

Prof. dr hab. inż. Leszek MIESZKALSKI
 Wydział Inżynierii Produkcji
 Katedra Organizacji i Inżynierii Produkcji
 Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

MATEMATYCZNY MODEL ZMIANY KSZTAŁTU NASION BOBIKU W ZALEŻNOŚCI OD WILGOTNOŚCI®

Mathematical model of the shape change faba bean seeds depending on the moisture®

Słowa kluczowe: nasiona bobiku, wilgotność, kształt, podstawowe wymiary, model matematyczny, dyskretna powierzchnia przestrzenna, model 3D.

Zaroponowano metodę matematycznego modelowania kształtu bryły nasion bobiku (*Vicia faba var. minor*) odmiany Nadwiślański w zależności od wilgotności. Wilgotność nasion zawierała się w przedziale od 12,9% do 43,9%.

W modelu matematycznym do opisu kształtu bryły nasion bobiku zastosowano równania parametryczne powierzchni przestrzennej. Modelowana dyskretna powierzchnia przestrzenna otaczała objętość leżącą w bliskiej odległości od powierzchni zewnętrznej nasiona bobiku. Wzrost wymiarów nasion bobiku jest zależny od wilgotności. Kształt nasiona można zmieniać 7 parametrami (A, B, C, d, e, f, g), a liczbę południków i równoleżników na dyskretniej powierzchni przestrzennej zmienia się parametrem N . Wizualizacji modeli 3D brył nasion bobiku dokonano za pomocą programu komputerowego Mathcad.

Key words: seeds of faba bean, moisture, shape, basic dimensions, mathematical model, discrete surface spatial 3D model.

The proposed method is a mathematical modeling of the shape of the solid faba bean seeds (*Vicia faba var. minor*) variations depending Nadwiślański moisture. Seed moisture content ranged from 12.9% to 43.9%. The mathematical model to describe the shape of the solid faba bean seeds using parametric equations of spatial surface. Modeled discrete spatial area surrounded volume lying in close proximity to the outer surface of faba bean seeds. Faba bean seed size increase is dependent on the moisture. You can change the shape of the seeds of seven parameters (A, B, C, d, e, f, g), and the number of meridians and parallels for the discrete surface spatial changes parameter N . Visualization of 3D models of solids faba bean seeds were made using a computer program Mathcad.

WSTĘP

Nasiona bobiku (*Vicia faba var. minor*) zawierają białka ok. 33% i ok. 41% skrobi oraz wiele składników mineralnych jak wapń, magnez, potas, fosfor, sód, żelazo, cynk, miedź, fluor i są alternatywnym surowcem w stosunku do soi dla przemysłu paszowego i spożywczego (Flis i in. [1]). W wielu procesach przetwarzania nasion bobiku jak siew punktowy (Podleśny [13]), obtuskiwanie (Mieszkalski [9, 11]) i rozdrabnianie nasion (Łysiak i Laskowski [7]) istotny wpływ mają cechy geometryczne i wilgotność nasion. Wraz ze wzrostem wilgotności nasion bobiku wzrastają ich wymiary (Mieszkalski [8]). Grzesiuk i Kulka [5] oraz Szot [14] proponują w zakresie charakterystyki cech geometrycznych nasion wyznaczać trzy podstawowe wymiary jak długość, szerokość, grubość. Według badań Mieszkalskiego [8] współczynnik kształtu nasion bobiku w niewielkim stopniu ulega zmianie w zależności od wilgotności (1.04 – 1.17). Wilgotność nasion bobiku ma duży wpływ na zmianę ich wymiarów i powierzchni. Wzrost wilgotności nasion bobiku odmiany Nadwiślański z 5 do 45% powoduje wzrost o ok. 150% powierzchni rzutu głównego, wzrost o ok. 159% powierzchni rzutu z góry i o ok. 178% wzrost powierzchni rzutu bocznego (Mieszkalski [8]).

Z analizy literatury wynika, że bryłami reprezentującymi kształt nasiona bobiku była kula (Mieszkalski [9])

i elipsoida (Mieszkalski i Lewandowski [10], Mieszkalski [11]). Kula i elipsoida nie odwzorowują dokładnie ani kształtu, ani wymiarów nasion bobiku.

Dynamiczny rozwój grafiki komputerowej (Foley i in. [2], Kiciak [6]) i metod matematycznego modelowania kształtu (Gielis [3], Gielis i Gerats [4], Mieszkalski [12]) pozwalają na dokładniejsze opracowanie kształtu brył nasion bobiku.

Celem artykułu jest przedstawienie opracowanego matematycznego modelu kształtu nasion bobiku w zależności od ich wilgotności.

METODYKA

Materiałem do badań były nasiona bobiku odmiany Nadwiślański. Losowo wybrano próbkę główną nasion o masie 1000 g, w której oznaczono jedno nasiono (1) o minimalnych i jedno nasiono (2) o maksymalnych wymiarach. Dla każdego progu wilgotności nasion 12,9%, 17,8%, 28,3%, 35,2% i 43,9% z próbki głównej wybierano losowo po 100 nasion określając ich podstawowe wymiary (długość, szerokość, grubość) i wilgotność. Podstawowe wymiary uśredniano. Na podstawie wymiarów średnich nasion dla zakresu wilgotności od 12,9% do 43,9% określono równania regresji współczynnika wzrostu podstawowych wymiarów nasion. W tym samym czasie dla każdego progu wilgotności

nasion z próbki głównej określano podstawowe wymiary dla nasion oznaczonych jako (1) i (2). Po określeniu wymiarów podstawowych nasiona oznaczone (1) i (2) wracały do próbki głównej. Pomiaru długości, szerokości i grubości nasion, dokonano za pomocą suwmiarki z dokładnością do 0,1 mm. Wilgotność nasion określono metodą suszarkowo-wagową.

Opracowano model matematyczny kształtu nasion, wykorzystując do tego celu równania parametryczne, pozwalające dla zadanych wilgotności nasion utworzyć powierzchnie brył, których kształt jest zbliżony do nasion bobiku. Wizualizacji modeli brył dokonano za pomocą programu komputerowego Mathcad.

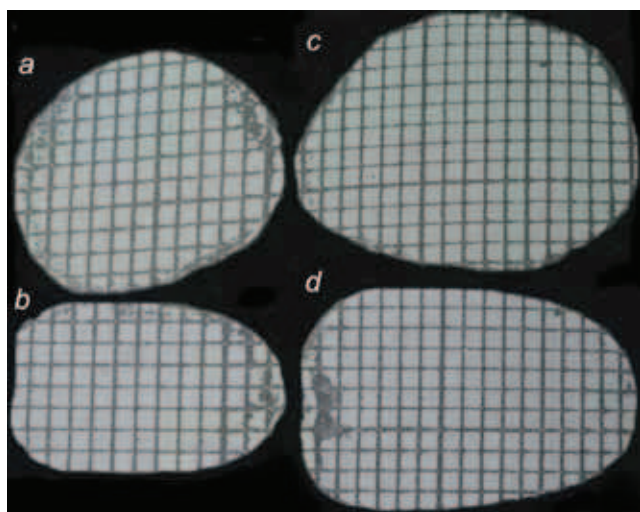
WYNIKI POMIARÓW

W tabeli 1. podano wyniki minimalnych i maksymalnych podstawowych wymiarów nasion bobiku odmiany Nadwiślański w zależności od wilgotności.

Tabela 1. Podstawowe wymiary nasion bobiku odmiany Nadwiślański w zależności od wilgotności
Table 1. Basic dimensions of faba bean seed varieties Nadwiślański depending on moisture

Oznaczenie wymiaru	Wilgotność nasion bobiku (%)				
	12,9	17,8	28,3	35,2	43,9
Wymiary (mm) nasiona bobiku (1)					
Długość (a)	10,1	10,9	11,7	12,5	13,1
Szerokość (b)	9,0	9,5	10,1	10,5	11,2
Grubość (c)	6,8	7,3	7,9	8,4	9,2
Wymiary (mm) nasiona bobiku (2)					
Długość (a)	13,6	14,0	15,1	16,5	17,3
Szerokość (b)	11,9	12,3	13,5	14,1	15,0
Grubość (c)	9,7	10,0	11,3	12,1	12,9

Źródło: Badania własne



Rys. 1. Fotografie rzutów nasiona bobiku odmiany Nadwiślański (opracowanie własne): a – rzut główny wilgotność 12,9%, b – rzut z góry wilgotność 12,9%, c – rzut główny wilgotność 43,9%, d – rzut z góry wilgotność 43,9%.

Fig. 1. Photographs throws the seeds of faba bean varieties Nadwiślański: a - a main moisture 12.9%, b - view from the top moisture 12.9%, c - a main moisture 43.9%, d - view from the top moisture 43.9%.

Źródło: Opracowanie własne

Przykładową fotografię prostopadłych rzutów nasiona bobiku odmiany Nadwiślański przedstawiono na rysunku 1.

Wyniki analizy regresji współczynnika wzrostu podstawowych wymiarów nasion bobiku odmiany Nadwiślański w zakresie wilgotności nasion od ok. 13% do ok. 44% zamieszczono w tabeli 2.

Tabela 2. Analiza regresji współczynnika wzrostu podstawowych wymiarów nasion bobiku odmiany Nadwiślański w zakresie wilgotności nasion od ok. 13% do ok. 44%

Table 2. Regression analysis of the growth coefficient of the basic dimensions of faba bean seeds variety Nadwiślański on moisture seeds from about 13% to about 44%

Wyszczególnienie	Oznaczenie	Długość	Szerokość	Grubość
Wzór	f(W)	exp(a · w)		
Współczynnik	a	0,008	0,007	0,01
Współczynnik korelacji	k	0,97	0,98	0,93
Średni błąd estymacji	d	0,025	0,269	0,05

Źródło: Opracowanie własne

MATEMATYCZNY MODEL KSZTAŁTU BRYŁY NASIONA BOBIKU

Równania regresji współczynnika wzrostu podstawowych wymiarów nasion bobiku odmiany Nadwiślański w zależności od ich wilgotności dobrane na podstawie średnich wartości wymiarów nasion mają następującą postać:

$$a(w) = \exp(\alpha d \cdot w) \quad (1)$$

$$b(w) = \exp(\alpha s \cdot w) \quad (2)$$

$$c(w) = \exp(\alpha g \cdot w) \quad (3)$$

Wartości parametrów równań regresji dla nasion bobiku odmiany Nadwiślański zawarto w wektorze 4:

$$\begin{bmatrix} \alpha d \\ \alpha s \\ \alpha g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,008 \\ 0,007 \\ 0,01 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Wartości wilgotności (%) nasion zamieszczono w wektorze 5:

$$\begin{bmatrix} w1 \\ w2 \\ w3 \\ w4 \\ w5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12,9 \\ 17,8 \\ 28,3 \\ 35,2 \\ 43,9 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Macierzowe równania współrzędnych X, Y, Z punktów powierzchni opisującej kształt bryły nasiona bobiku w zależności od wilgotności mają następującą postać:

$$X_{i,j} = \exp(\alpha d \cdot w) \cdot a \cdot A \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \left[d \cdot (\cos(\varphi_i))^2 + e \cdot \cos(\vartheta_j) \right] \quad (6)$$

$$Y_{i,j} = \exp(\alpha s \cdot w) \cdot b \cdot B \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \sin(\vartheta_j) \cdot \left[f \cdot (\cos(\varphi_i))^2 \cdot \sin(\varphi_i) + g \cdot \sin(\varphi_i) \right] \quad (7)$$

$$Z_{i,j} = \exp(\alpha g \cdot w) \cdot c \cdot C \cdot \cos(\varphi_i) \quad (8)$$

gdzie: $\varphi_i = \frac{i \cdot \pi}{N}$ (9)

$$\vartheta_j = \frac{j \cdot 2 \cdot \pi}{N} \quad (10)$$

W wektorze 11 podano liczbę N południków i równoleżników na powierzchni modelowanego nasiona bobiku, podstawowe wymiary (mm) nasiona (a - długość, b - szerokość, c - grubość) oraz współczynniki kształtu (A, B, C, d, e, f, g), a w wektorze 12 zamieszczono zmienne zakresowe (i - liczba wierszy w macierzy, j - liczba kolumn w macierzy):

$$\begin{bmatrix} N \\ a \\ b \\ c \\ A \\ B \\ C \\ d \\ e \\ f \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 10,1 \\ 9 \\ 6,8 \\ 0,89 \\ 0,89 \\ 0,89 \\ 1 \\ 1,5 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \dots N \\ 0 \dots N \end{bmatrix} \quad (12)$$

W celu uzyskania właściwych wymiarów dla modelu nasiona bobiku dokonano skalowania równań 6, 7, 8. Macierzowe równania opisujące kształt nasiona bobiku, którego podstawowe wymiary zależą od wilgotności mają następującą postać:

$$X_N = \frac{\exp(\alpha d \cdot w) \cdot a \cdot A}{\max(X) - \min(X)} \cdot X \quad (13)$$

$$Y_N = \frac{\exp(\alpha s \cdot w) \cdot b \cdot B}{\max(Y) - \min(Y)} \cdot Y \quad (14)$$

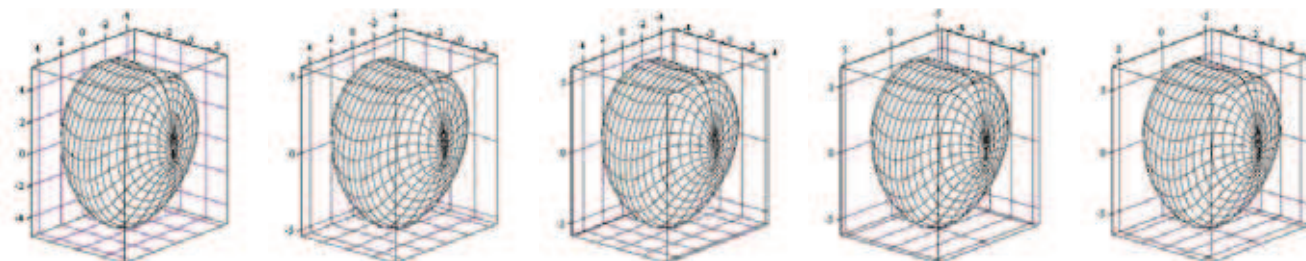
$$Z_N = \frac{\exp(\alpha g \cdot w) \cdot c \cdot C}{\max(Z) - \min(Z)} \cdot Z \quad (15)$$

Na rysunku 2 zamieszczono modele 3D nasiona bobiku oznaczonego (1), którego wymiary zależą od wilgotności.

Na rysunku 3 zamieszczono modele 3D nasiona bobiku oznaczonego (2), którego wymiary zależą od wilgotności.

WERYFIKACJA MODELII KSZTAŁTU BRYŁ NASION BOBIKU

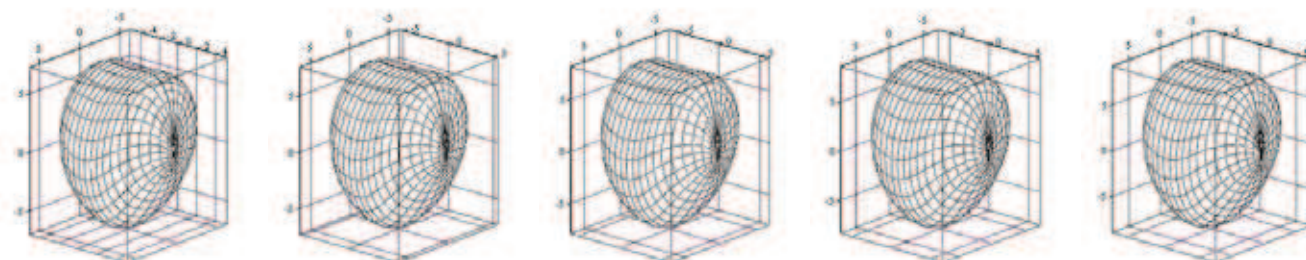
Weryfikacji poddano model matematyczny opisujący kształt i zależne od wilgotności wymiary nasion bobiku. Charakterystycznymi wymiarami weryfikującymi były długość nasiona bobiku, jego szerokość i grubość. Model matematyczny należy uznać za zweryfikowany jeżeli na podstawie dyskretnej powierzchni przestrzennej, opisanej



Rys. 2. Modele 3D nasiona bobiku oznaczonego (1), którego wymiary zależą od wilgotności, kolejno dla: 12,9%; 17,8%; 28,3%; 35,2%; 43,9%.

Fig. 2. 3D models of faba bean seeds labeled (1), the dimensions of which depend on the moisture, each for 12.9%, 17.8%, 28.3%, 35.2%, 43.9%.

Źródło: Badania własne



Rys. 3. Modele 3D nasiona bobiku oznaczonego (2), którego wymiary zależą od wilgotności, kolejno dla: 12,9%; 17,8%; 28,3%; 35,2%; 43,9%.

Fig. 3. 3D models of faba bean seeds labeled (2), the dimensions of which depend on the moisture, each for 12.9%, 17.8%, 28.3%, 35.2%, 43.9%.

Źródło: Badania własne

proponowanym modelem, będzie możliwe wyznaczenie trzech podstawowych wymiarów nasiona bobiku, a ich wartości są zbliżone do, zależnych od wilgotności, wymiarów pochodzących z pomiarów.

Wyniki weryfikacji modeli nasion bobiku reprezentowanych przez dyskretne powierzchnie przestrzenne zamieszczono w tabeli 3.

Tabela 3. Wyniki weryfikacji podstawowych wymiarów nasion bobiku odmiany Nadwiślański zależnych od wilgotności nasion określonych na podstawie modelu matematycznego i odniesionych do wymiarów pochodzących z pomiarów (tabela 1)

Table 3. The results of the verification of the basic dimensions of faba bean seed varieties Nadwiślański dependent on moisture content determined on the basis of a mathematical model and referenced to dimensions originating in from the measurements (Table 1)

Wilgotność nasion (%)	Wymiary nasion określone na podstawie modelu matematycznego (mm)			Błąd względny odniesiony dla wymiaru nasiona (%)		
	a	b	c	a	b	c
Nasiono bobiku (1) o minimalnych wymiarach						
12,9	10,0	8,8	6,9	1,0	2,2	- 1,5
17,8	10,4	9,1	7,2	4,6	4,2	1,4
28,3	11,3	9,8	8,0	3,4	3,0	- 1,3
35,2	11,9	10,2	8,6	4,8	2,9	- 2,4
43,9	12,8	10,9	9,4	2,3	2,7	- 2,2
Nasiono bobiku (2) o maksymalnych wymiarach						
12,9	13,4	11,6	9,8	1,5	2,5	- 1,0
17,8	14,0	12,0	10,3	0	2,4	- 3,0
28,3	15,2	12,9	11,5	- 0,7	4,4	- 1,8
35,2	16,0	13,5	12,3	3,0	4,3	- 1,7
43,9	17,2	14,4	13,4	0,6	4,0	- 3,9

Źródło: Badania własne

Z wyników zawartych w tabeli 3 wynika, że powierzchnia przestrzenna wyznaczona według proponowanego modelu matematycznego przechodzi przez punkty określające podstawowe wymiary nasion bobiku z błędem względnym zawierającym się w przedziale od - 3,9% do 4,8%. Proponowany model matematyczny został zweryfikowany i można go stosować do opisu kształtu i wymiarów nasion bobiku zależnych od wilgotności (od 13 do 44%).

WNIOSKI

- Opracowany model matematyczny opisany parametryczną powierzchnią przestrzenną może służyć do reprezentowania brył 3D podobnych pod względem kształtu i podstawowych wymiarów do nasion bobiku odmiany Nadwiślański, których wilgotność się zmienia w przedziale od ok. 13% do ok. 44%.
- W proponowanym modelu matematycznym przez zmianę wartości wilgotności uzyskuje się zależne od niej wymiary długości, szerokości i grubości nasion bobiku, a przez zmianę wartości parametrów sterujących (wektor 11) można wygenerować podobne pod względem kształtu i podstawowych wymiarów bryły w ramach *Vicia faba* var. minor.

LITERATURA

- FLIS M., ZDUŃCZYK Z., SOBOTKA W. 1996. *Możliwości zwiększenia przydatności paszowej bobiku i lubinu poprzez obłuskanie nasion*. Postępy Nauk Rolniczych, 5: 104-114.
- FOLEY J. D., VAN DAM A., FEINER S. K., HUGHES, J. F., PHILLIPS R. L. 2001. Wprowadzenie do grafiki komputerowej. WNT, Warszawa, ISBN 83-204-2662-6.
- GIELIS J. 2003. *A generic geometric transformation that unifies a wide range of natural, and abstract shapes*. American Journal of Botany, 90(3), 333-338.
- GIELIS J., GERATS T. 2004. A botanical perspective on modeling plants and plant shapes in computer graphics. International Conference on Computer, Communication and Control Technologies. Austin, Texas.
- GRZESIUŁ S., KULKA K. 1981. Fizjologia i biochemia nasion. PWRiL, Warszawa.
- KICIAK P. 2000. Podstawy modelowania krzywych i powierzchni. Zastosowania w grafice komputerowej. WNT, Warszawa, ISBN 83-204-2464-X.
- ŁYSIAK G., LASKOWSKI J. 2004. *Investigation of mechanical properties of faba bean for grinding behavior prediction*. Acta Agrophysica, 4(3), 753-762.
- MIESZKALSKI L. 1991. Określenie kształtu i prostopadłych rzutów powierzchni nasion bobiku. Acta Academiae Agriculturae Ac Technice Olstenensis, Aedificatio et Mechanica, Nr 22. Wydawnictwo ART. Olsztyn, 57-69.
- MIESZKALSKI L. 1993. Studia nad procesem obłuskiwania nasion bobiku. Acta Academiae Agriculturae Ac Technice Olstenensis, (444), Agricultura Nr 56, Supplementum A. Rozprawa habilitacyjna). Wydawnictwo ART. Olsztyn.
- MIESZKALSKI L., LEWANDOWSKI R. 1996. *Modelowanie bryły nasiona bobiku na potrzeby matematycznego opisu procesu obłuskiwania*. Zeszyty Problemowe Nauk Rolniczych, z 443, 255-263.
- MIESZKALSKI L. 1999. Matematyczne modelowanie procesu obłuskiwania nasion. Rozprawy i monografie. Nr 15. Wydawnictwo ART. Olsztyn.
- MIESZKALSKI L. 2011. *Metoda matematycznego modelowania kształtu bryły ziarna pszenicy za pomocą parametrycznej krzywej przestrzennej i czterowęzłowej siatki*. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego, 1, 41-45.
- PODLEŚNY J. 2006. *Przydatność siewu punktowego w uprawie wybranych gatunków roślin strączkowych*. Inżynieria Rolnicza. Nr 13, 385-392.
- SZOT B. 1987. *Przegląd stosowanych statycznych metod badania właściwości mechanicznych roślin i płodów rolnych*. Zeszyty Problemowe Postępu Nauk Rolniczych, 320.