J. Ad. Manuf. Technol.* 2006; 30: 10-19
5. Chudzik A., Warda B.: Wpływ wewnętrznego luzu promieniowego na trwałość zmęczeniową promieniowego łożyska walcowego. *Eksploracja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2019; 2 (21): 1-20
6. Harris T.A., Kotzalas M.N.: *Essential concepts of Bearing Technology*. London: Taylor&Francis Group, 2007
7. Itoigawa F., Nakamura T., Matsubara T.: Starvation in ball bearing lubricated by oil and air lubrication system. *Tribology for Energy Conservation/D. Dawson et al. (Editors), Elsevier Science B.V* 1998; 243-252
8. Jędrzejewski J., Kwaśny W.: Modelling of angular contact ball bearings and axial displacements for high-speed spindles. *CIRP Annals-Manufacturing Technology* 2010; 59: 377-383
9. Kosmol J. *Determination of motion resistances in high-speed spindle angular bearings. Monography*. Gliwice: Silesian University of Technology, 2016
10. Kosmol J.: Extended contact model of angular bearing. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 2019; 57(1): 59-72, DOI: 10.15632/jtam-pl.57.1.59
11. Liao N.T., Lin J.F.: Ball bearing skidding under radial and axial loads. *Mechanism and Machine Theory* 2002; 37: 91-113
12. Musiał J., Styp-Rekowski M.: Analytical and experimental method of resistance motion coefficient determination in rolling friction. *Proceedings of conference "Problems of unconventional bearing configuration"*, Łódź 1999, p. 59-65 (in polish).
13. Noel D., Rithou M., Furet B., Leloch S.: Complete Analytical Expression of the Stiffness Matrix of Angular Contact Ball Bearing. *Journal of Tribology* 2013; 135 (4): 04110|1–04110|7
14. Palmgren A. *Łożyska toczne.*, Warszawa: PWT, 1951
15. Raczyński A., Kaczor J.: Wpływ zacisku wstępnego łożysk kulkowych skośnych na trwałość łożyskowania. *Zeszyty naukowe Politechniki Śląskiej Seria: Transport* 2015; 83: 191-203

16. Smolnicki T., Stańco M.: Wybrane aspekty eksploatacji wielkogabarytowych łożysk tocznych. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2009; 2 (42): 25-30
17. Sum-Min Kim, Sun-Kuy Lee.: Prediction of thermoelastic behavior in a spindle-bearing system considering bearing surroundings. *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 2001; 41: 809-831
18. Zivkovic A. et al.; A study of thermal behaviour of the machine tool spindle. *Thermal Science* 2018; 16
19. Zivkovic A., Zivkovic M., Tabakovic S., Milojevic Z.: Mathematical modelling and experimental testing of high-speed spindle behavior. *Int J Adv Manuf Technol* 2015; 77:1071-1086