

Ocena wytrzymałości na obciążenia osiowe zęba z zastosowaniem metody elementów skończonych

Paulina Papierz¹, Michał Stopel^{2*}

¹ Politechnika Bydgoska im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Polska; e-mail: paupap000@pbs.edu.pl

² Politechnika Bydgoska im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Polska; e-mail: michal.stopel@pbs.edu.pl

* Autor korespondencyjny: michal.stopel@pbs.edu.pl

Streszczenie: Obliczenia inżynierskie mają zastosowanie już nie tylko w przemyśle ciężkim, lecz także w medycynie czy stomatologii. W pracy przedstawiono analizę numeryczną z zastosowaniem metody elementów skończonych na przykładzie zęba trzonowego poddanego obciążeniom siłami osiowymi, odpowiadającym siłom występującym w środowisku naturalnym. Omówiono anatomię zęba ze szczególnym uwzględnieniem problemów zęba trzonowego oraz biomechanikę układu szczękowego. Przedstawiono również metodologię pozyskiwania modeli numerycznych na podstawie zdjęć z tomografii komputerowej.

Słowa kluczowe: stomatologia, implant, metoda elementów skończonych, tomografia komputerowa

Assessment of the strength to axial loads of the tooth using the finite element method

Paulina Papierz¹, Michał Stopel^{2*}

¹ Bydgoszcz University of Science and Technology, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Poland; e-mail: paupap000@pbs.edu.pl

² Bydgoszcz University of Science and Technology, Al. prof. S. Kaliskiego 7, 85-796 Bydgoszcz, Poland; e-mail: michal.stopel@pbs.edu.pl

* Correspondent author: michal.stopel@pbs.edu.pl

Summary: Engineering calculations are used not only in heavy industry but also in medicine and dentistry. The article presents a numerical analysis using the finite element method of a molar tooth subjected to loads with axial forces corresponding to the forces occurring in the natural environment. The tooth anatomy is presented with a detailed consideration of the problems of the molar and the biomechanics of the maxillary system. The methodology of obtaining numerical models based on images from computed tomography is also presented.

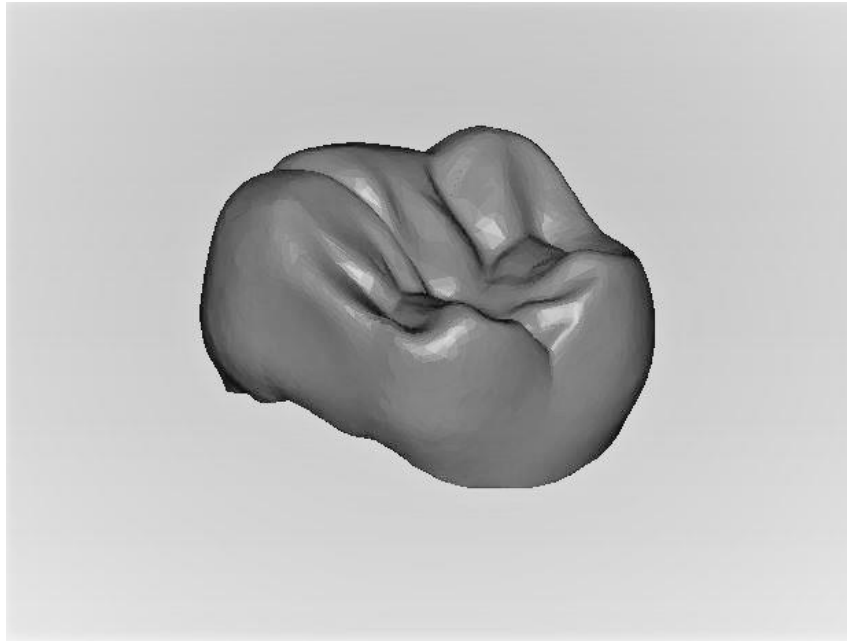
Key words: dentistry, implant, finite element method, computed tomography

1. Wstęp

Tomograf komputerowy (ang. Computed Tomography, CT) wykorzystywany jest w celach diagnostycznych. Pozwala na uzyskanie warstwowych obrazów ciała. W zależności od oprogramowania otrzymuje się obrazy przekrojowe, czyli 2D, bądź przestrzenne – 3D. Tomografia jest niezwykle przydatna w implantologii. Jej wysoka dokładność pozwala na poznanie wymiarów kości, dzięki czemu można uzyskać implant idealny. W klasycznej tomografii komputerowej kształt wiązki przypomina wachlarz. W przypadku mikrotomografii komputerowej (ang. Computed microtomography, CMT) wiązka ma kształt stożkowy. Mniejsza wiązka pozwala zarówno na zredukowanie promieni rentgenowskich padających na obiekt badany, jak i na skrócenie czasu badania i znaczne zwiększenie czytelności otrzymanego obrazu [5]. CMT różni się od zwykłej tomografii tym, że dzięki niej otrzymuje się obrazy wysokiej rozdzielczości głównie małych obiektów bez niszczenia struktury. Dla porównania: rozmiar woksela przy zwykłej tomografii oscyluje wokół 0,7 mm, a rozmiar woksela przy wysokiej rozdzielczości i zastosowaniu mikrotomografii wynosi mniej niż 0,1 mm. Pozyskane w wyniku skanowania modele coraz częściej wykorzystywane są nie tylko w celu obrazowania uszkodzeń, lecz także do głębszej analizy inżynierskiej. Również w stomatologii swoje zastosowanie znalazła metoda elementów skończonych. Symulacje przeprowadzone z wykorzystaniem tej metody stanowią część testów przedklinicznych, związanych z projektowaniem np. wypełnień stomatologicznych lub implantów. Określane są również wzajemne stosunki między wypełnieniem a zębem, koroną porcelanową a zębem przeciwstawnym itp. Pozwala to na odpowiednie dobranie metody leczenia, a tym samym minimalizuje ryzyko uszkodzenia mechanicznego. Autorzy przytoczonych publikacji podjęli się poruszenia problemu naprężeń w zębie przedtrzonowym i w zębie siecznym. Obydwoje zgodnie stwierdzili, że analiza za pomocą metody elementów skończonych jest niezwykle przydatna zarówno w obecnym leczeniu, jak i w ogólnym rozwoju stomatologii [1–3, 8].

2. Metoda badawcza

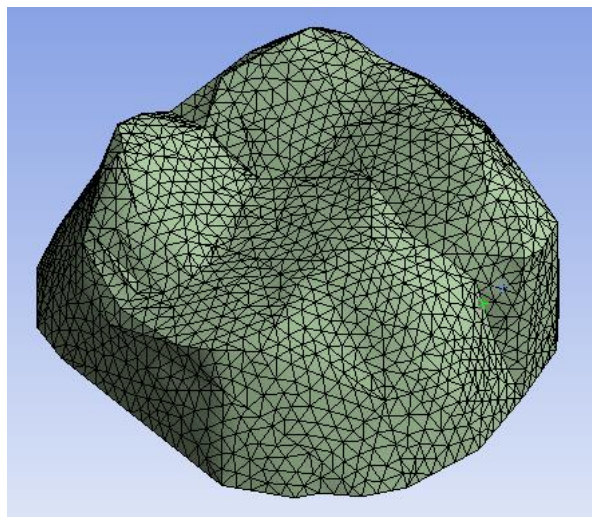
Model wykorzystany do analizy został pozyskany ze strony internetowej zrzeszającej użytkowników z całego świata, udostępniających modele CAD/CAM wytworzone z zastosowaniem tomografii komputerowej [4]. Udostępniający przekonują o zapewnieniu należytej dokładności i precyzji przy otrzymywaniu swoich modeli. Aby dodatkowo upewnić się o wielkości danego modelu, po zaimportowaniu został zweryfikowany pod względem geometrycznym na podstawie porównania z danymi literaturowymi odnoszącymi się do budowy anatomicznej zębów trzonowych [7]. Wybrany ząb – a właściwie samą koronę – pobrano jako model geometryczny złożony z siatki elementów powierzchniowych, przez co konieczne było dodatkowe przekształcenie. Z danego obiektu należało utworzyć model bryłowy. Na rysunku 1 przedstawiono wybrany ząb w pierwotnym formacie.



Rys. 1. Ząb pierwszy trzonowy dolny (opracowanie własne)
Fig. 1. Lower first molar tooth (own study)

Model zaimportowano do programu Autodesk Inventor 2019, a następnie zajęto się jego transformacją. Powierzchnię korony odpowiednio przekształcono w bryłę, żeby uzyskać jak najbardziej wiarygodny model zęba. Jego kształt został lekko uproszczony, tj. guzki oraz bruzdy delikatnie wygładzono, a całą bryłę przycięto na wysokości łączenia się korony z dziąsłem, na tej wysokości ustalono również globalny układ współrzędnych.

W następnym etapie bryłę przekształcono w model składający się z siatki elementów skończonych. Dla zęba zastosowano siatkę tetragonalną, tzn. składającą z trójkątnych elementów 4-węzłowych z liniową funkcją kształtu. Siatka zawierała 72720 węzłów i 48001 elementów (rys. 2). Została optymalnie zagęszczona, tzn. wykonano kilka prób przy mniejszym i większym zagęszczeniu siatki i porównano ze sobą wyniki. Przy mniejszym zagęszczeniu wyniki były bardzo rozbieżne i dalekie od prawdopodobieństwa wystąpienia w normalnych warunkach. W miarę zwiększania zagęszczenia różnice między wynikami stopniowo malały, w końcu zanikły, za to zwiększał się czas wykonywanych obliczeń. Należy również pamiętać, że zbyt nie skupienie elementów może prowadzić do spiętrzenia naprężeń w pojedynczym elemencie skończonym, co skutkuje ekstremalnymi wartościami siły, nieadekwatnymi do zadanego obciążenia. Dodatkowo wykorzystano dostępną w oprogramowaniu funkcję dopasowującą siatkę do krzywizny bryły o nazwie "on curvature", co w podanym przypadku było istotne ze względu na liczne załamania bryły na powierzchni.



Rys. 2. Siatka elementów skończonych (opracowanie własne)

Fig. 2. Finite element mesh (own study)

Na kolejnym etapie należało dobrać odpowiedni model materiałowy oraz jego stałe. Dane charakteryzujące właściwości modelu przedstawiono w tabeli 1. Ze względu na to, że w modelu obliczeniowym przyjęto, że budowa zęba jest izotropowa, co oznacza, że nie wyszczególnia ona konkretnych struktur i wykazuje jednakowe właściwości mechaniczne w każdym kierunku, wartości przedstawione w tabeli 1 uśredniono, stosując średnią arytmetyczną. Powodem przyjęcia formy izotropowej jest znikoma obecność innych struktur w podanej koronie, według autora warta uśrednienia. Wyszczególnienie ww. struktur miałyby większe znaczenie w przypadku analizowania całego zęba. Dodatkowo gęstość całego zęba również uśredniono i wynosi $2,58 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$.

Tabela 1. Właściwości mechaniczne zęba trzonowego (opracowanie własne)

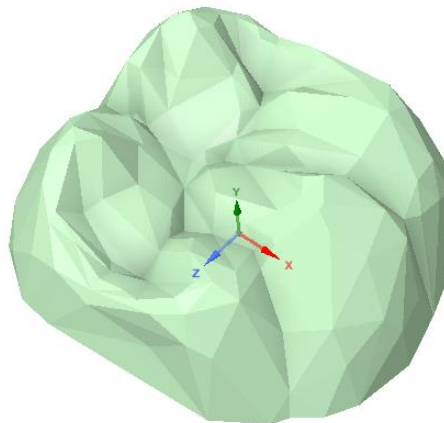
Table 1. Mechanical properties of molar tooth (own study)

	Moduł Younga [MPa]	Wsp. Poissona	Wytrzymałość na rozciąganie [MPa]	Granica plastyczności [MPa]	Wytrzymałość na ściskanie [MPa]	Wytrzymałość na ścinanie [MPa]
Szklivo ($3 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	84100	0,33	10	344	384	90,2
Zębina ($2,15 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	18600	0,31	98	165	297	138
Miazga	2	0,45	x	x	x	x
Ozębna	67	0,47	x	x	x	x
Wartość uśredniona	25692,25	0,39	54	254,5	340,5	114,1

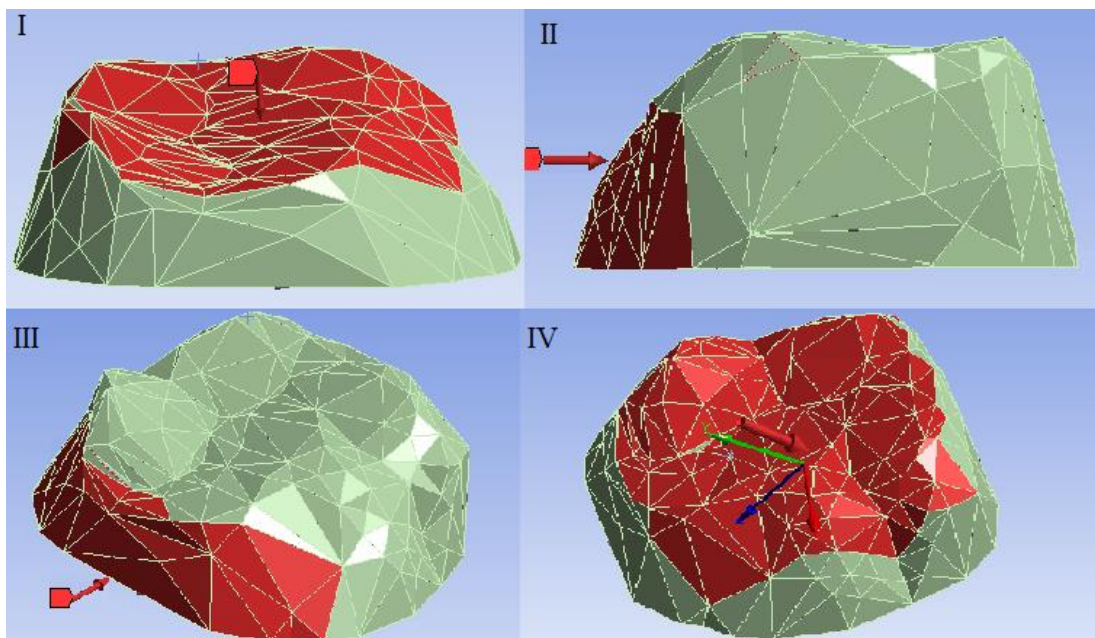
W kolejnym kroku zajęto się definiowaniem warunków brzegowych. Model zęba został unieruchomiony, tzn. węzłom znajdującym się od spodu modelu odebrano wszystkie stopnie swobody. Obciążenia, które zostały przyjęte do analizy, są obciążeniami działającymi osiowo. Wykonano je, wykorzystując siłę równą średniej sile ściskającej dla pierwszego trzonowca, tj. wynoszącej 390 N (tab. 2; rys. 3, 4).

Tabela 2. Średnie wartości sił zgryzu dla osoby dorosłej [6]
Table 2. Average values of occlusal forces for an adult [6]

Zęby	Siła [N]
Siekacze	120
Kły	340
Pierwsze przedtrzonowce	300
Drugie przedtrzonowce	370
Pierwsze trzonowce	390
Drugie trzonowce	370



Rys. 3. Przyjęty układ współrzędnych (opracowanie własne)
Fig. 3. The adopted coordinate system (own study)

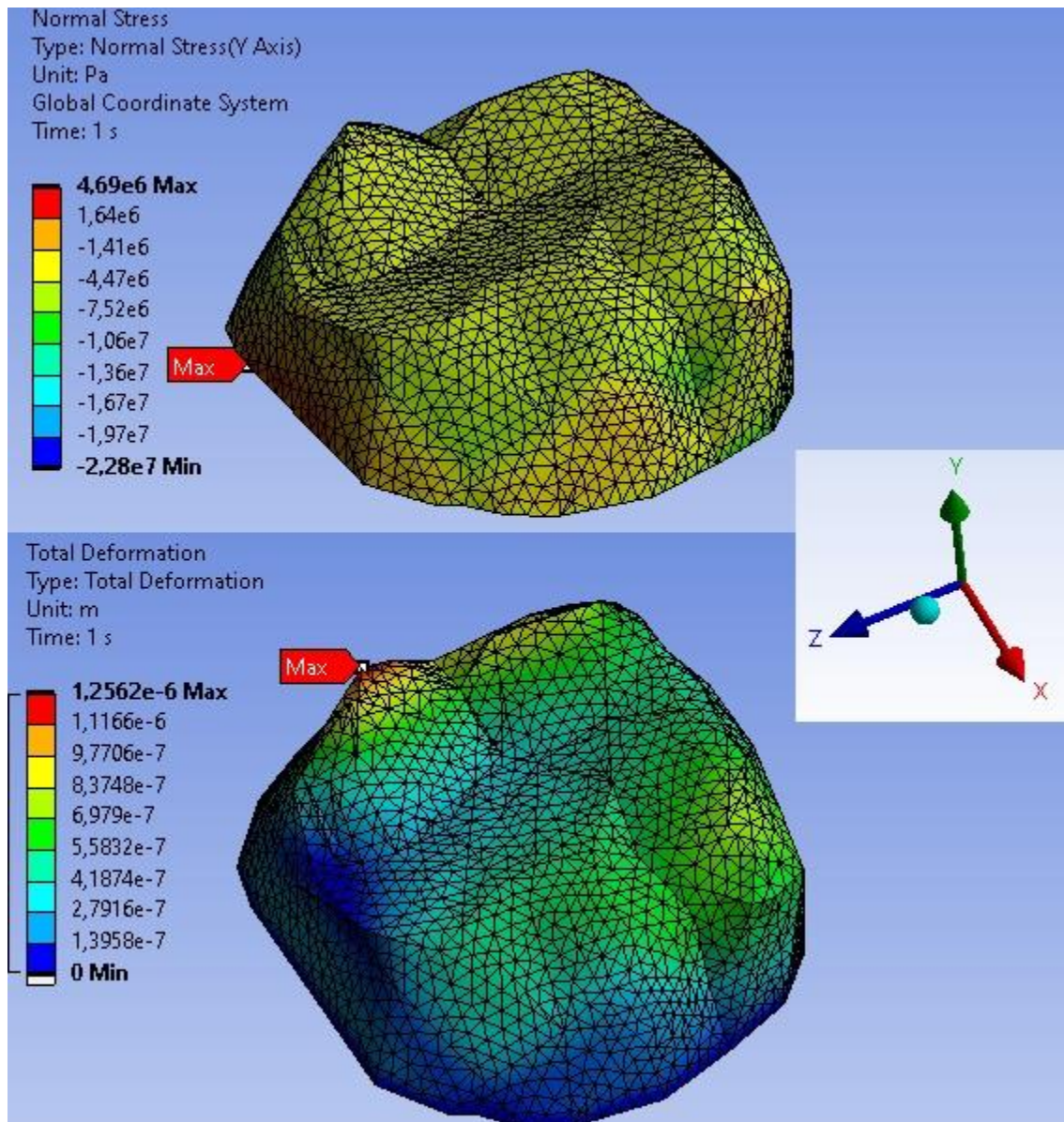


Rys. 4. Kierunek i sposób przyłożenia siły: I – wzdłuż osi Y, II – wzdłuż osi X,
III – wzdłuż osi Z, IV – pod kątem 45° (opracowanie własne)

Fig. 4. The direction and method of applying the force: I – along the Y axis, II – along the X axis,
III – along the Z axis, IV – at an angle of 45° (own study)

3. Wyniki

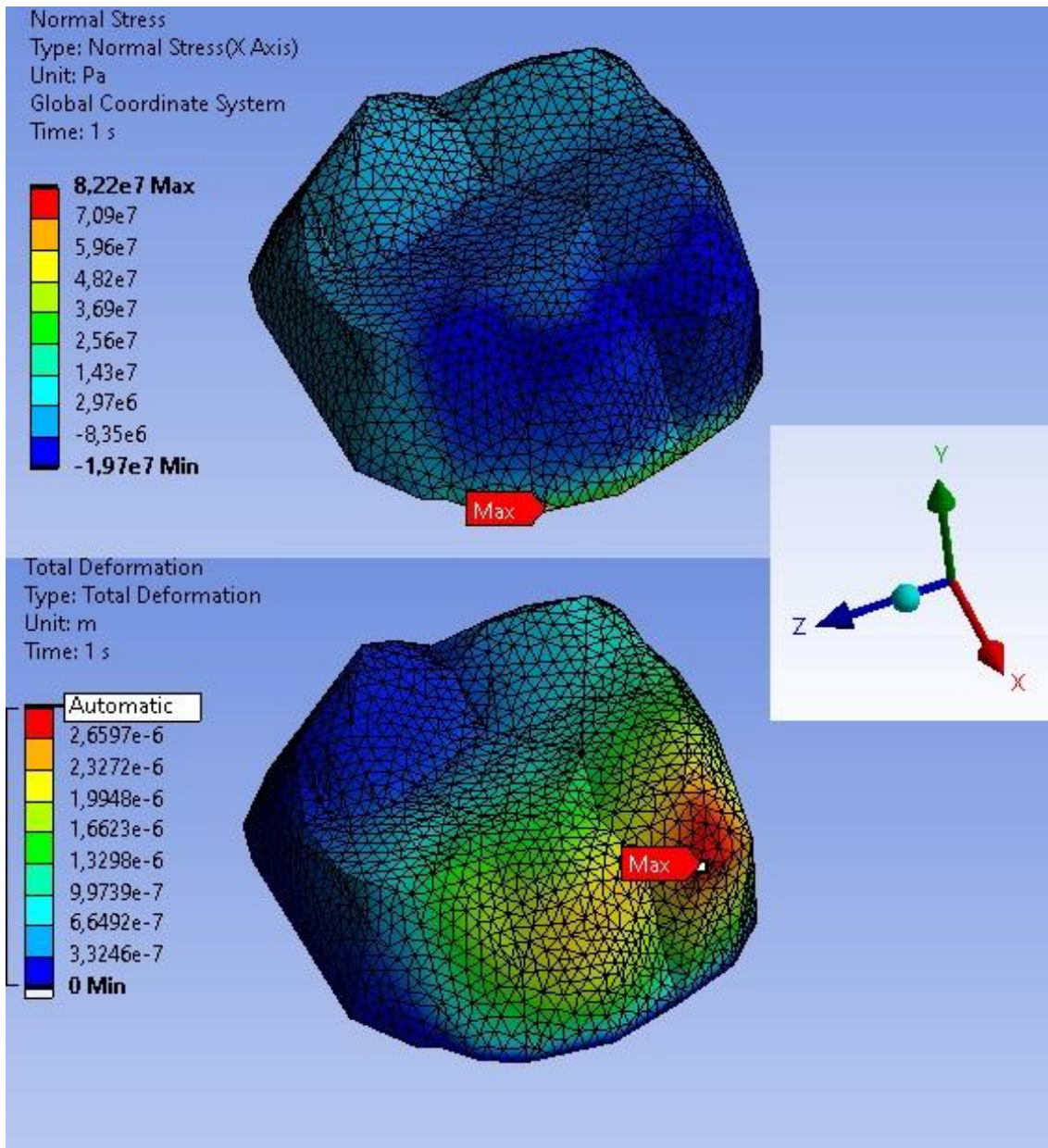
W pierwszym przypadku wykorzystano średnią siłę występującą przy zgryzie, przy obciążeniu wzdłuż osi Y. Na rysunku 5 przedstawiono wyniki przeprowadzonej analizy. Zauważono, że maksymalne naprężenia wynoszące 4,69 MPa znajdują się u spodu korony (rys. 5). Rozkład naprężeń w miejscu przykładania siły jest równomierny. Punkt największych odkształceń znajduje się na jednym z guzków.



Rys. 5. Mapa naprężeń i odkształceń dla siły osiowej działającej wzdłuż osi Y (opracowanie własne)

Fig. 5. Map of stresses and strains for an axial force along the Y axis (own study)

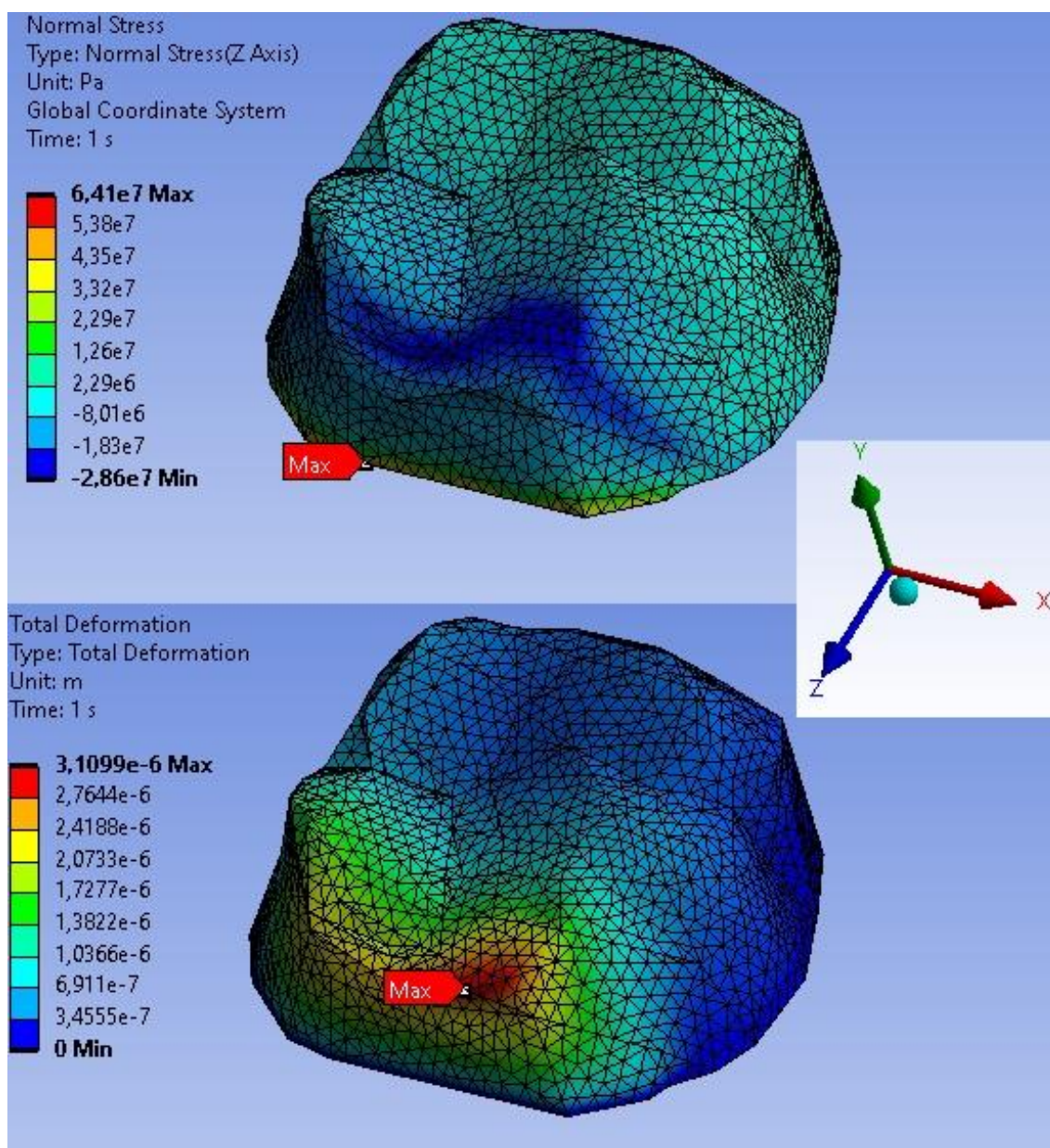
Przy kolejnym obciążeniu wzięto pod uwagę kierunek działania siły względem osi X i w tym przypadku również zastosowano siłę równą 390 N. Maksymalne naprężenie w tym przypadku wynosi 82,2 MPa i znajduje się na płaszczyźnie przyłożenia siły. Punkt największych możliwych odkształceń znajduje się na jednym z guzków na płaszczyźnie przykładania siły (rys. 6).



Rys. 6. Mapa naprężeń i odkształceń dla siły osiowej działającej wzdłuż osi X (opracowanie własne)

Fig. 6. Map of stresses and strains for an axial force along the X axis (own study)

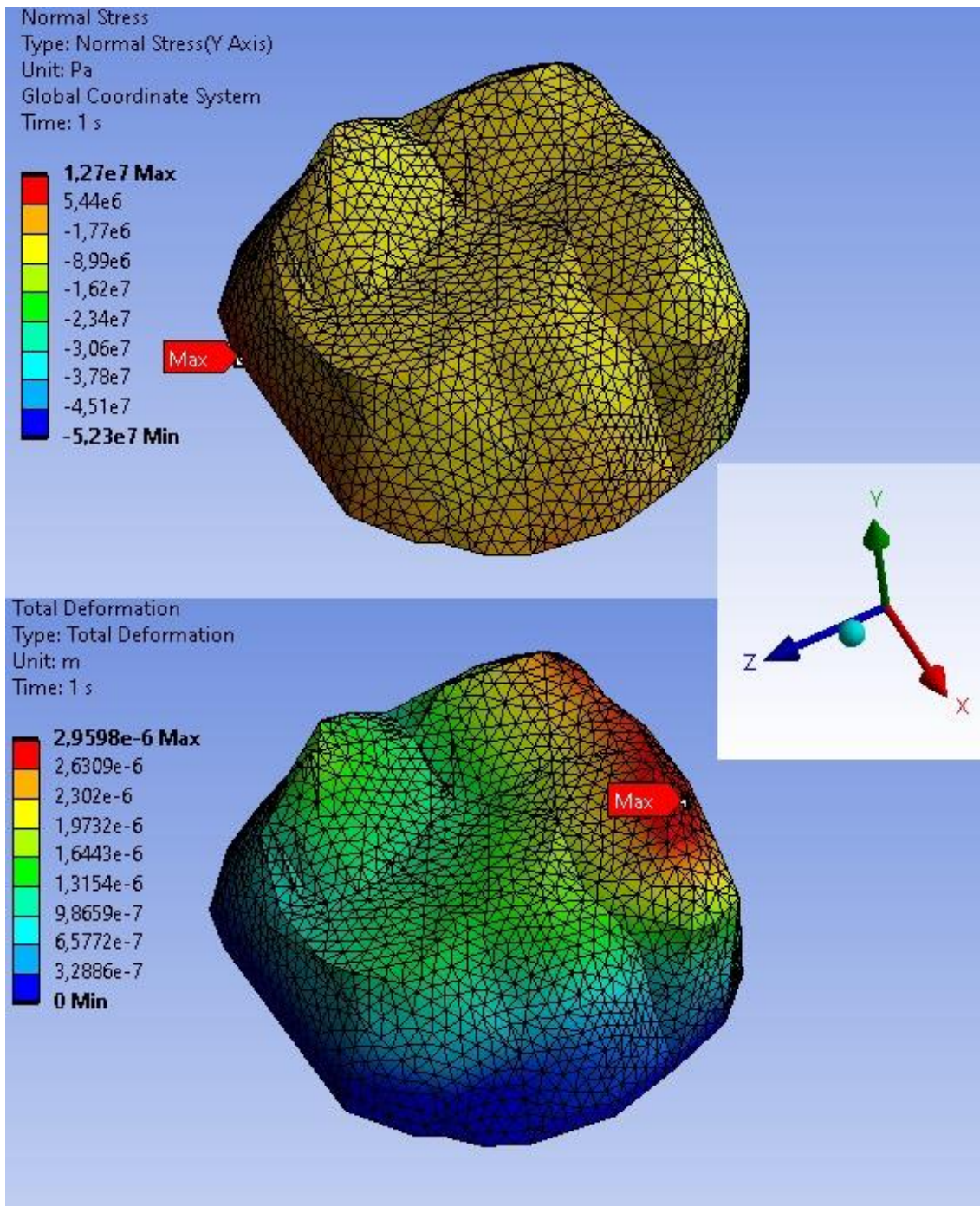
W ostatnim przypadku działania siły osiowej przyłożono obciążenie działające wzdłuż osi Z równe 390 N. Maksymalne naprężenie wynosi 64,1 MPa i znajduje się – podobnie jak w przypadku osi X – na płaszczyźnie przyłożenia siły. Punkt największych możliwych deformacji znajduje się na jednym z guzków na płaszczyźnie przykładania siły (rys. 7).



Rys. 7. Mapa naprężeń i odkształceń dla siły osiowej działającej wzdłuż osi Z (opracowanie własne)

Fig. 7. Map of stresses and strains for an axial force along the Z axis (own study)

Dla porównania wykonano jeszcze jedną analizę, z siłą obciążającą wynoszącą 390 N, przyłożoną pod kątem 45° , czyli taką, jaka występuje w jamie ustnej. W tym celu skorzystano możliwości, które oferuje oprogramowanie, i utworzono lokalny układ współrzędnych, dzięki któremu można było przyłożyć siłę pod zadaniem kątem. Dodatkowo – podobnie jak przy sile wynoszącej 390 N przy przyłożeniu wzdłuż osi Y – rozkład naprężeń jest równomierny (rys. 8).



Rys. 8. Mapa naprężeń i odkształceń dla siły osiowej działającej pod kątem 45° (opracowanie własne)

Fig. 8. Map of stresses and strains for axial force acting at an angle of 45° (own study)

4. Wnioski

Wybrany model obciążono siłami osiowymi oraz siłą pod kątem – wszystkie siły miały wartość 390 N, czyli taką, jaka występuje naturalnie w jamie ustnej człowieka przy codziennym gryzieniu. Największe naprężenia wystąpiły przy obciążeniu siłą osiową działającą w osi zęba, tj. osi X. Największe odkształcenia pojawiały się na guzkach. To one są najbardziej narażone na ścieranie się i pęknięcia. Podobne zależności zawarto w pracy [3], w której wykazano, że w guzkach zębowych naprężenia

maksymalne osiągały wartość 668,7 MPa przy średniej wartości naprężenia w całej strukturze na poziomie 23,7 MPa. Wyniki przedstawione w pracy [8] wskazywały na podobną zależność przy maksymalnym naprężeniu równym 620 MPa i wartości średniej 29 MPa. Przy czym dla zęba siekacza, który został przeanalizowany we wspomnianej pracy, wartości maksymalne naprężenia występowały w okolicy szyjki zęba. Wykazano, że analiza numeryczna z zastosowaniem metody elementów skończonych może mieć zastosowanie zarówno w projektowaniu implantów, jak i w celu oceny przyczyn powstałych uszkodzeń zębów.

Bibliografia

- [1] Banaś, K., „Wprowadzenie do MES”, http://www.metal.agh.edu.pl/~banas/wprowadzenie_do_MES.pdf, 2020, (dostęp: 16.01.2022).
- [2] Budzyński, A., „Krótki wstęp do zastosowania Metody Elementów Skończonych (MES) do numerycznych obliczeń inżynierskich”, *GM View*, 5, (2006).
- [3] Dębski, H., Bienias, J., Pałka, K., Niewczas, A., „Analiza rozkładu naprężeń w tkankach twardej zęba z wykorzystaniem metody elementów skończonych”, *Inżynieria Biomateriałów* 112, (2012), 42–47.
- [4] Grabcad, <https://grabcad.com/library>, (dostęp: 11.12.2021).
- [5] <https://www.medicalwadowice.pl/stomatologia/rtg-zebow/tomografia-cbct-szeki-i-zuchwy>, (dostęp: 30.01.2021).
- [6] Lipski, T., Chladek, W., „Wartości sił zgryzu w zależności od wieku i płci”, *Protet. Stomatol.* XLVII(5), (1997), 284–287.
- [7] Nelson, S.J., Ash, M.M., „WHEELER. Budowa zębów, fizjologia i okluzja”, Edra Urban & Partner, Wrocław 2014.
- [8] Walczak, M., Różycki, Ł., „Analiza stanu naprężeń w twardej tkankach zębów na przykładzie dolnego siekacza z wykorzystaniem metody MES”, *Postępy nauki i techniki* 11, (2011), 107–114.



© 2020 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).