

BORKOWSKA Dorota

ZASTOSOWANIE RADIALNYCH FUNKCJI BAZOWYCH W INTERPOLACJI DANYCH ROZPROSZONYCH CZ. I

Streszczenie

W pracy zaprezentowano możliwość wykorzystania radialnych funkcji bazowych (RBF) do interpolacji danych rozproszonych. Pod tym kątem podano specyficzne cechy RBF. Następnie zastosowano wybrane RBF do zagadnienia dwuwymiarowego. Przeprowadzono testy numeryczne dla zbiorów danych różnego typu i różnych RBF wskazując dokładność interpolacji.

WSTĘP

Problemem wielu dyscyplin naukowych jest przetwarzanie pewnego skończonego zbioru danych, np. wyników pomiarów eksperymentalnych, w celu znalezienia funkcji najlepiej interpolującej proces, dalej oznaczanej przez \tilde{u} . Termin „najlepiej” oznacza taką funkcję \tilde{u} , która spełnia dokładnie wyniki pomiarów, a więc wartości w wybranych punktach. Podejście to w ramach teorii interpolacji polega na wyznaczeniu w danym przedziale funkcji interpolacyjnej \tilde{u} , która przyjmuje w nim z góry zadane wartości w ustalonych punktach (węzłach interpolacji) [5]. Jeżeli węzły interpolacji nie tworzą regularnej siatki, to jest to interpolacja danych rozproszonych (nieregularnych lub losowych [2]). Nieregularność danych dodatkowo komplikuje zagadnienie interpolacyjne. Jeden z rodzajów interpolacji, możliwy do rozwiązania powyższego zagadnienia, zakłada wykorzystanie RBF. Celem niniejszej pracy jest wskazanie możliwości takiej interpolacji oraz przeanalizowanie jej dokładności.

1. INTERPOLACJA DANYCH ROZPROSZONYCH

Niech $\{x_i\}$ będzie zbiorem dyskretnych punktów (węzłów interpolacji), a $\{u_i\}$ zbiorem wartości funkcji w tych węzłach, tzn. $u_i = u(x_i)$, gdzie $i = 1, 2, \dots, n_i$, $x_i = \{x_1, x_2, \dots\}$. Interpolacja rozproszonych danych $\{u_i\}$ polega na znalezieniu ciągłej funkcji $\tilde{u}(x)$ takiej, że:

$$\tilde{u}(x_i) = u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n_i \quad (1)$$

Jest to standardowy warunek interpolacji Lagrange’a.

W praktycznych zagadnieniach powszechnie stosowana jest interpolacja wielomianowa. W niej zakłada się, że szukana funkcja interpolacyjna $\tilde{u}(x)$ jest liniową kombinacją pewnych znanych funkcji bazowych $\phi_v = \phi_v(x)$, stąd

$$\tilde{u}(x) = \sum_v a_v \phi_v(x), \quad v = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

gdzie a_v są nieznanymi współczynnikami rozwinięcia.

Wyznaczenie tych współczynników wymaga rozwiązania układu równań liniowych postaci:

$$\Phi \mathbf{a} = \mathbf{u} \quad (3)$$

gdzie Φ jest macierzą główną interpolacji (1); elementami tej macierzy są $\phi_{vi} = \phi_v(\mathbf{x}_i)$, natomiast $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$ oraz $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_{n_i}]^T$, $u_i = u(\mathbf{x}_i)$.

1.1. Interpolacja RBF

Ścisłą definicję RBF podano w [2], [3], [4], a powtórzono w [1]: funkcję $\phi: \mathbb{R}_n \rightarrow \mathbb{R}$ nazywa się promieniową (radialną), o ile istnieje jednowymiarowa funkcja $R: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ taka, że $\phi(\|\mathbf{x}\|) = R(r)$, $\|\mathbf{x}\| = r$, gdzie $\|\dots\|$ jest normą Euklidesa w przestrzeni \mathbb{R}_n .

Główną cechą R jest to, że funkcja ta nie zależy od wymiaru przestrzeni \mathbb{R}_n , a zależy tylko od odległości r między punktem środkowym \mathbf{x}_s , a punktem pola \mathbf{x} , tzn. $r = |\mathbf{x}_s - \mathbf{x}|$ [9], [5]. Stąd, jedną z ich zalet jest możliwość interpolacji bez konieczności tworzenia regularnej siatki węzłów, a więc funkcje R okazują się być bardzo skuteczne w zagadnieniu interpolacji danych rozproszonych.

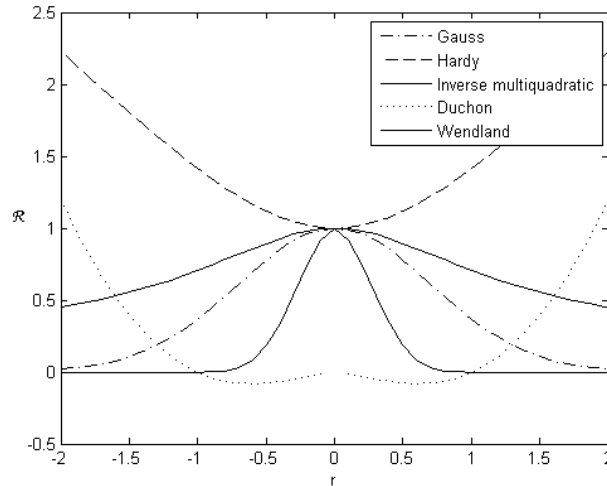
W tabeli 1 podano kilka najczęściej stosowanych RBF, natomiast na rys. 1 przedstawiono ich wykresy w \mathbb{R}_1 .

Tab. 1. Postaci wybranych RBF

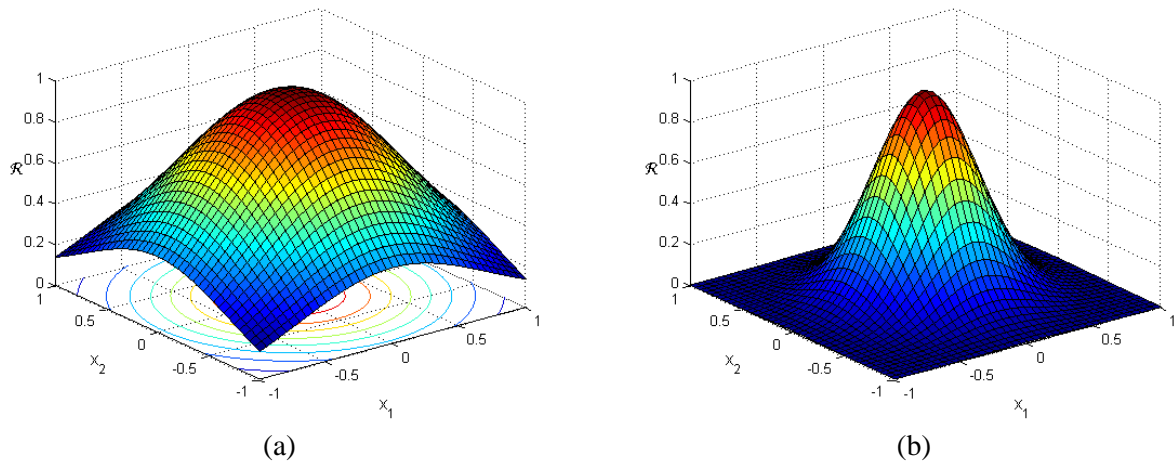
Nazwa RBF	$R(r)$, $r \geq 0$
Gausa	$R(r) = \exp(-cr^2)$, $c > 0$
Hardy'a wielokwadratowe (Hardy's multiquadratic)	$R(r) = (-1)^{\lceil \beta \rceil} (c^2 + r^2)^\beta$, $c > 0$, $\beta > 0$, $\beta \notin \mathbb{N}$
Wielokwadratowe odwrotne (inverse multiquadratic)	$R(r) = (c^2 + r^2)^{-\beta}$, $c > 0$, $\beta > 0$
Duchon'a	$R(r) = (-1)^{\beta+1} r^{2\beta} \log(r)$, $\beta \in \mathbb{N}$
Wendland'a	$R_{d,\kappa}(r) = \begin{cases} p_{d,\kappa}(r), & r \in [0,1] \\ 0, & r > 1 \end{cases}$ gdzie $p_{d,\kappa}(r)$ jest wielomianem rzędu $\lfloor d/2 \rfloor + 3\kappa + 1$ i jednej zmiennej r

Źródło: [1]

Niektóre RBF uwzględniają parametr c nazywany parametrem kształtu. Parametr ten ma wpływ na „dopasowanie” gładkiej powierzchni $\tilde{u}(\mathbf{x})$ do dyskretnych danych, w związku z tym c ma wpływ na dokładność rozwiązania $\tilde{u}(\mathbf{x})$. Zmniejszanie wartości parametru c powoduje „spłaszczenie” funkcji R , natomiast w wyniku zwiększania jego wartości funkcja R staje się bardziej „ostra”, a przez to lokalizuje swój wpływ na dokładność $\tilde{u}(\mathbf{x})$, rys. 2 [1], [2], [10].



Rys. 1. Radialne funkcje bazowe dla $c = 1$ (w \mathbb{R})
 Źródło: [1]



Rys. 2. Wykresy $R(r)$ Gaussa w \mathbb{R}_2 dla $\mathbf{x}_s = [0,0]$: (a) – $c = 1$, (b) – $c = 5$

Podstawiając R do wzoru (2) otrzymuje się

$$\tilde{u}(\mathbf{x}) = \sum_{\nu} a_{\nu} R(r_{\nu}), \quad \nu = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Korzystając z warunku interpolacji (1) otrzyma się układ równań liniowych (3) z n nieznanymi współczynnikami a_{ν} , gdzie

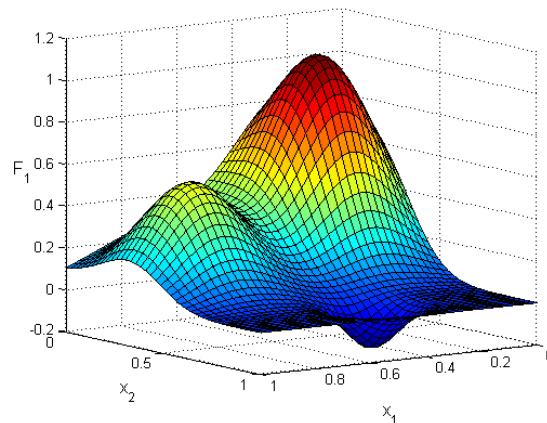
$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} R(\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1\|) & R(\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\|) & \cdots & R(\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_{n_i}\|) \\ R(\|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1\|) & R(\|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_2\|) & \cdots & R(\|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_{n_i}\|) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(\|\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_1\|) & R(\|\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_2\|) & \cdots & R(\|\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{n_i}\|) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Układ równań (3) jest oznaczony, gdy $n = n_i$. W dalszej części artykułu podano przykłady interpolacji z bazą R ; przykłady te ograniczono do \mathbb{R}_2 .

1.2. Funkcje interpolowane

W artykule interpolowano trzy funkcje. Jedną z nich jest funkcja Franke'go F_1 , standardowo używana w problemach interpolacji [6], której wykres przedstawiono na rysunku 3

$$F_1(x_1, x_2) = \frac{3}{4} e^{-\frac{1}{4}((9x_1-2)^2+(9x_2-2)^2)} + \frac{3}{4} e^{-\frac{1}{49}(9x_1+1)^2-\frac{1}{10}(9x_2-1)^2} + \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{4}((9x_1-7)^2+(9x_2-3)^2)} - \frac{1}{5} e^{-(9x_1-4)^2-(9x_2-7)^2} \quad (6)$$



Rys. 3. Wykres funkcji Franke'go w przestrzeni \mathbb{R}^2 .

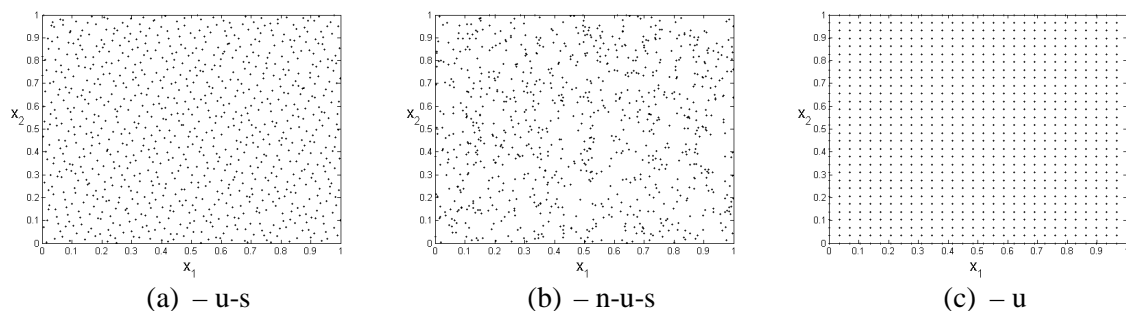
Pozostałe funkcje testowe to:

$$F_2(x_1, x_2) = \sin(2\pi x_2) \cdot \sin(\pi x_1) \quad (7)$$

$$F_3(x_1, x_2) = e^{-\frac{(5-10x_1)^2}{2}} + \frac{3}{4} e^{-\frac{(5-10x_2)^2}{2}} + \frac{3}{4} e^{-\frac{(5-10x_1)^2}{2}} e^{-\frac{(5-10x_2)^2}{2}} \quad (8)$$

Dziedziną wszystkich wymienionych zadań interpolacyjnych jest obszar $[0,1] \times [0,1]$.

1.3. Rodzaje danych dyskretnych



Rys. 4. Zbiór 900 punktów, dane: (a) równomiernie rozproszone, (b) nierównomiernie rozproszone, (c) rozmieszczone regularnie

Dane wykorzystane w obliczeniach wygenerowano przy pomocy trzech różnych metod. W wyniku uzyskano dwa rodzaje zbiorów danych rozproszonych: równomiernie („u-s”) oraz nierównomiernie („n-u-s”); oraz zbiór danych rozmieszczonych regularnie („u”). Należy

podkreślić, że nie rozpatrywano prawdziwie losowych danych, ale jedynie dane otrzymane z generatora pseudolosowego. Przykłady każdego typu rozmieszczenia węzłów interpolacji pokazano na rys. 4 dla zbiorów 900-elementowych.

1.4. Błędy interpolacji

W celu oszacowania jakości interpolacji, posłużono się trzema miarami błędów. Niech $\{u(\mathbf{x}_\kappa)\}$ oraz $\{\tilde{u}(\mathbf{x}_\kappa)\}$ będą odpowiednio zbiorami wartości ścisłych oraz interpolowanych w punktach $\{\mathbf{x}_\kappa\}$, $\kappa=1,2,\dots,k$, gdzie k – liczba punktów, w których oblicza się interpolowane wartości $\{\tilde{u}(\mathbf{x}_\kappa)\}$. Pierwszą miarę błędu zdefiniowano jako różnicę pomiędzy funkcją ścisłą a interpolowaną, co można wyrazić wzorem:

$$E_L(\mathbf{x}_\kappa) = |u(\mathbf{x}_\kappa) - \tilde{u}(\mathbf{x}_\kappa)| \quad (9)$$

Jest to jakościowa miara błędu. O ilościowym oszacowaniu dokładności interpolacji mówią z kolei pierwiastek błędu średniokwadratowego E_R oraz maksymalny błąd interpolacji E_M zdefiniowane jako:

$$E_R = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{\kappa} (u(\mathbf{x}_\kappa) - \tilde{u}(\mathbf{x}_\kappa))^2} = \frac{1}{\sqrt{k}} \|u - \tilde{u}\|_2 \quad (10)$$

$$E_M = \|u - \tilde{u}\|_\infty \quad (11)$$

2. SYMULACJE NUMERYCZNE

Zarówno implementacja jak i obliczenia zrealizowano w środowisku MATLAB 2011b. Symulacje numeryczne przeprowadzono dla RBF Gaussa oraz wielokwadratowych. Wyniki obliczeń dla wszystkich funkcji interpolowanych zamieszczono w tabelach i uporządkowano według kolejności rosnącej liczby węzłów interpolacji.

2.1. Interpolacja RBF Gaussa

W tabelach 2-4 podano wartości błędów E_R oraz E_M dla funkcji F_1 , F_2 , F_3 . Dla każdego n_i przyjęto tę samą wartość parametru kształtu ustaloną na $c = 21.2$. Przyjęcie tak wysokiej wartości c ma znaczenie, ponieważ mała wartość parametru kształtu przy dużej wartości n_i skutkuje złym uwarunkowaniem macierzy interpolacji [4]. Natomiast wzrost wartości c powoduje pogorszenie dokładności interpolacji. Jednak celem części I artykułu jest przybliżenie idei interpolacji radialnymi funkcjami, dlatego w przypadku funkcji Gaussa pominięto proces optymalizacji parametru kształtu dla każdej wartości n_i . Przyjętą w obliczeniach wartość c autorka uznała za quasi-optymalną na podstawie obserwacji błędu E_R dla różnych wartości n_i .

Tab. 2. Błędy interpolacji RBF Gaussa dla funkcji F_1 , F_2 , F_3 dla danych „u”

L.p.	n_i	F_1		F_2		F_3	
		E_R	E_M	E_R	E_M	E_R	E_M
1	9	3.70e-001	1.04e+000	4.83e-001	9.97e-001	6.37e-001	1.93e+000
2	25	3.42e-001	1.03e+000	4.46e-001	9.33e-001	2.83e-005	2.40e-004
3	100	2.37e-001	8.70e-001	2.43e-001	7.26e-001	1.30e-002	1.11e-001
4	225	1.22e-001	7.73e-001	3.26e-002	1.08e-001	4.65e-016	4.88e-015
5	625	6.75e-002	6.47e-001	1.21e-002	6.84e-002	7.44e-002	6.04e-001
6	900	5.06e-002	5.51e-001	1.15e-002	6.56e-002	5.59e-002	4.69e-001
7	1600	2.32e-016	2.44e-015	3.09e-016	1.44e-015	4.65e-016	4.88e-015
8	2500	1.16e-002	1.60e-001	4.63e-003	2.65e-002	1.30e-002	1.11e-001
9	3600	2.48e-005	3.61e-004	1.53e-005	8.70e-005	2.83e-005	2.40e-004

Tab. 3. Błędy interpolacji RBF Gaussa dla funkcji F_1, F_2, F_3 dla danych „u-s”

L.p.	n_i	F_1		F_2		F_3	
		E_R	E_M	E_R	E_M	E_R	E_M
1	9	3.58e-001	1.04e+000	4.59e-001	9.97e-001	6.64e-001	2.45e+000
2	25	3.32e-001	1.03e+000	4.31e-001	9.98e-001	6.17e-001	2.47e+000
3	100	2.05e-001	9.08e-001	2.78e-001	9.78e-001	3.92e-001	1.80e+000
4	225	1.00e-001	6.84e-001	1.19e-001	7.14e-001	1.66e-001	9.73e-001
5	625	2.65e-002	4.58e-001	1.12e-002	7.11e-002	2.77e-002	2.56e-001
6	900	1.44e-002	1.66e-001	5.10e-003	4.12e-002	1.41e-002	2.08e-001
7	1600	4.41e-003	6.96e-002	1.62e-003	1.80e-002	3.89e-003	4.80e-002
8	2500	9.10e-004	1.88e-002	4.33e-004	6.72e-003	9.94e-004	1.65e-002
9	3600	2.73e-004	9.12e-003	6.09e-005	8.39e-004	9.86e-005	1.39e-003

Tab. 4. Błędy interpolacji RBF Gaussa dla funkcji F_1, F_2, F_3 dla danych „n-u-s”

L.p.	n_i	F_1		F_2		F_3	
		E_R	E_M	E_R	E_M	E_R	E_M
1	9	3.44e-001	9.86e-001	4.59e-001	9.97e-001	6.81e-001	2.45e+000
2	25	3.21e-001	1.01e+000	4.40e-001	9.98e-001	6.59e-001	2.47e+000
3	100	2.32e-001	9.42e-001	2.93e-001	9.01e-001	4.37e-001	2.36e+000
4	225	1.42e-001	6.97e-001	1.63e-001	6.34e-001	2.58e-001	1.63e+000
5	625	4.00e-002	3.69e-001	4.25e-002	3.67e-001	7.04e-002	5.94e-001
6	900	2.05e-002	2.90e-001	1.68e-002	2.19e-001	3.65e-002	3.23e-001
7	1600	6.55e-003	1.73e-001	2.68e-003	3.96e-002	1.14e-002	2.04e-001
8	2500	4.82e-003	1.73e-001	6.65e-004	1.02e-002	1.56e-003	3.44e-002
9	3600	9.40e-004	2.97e-002	2.94e-004	5.23e-003	4.48e-004	7.50e-003

2.2. Interpolacja RBF wielokwadratowymi

W przeciwieństwie do RBF Gaussa, w przypadku RBF wielokwadratowych, dla każdej wartości n_i wybrano quasi-optimalny parametr kształtu c na podstawie kryterium zaproponowanego w [7]. Sposoby doboru wartości c przedstawiono w II części artykułu. W obliczeniach przyjęto standardową wielokwadratową RBF, gdzie $\beta = 0.5$ [8].

W tabelach 5-7 przedstawiono wartości błędów dla różnej liczby węzłów interpolacji n_i funkcji F_1, F_2, F_3 , natomiast na rysunkach 7-9 pokazano wykresy funkcji interpolacyjnych dla pierwszych trzech wartości n_i . Z tabel można odczytać, że wraz ze wzrostem liczby węzłów interpolacji, interpolacja będzie dokładniejsza. Dodatkowo na rysunkach: 5, 6 przedstawiono rozkład błędu maksymalnego dla $n_i = 25$ oraz $n_i = 225$, z którego wynika, że największy błąd pojawia się w okolicy brzegu obszaru. Główną przyczyną tego zjawiska jest to, że węzły interpolacji dla rozproszonych danych znajdują się wewnątrz obszaru. Poza tym, taki rozkład błędu jest charakterystyczną cechą interpolacji RBF, ponieważ dla regularnie rozłożonych danych również największe wartości błędów obserwuje się przy brzegu.

Tab. 5. Błędy interpolacji wielokwadratowymi RBF dla funkcji F_1, F_2, F_3 dla danych „u”

L.p.	n_i	c	F_1		F_2		F_3	
			E_R	E_M	E_R	E_M	E_R	E_M
1	9	0.4075	1.79e-001	6.13e-001	4.83e-001	9.97e-001	9.30e-001	1.57e+000
2	25	0.2037	2.64e-002	7.72e-002	3.34e-002	8.87e-002	1.78e-001	4.46e-001
3	100	0.0906	8.59e-004	5.56e-003	6.73e-003	2.33e-002	1.40e-002	8.25e-002
4	225	0.0582	4.27e-004	2.99e-003	2.86e-003	1.27e-002	2.00e-003	1.45e-002
5	625	0.0340	1.34e-004	1.21e-003	8.94e-004	4.49e-003	6.69e-004	5.92e-003
6	900	0.0281	7.73e-005	6.30e-004	4.99e-004	2.28e-003	3.87e-004	3.13e-003
7	1600	0.0209	6.35e-015	2.58e-014	1.42e-014	4.77e-014	6.69e-015	2.35e-014
8	2500	0.0166	1.89e-005	1.73e-004	1.15e-004	5.88e-004	9.42e-005	8.75e-004
9	3600	0.0138	1.46e-005	1.39e-004	8.78e-005	4.69e-004	7.27e-005	7.10e-004

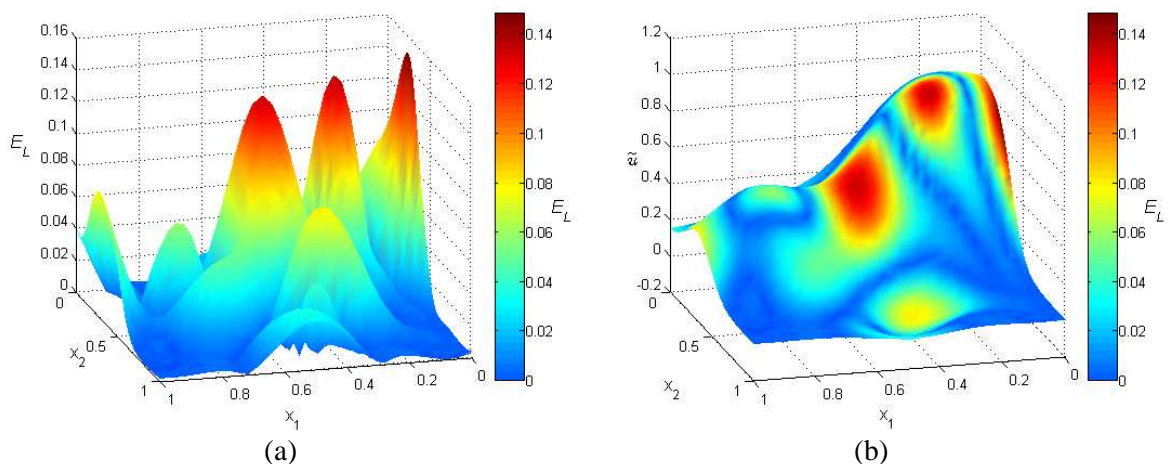
Tab. 6. Błędy interpolacji wielokwadratowymi RBF dla funkcji F_1, F_2, F_3 dla danych „u-s”

L.p.	n_i	c	F_1		F_2		F_3	
			E_R	E_M	E_R	E_M	E_R	E_M
1	9	0.2162	1.58e-001	5.93e-001	3.28e-001	1.10e+000	3.72e-001	1.04e+000
2	25	0.1077	4.21e-002	1.48e-001	1.07e-001	5.38e-001	2.12e-001	8.95e-001
3	100	0.0524	7.37e-003	4.54e-002	1.84e-002	1.06e-001	3.33e-002	2.37e-001
4	225	0.0348	2.56e-003	2.13e-002	9.82e-003	6.73e-002	1.21e-002	1.37e-001
5	625	0.0223	9.34e-004	1.45e-002	4.53e-003	3.98e-002	3.50e-003	3.99e-002
6	900	0.0186	7.49e-004	1.18e-002	3.72e-003	3.27e-002	2.82e-003	4.24e-002
7	1600	0.0134	4.76e-004	5.54e-003	2.40e-003	1.96e-002	1.72e-003	1.99e-002
8	2500	0.0105	3.27e-004	4.54e-003	1.73e-003	1.71e-002	1.54e-003	2.16e-002
9	3600	0.0087	2.52e-004	4.83e-003	1.27e-003	1.39e-002	1.03e-003	1.40e-002

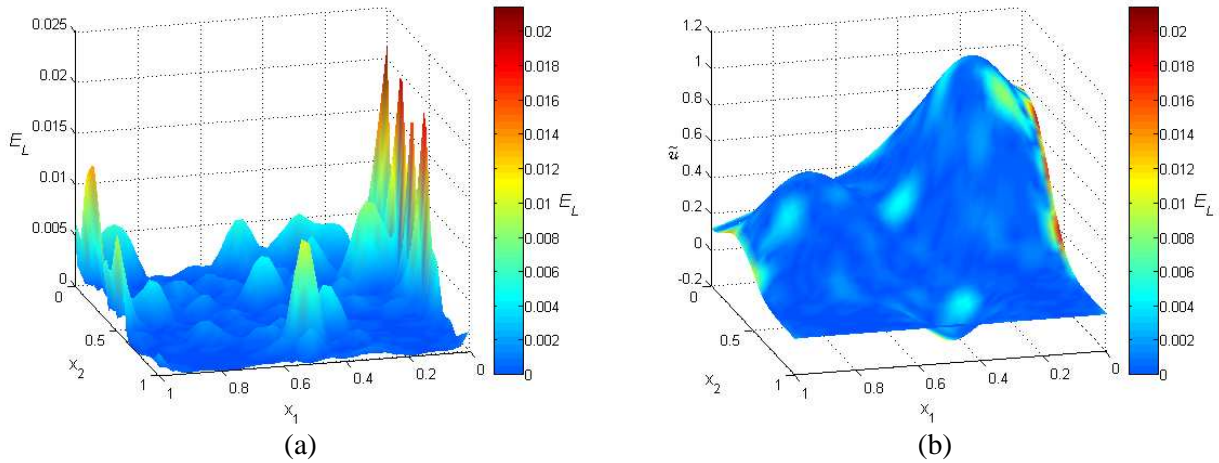
Tab. 7. Błędy interpolacji wielokwadratowymi RBF dla funkcji F_1, F_2, F_3 dla danych „n-u-s”

L.p.	n_i	c	F_1		F_2		F_3	
			E_R	E_M	E_R	E_M	E_R	E_M
1	9	0.1495	2.50e-001	7.05e-001	3.88e-001	9.69e-001	4.79e-001	1.73e+000
2	25	0.0879	9.16e-002	3.48e-001	1.68e-001	5.31e-001	2.95e-001	1.42e+000
3	100	0.0465	1.96e-002	1.12e-001	4.60e-002	3.38e-001	6.30e-002	4.28e-001
4	225	0.0281	6.11e-003	3.95e-002	1.77e-002	1.13e-001	2.74e-002	2.41e-001
5	625	0.0166	1.71e-003	1.42e-002	9.54e-003	9.23e-002	8.70e-003	8.82e-002
6	900	0.0139	1.19e-003	1.66e-002	4.55e-003	4.42e-002	6.16e-003	7.34e-002
7	1600	0.0103	7.87e-004	8.95e-003	3.88e-003	4.06e-002	4.93e-003	6.08e-002
8	2500	0.0082	5.43e-004	1.16e-002	2.88e-003	3.18e-002	1.87e-003	2.49e-002
9	3600	0.0067	4.88e-004	6.99e-003	2.64e-003	2.73e-002	2.28e-003	3.03e-002

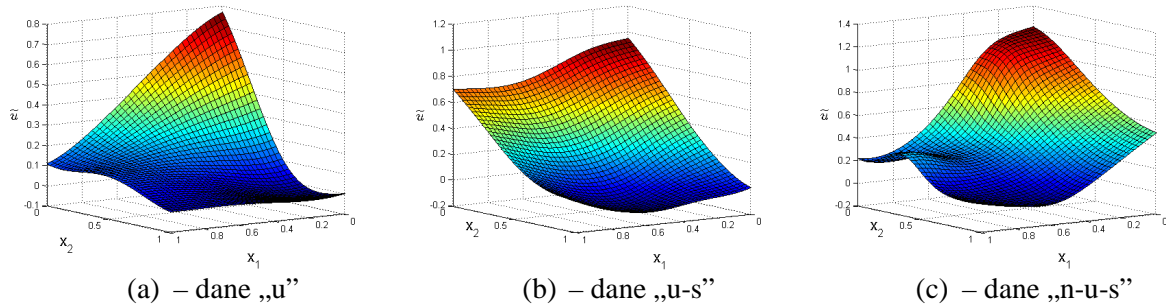
Interpolacja RBF bardzo dobrze sprawdza się dla każdego z trzech rodzajów rozmieszczenia danych. Wyniki przeprowadzonych obliczeń przedstawione w tabelach 2-4 oraz 5-7 są porównywalne. Uzyskane wyniki we wszystkich przypadkach pokazują zbieżność interpolacji wraz ze wzrostem liczby danych.



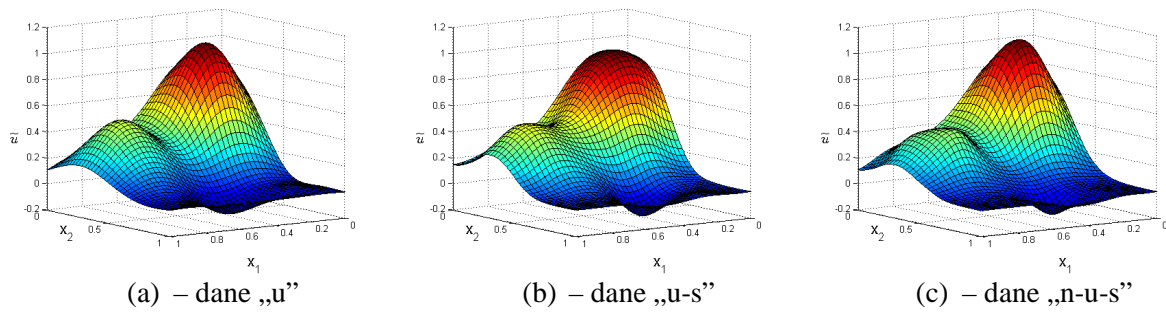
Rys. 5. (a) $E_L(x_\kappa)$ (b) wykres $\tilde{u}(x_\kappa)$ dla $n_i = 25$ i danych „u-s”



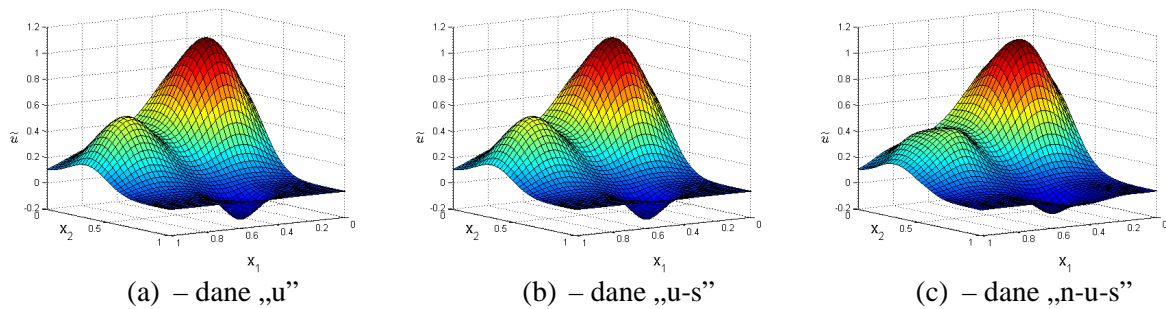
Rys. 6. (a) $E_L(x_\kappa)$ (b) wykres $\tilde{u}(x_\kappa)$ dla $n_i = 225$ i danych „u-s”



Rys. 7. Interpolacja funkcji Franke’go wielokwadratowymi RBF, $n_i = 9$



Rys. 8. Interpolacja funkcji Franke’go wielokwadratowymi RBF, $n_i = 25$



Rys. 9. Interpolacja funkcji Franke’go wielokwadratowymi RBF, $n_i = 100$

PODSUMOWANIE

Interpolacja funkcjami RBF jest bardzo prosta do zaimplementowania dla przestrzeni dowolnego wymiaru, ponieważ parametrem funkcji interpolujących jest jedynie odległość między punktami. Nie jest potrzebna regularna siatka danych, co umożliwia łatwe stosowanie RBF w interpolacji danych rozproszonych. Ważną cechą interpolacji RBF, często pożądaną w zagadnieniach praktycznych jest niezmienniczość podczas wszystkich Euklidesowych transformacji, takich jak: przesunięcie, obrót czy odbicie. Do wad można zaliczyć fakt, że macierze interpolacji są często źle uwarunkowane. Nie podważa to jednak użyteczności RBF w interpolacji gładkich funkcji o skomplikowanej geometrii. Problemy interpolacji RBF rozwiązuje się poprzez dobór optymalnej wartości parametru kształtu, o czym stanowi część II.

Program MATLAB wykorzystany do przeprowadzenia badań został zakupiony w wyniku realizacji Projektu nr UDA-RPPK.01.03.00-18-003/10-00 „Budowa, rozbudowa i modernizacja bazy naukowo-badawczej Politechniki Rzeszowskiej” współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Regionalnego Programu Operacyjnego Województwa Podkarpackiego na lata 2007-2013, Priorytet I. Konkurencyjna i Innowacyjna Gospodarka, Działanie 1.3 Regionalny system innowacji.

BIBLIOGRAFIA

1. Brański A., Metody numeryczne rozwiązywania zagadnień brzegowych. Klasyfikacja i przegląd. Oficyna wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2013.
2. Fasshauer G. E., Meshfree Approximation Methods with MATLAB. World Scientific Publishing Co., Singapore 2007.
3. Fasshauer G. E., Meshfree Methods. Department of Applied Mathematics. Illinois Institute of Technology, Chicago.
4. Fasshauer G. E., Zhang J. G. On Choosing “Optimal” Shape Parameters for RBF Approximation. Numer. Algor., 2007, 45:345-368.
5. Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J., Metody numeryczne. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1993.
6. Franke, R., A critical comparison of some methods for interpolation of scattered data. Naval Postgraduate School Tech.Rep., 1979.
7. Hardy R. L., Multiquadratic equations of topography and other irregular surfaces. J. Geophys. Res., 1971, 76:1905-1915.
8. Liu G. R., Gu Y. D., An Introduction to Meshfree Methods and Their Programming. Springer, 2005.
9. Mongillo M., Choosing Basis Functions and Shape Parameters for Radial Basis Function Methods. SIAM Undergraduate Research Online (SIURO), 2011.
10. Piret C., Analytical and Numerical Advances in Radial Basis Functions. PhD thesis, University of Colorado at Boulder 2007.

SCATTERED DATA INTERPOLATION USING RADIAL BASIS FUNCTIONS, PART 1

Abstract

The paper presents an interpolation of the scattered data via the radial basis functions. It also discusses some features of RBF and their characteristic parameters. The application of the specific RBFs in data interpolation is demonstrated using 2D problem. Numerical experiments, performed for sets of different kinds of data and different functions, show the accuracy of the RBF interpolation.

Autorzy:

mgr inż. **Dorota Borkowska** – Politechnika Rzeszowska