

Wpłynęło 28.11.2012 r.  
Zrecenzowano 19.02.2013 r.  
Zaakceptowano 08.03.2013 r.

A – koncepcja  
B – zestawienie danych  
C – analizy statystyczne  
D – interpretacja wyników  
E – przygotowanie maszynopisu  
F – przegląd literatury

## **Model matematyczny procesu zgniatania pojedynczego ziarna w maszynie wytrzymałościowej Instron**

**Oleg CHIGAREV<sup>ABCDEF</sup>**

*Institut Technologiczno-Przyrodniczy w Falentach, Mazowiecki Ośrodek  
Badawczy w Kłudzienku*

### **Streszczenie**

W artykule przedstawiono model matematyczny zgniatania ziarna w maszynie wytrzymałościowej Instron. Opracowany model pokazuje związek między siłą nacisku a odkształceniem względnym oraz współczynnikami sprężystości, lepkości ziarna, prędkością przemieszczania się głowicy zgniatającej oraz polem kontaktu zgniatanego ziarna z głowicą zgniatającą. W otrzymanym modelu uwzględniono cechy reologiczne i sprężyste ziarna. W pracy pokazano związek między współczynnikami lepkości i sprężystości ziarna w zależności od czasu zgniatania ziaren wybranych odmian pszenicy. Przeprowadzone badania eksperymentalne potwierdziły przydatność opracowanego modelu teoretycznego do analizy procesu zgniatania ziarna przeznaczonego na paszę. Ze wzrostem wartości współczynnika lepkości ziarna maleje jego współczynnik sprężystości i rośnie czas jego zgniatania.

**Słowa kluczowe:** ziarno zbóż, zgniatanie ziarna, modelowanie matematyczne, maszyna wytrzymałościowa, współczynnik sprężystości

### **Wstęp**

Poszukiwanie energooszczędnych rozwiązań w produkcji rolniczej z każdym rokiem staje się coraz bardziej aktualne w związku ze wzrostem cen paliw. Dotyczy to również energochłonności przygotowania pasz pochodzenia roślinnego. Z przeprowadzonych dotychczas badań wynika, że pewne oszczędności energii można uzyskać przez zmianę konstrukcji urządzeń zgniatających ziarno. Tematyką rozdrabniania ziarna zajmowali się m.in.: BIRTA i in. [2009]; MIESZKAŁSKI [2009]; ŁYSIAK i LASKOWSKI [1999]; STRUMIŁO [1983] oraz PABIS [1982]. Do płatkowania ziarna najczęściej są wykorzystywane gniotowniki walcowe [ROMAŃSKI

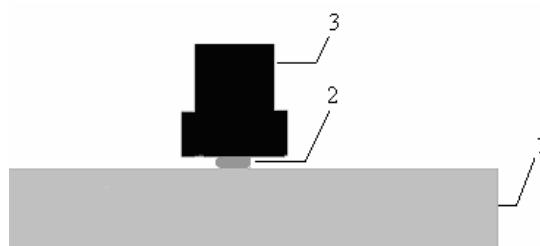


2004; SZYŁO, WOROBEV 2007]. Wyniki badań z tego zakresu były przedmiotem wielu publikacji, jednak dotychczas nie omówiono wyczerpująco tej problematyki.

Celem badań zaprezentowanych w niniejszym artykule było opracowanie matematycznego modelu, opisującego proces zgniatania ziarna umieszczonego pomiędzy dwiema płaskimi płytami oraz ustalenie wpływu podstawowych parametrów ziarna na przebieg tego procesu.

### Materiał i metody badań

Badania zgniatania ziarna przeprowadzono z użyciem odpowiednio wyposażonej maszyny wytrzymałościowej Instron 5566 (rys. 1).



Rys. 1. Maszyna wytrzymałościowa Instron 5566: 1 – płyta dolna, 2 – ziarno, 3 – głowica robocza  
 Fig. 1. Instron 5566 strength testing machine: 1 – bottom plate, 2 – grain crushed, 3 – working head

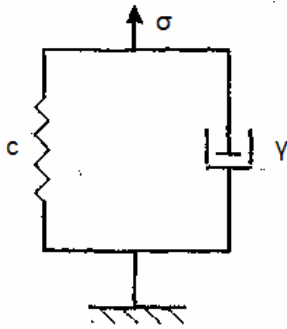
Źródło: opracowanie własne. Source: own elaboration.

Ziarna pszenicy zgniatano między dwiema płaskimi, poziomymi płytami. Ziarno układano na blacie stolika, który pełnił funkcję płyty dolnej i obciążano je płytą górną (tzw. głowicą roboczą maszyny wytrzymałościowej). Nacisk płyty górnej na ziarno był regulowany w zakresie od 1 N do 1 kN. Występujące w głowicy siły oraz jej przemieszczenie były rejestrowane za pomocą specjalnego programu komputerowego MERLIN. Prędkość przemieszczania się głowicy ściskającej wynosiła  $2,5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ , a grubość płatków po zgniciu – 0,4 mm.

Struktura ziarna jest bardzo złożona [ROMAŃSKI 2004]. Na proces jego zgniatania duży wpływ mają takie jego właściwości jak sprężystość i lepkość. Sprężystość ziarna jest związana z pierwszym, a lepkość – z następnymi etapami procesu jego zgniatania.

Z badań ROMAŃSKIEGO i CHIGAREVA [2008] wynika, że deformacja sprężysta jest bardzo mała, a więc model matematyczny procesu zgniatania ziarna na maszynie wytrzymałościowej Instron można rozpatrywać jako model Kelvina-Voighta (rys. 2). Związek między naprężeniem a odkształceniem względnym w punktach kontaktu ziarna z powierzchnią zgniatającą przyjmuje postać [ROMAŃSKI 2004; ISHLINSKII 1986; CHIGAREV, ROMAŃSKI 2008; 2009; CHIGAREV 2010]:

$$\bar{\sigma} = \varepsilon(c + \gamma \frac{d\varepsilon}{dt}) \quad [\text{MPa}] \quad (1)$$



Rys. 2. Reologiczny model mechaniczny Kelvina-Voighta  
Fig. 2. Kelvin-Voigt rheological-mechanical model

Źródło: ISHLIŃSKIJ [1986]. Source: ISHLIŃSKIJ [1986].

gdzie:

- $c$  – moduł sprężystości ziarna [MPa],
- $\gamma$  – współczynnik lepkości ziarna [MPa·s],
- $t$  – czas [s],
- $\varepsilon$  – odkształcenie względne ziarna [-],
- $\delta$  – naprężenie ściskające [MPa].

Ze względu na bardzo małe wymiary ziarna można w przybliżeniu przyjąć, że w miejscu kontaktu ziarna z płytami równoległymi maszyny Instron naprężenie będzie określone wzorem (1). Przebieg procesu zgniatania dolnej części ziarna jest identyczny jak górnej.

Założono, że powierzchnia kontaktu płyty ze zgniatanym ziarnem jest kołem o średnicy  $2r$ . Podczas zgniatania ta powierzchnia zwiększa się, aż do momentu uzyskania wybranego poziomu zgniotu.

Jeżeli  $h$  jest odkształceniem względnym górnej części ziarna ( $h = \frac{\Delta h}{h_0}$ , gdzie:  $h_0$  – grubość początkowa ziarna,  $\Delta h$  – odkształcenie bezwzględne), to – zgodnie z założeniami – zależność siły nacisku głowicy roboczej od naprężenia na powierzchni styku z ziarnem przyjmie postać:

$$P_{zg} = \int_0^h \delta \cdot s \cdot dh \quad (2)$$

gdzie:

$s$  – pole powierzchni kontaktu ziarna ( $s = \pi r^2$ ) z głowicą zgniatającą [mm<sup>2</sup>].

Założmy, że prędkość odkształcenia jest stała, czyli  $\frac{dh}{dt} = v = const$ , wtedy wzór (2) przyjmie postać:

$$P_{zg} = \int_0^h h(c + \gamma v) \cdot s dh \quad (3)$$

Po scałkowaniu mamy:

$$P_{zg} = \frac{sh^2}{2} \cdot (c + \gamma v) \quad (4)$$

Ze wzoru (4) możemy wyznaczyć jedną z niewiadomych, charakteryzujących właściwości ziarna (lepkość dynamiczną i sprężystość), jeśli wartości  $P_{zg}$ ,  $h$ ,  $v$  i  $s$  określimy eksperymentalnie za pomocą maszyny Instron.

### Wyniki badań

Na podstawie badań zgniatania ziarna odmiany Korweta na maszynie Instron wyznaczono średnie parametry tego procesu:  $P = 3000$  N,  $h_0 = 0,003$  m,  $\Delta h = 0,0026$ ,  $s = 0,00001$  m<sup>2</sup>. Moduł sprężystości (dla następujących odmian pszenicy: Jawa, Korweta, Kris, Mikon, Sakwa) przyjęto z badań ROMAŃSKIEGO [2004]. Na wykresach (rys. 3) pokazano zależność współczynnika lepkości od współczynnika sprężystości przy różnych czasach zgniatania ziaren wybranych odmian pszenicy.

Z wykresów (rys. 3) wynika, że czas zgniatania ziarna zależy od współczynnika jego lepkości – im większa jest wartość współczynnika lepkości, tym większy jest czas zgniatania. Większy czas zgniatania ziarna oznacza większą energochłonność tego procesu.

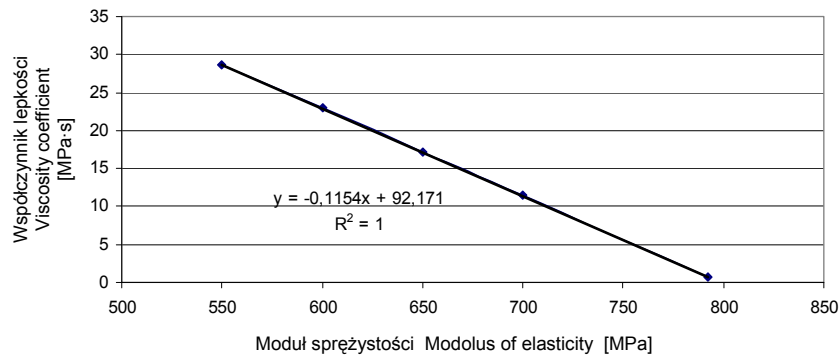
Ze wzrostem współczynnika lepkości ziarna maleje moduł jego sprężystości. Im mniejszy moduł sprężystości, tym mniejsza odporność ziarna na uszkodzenia (pęknięcia), powstające podczas oddziaływania sił zewnętrznych, co jest istotne podczas prac załadunkowych i transportowych.

### Podsumowanie

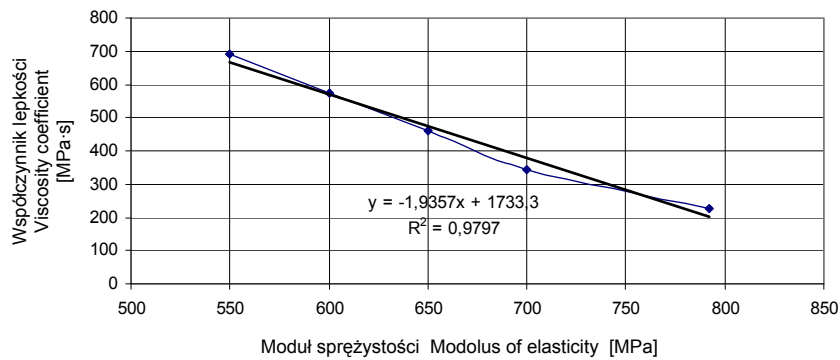
Model matematyczny zgniatania ziarna, opracowany na podstawie wyników badań w maszynie wytrzymałościowej Instron, pokazuje związek między siłą nacisku a odkształceniem względnym, współczynnikami sprężystości i lepkości, prędkością przemieszczania się głowicy roboczej maszyny oraz powierzchnią styku ziarna z głowicą. W otrzymanym modelu uwzględniono cechy reologiczne i sprężyste ziarna. Pokazano zależność współczynnika lepkości od wartości modułu sprężystości przy różnych czasach zgniatania ziaren wybranych odmian pszenicy oraz zależność współczynnika lepkości ziarna od czasu zgniatania.

Przeprowadzone badania eksperymentalne potwierdziły przydatność opracowanego modelu teoretycznego do analizy procesu zgniatania ziarna przeznaczonego na paszę. Model ten może być stosowany w praktyce do segregowania odmian pszenicy ze względu na energochłonność procesu ich zgniatania. Ułatwi to z pewnością podejmowanie decyzji związanych z właściwym doбором odmian przeznaczonych na cele paszowe i spożywcze.

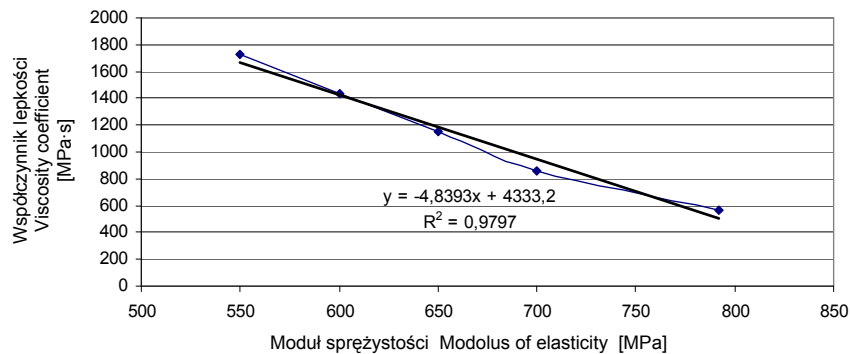
a)



b)



c)



Źródło: opracowanie własne. Source: own elaboration.

Rys. 3. Zależność współczynnika lepkości od wartości modułu sprężystości różnych odmian pszenicy i czasu zgniatania: a) 0,1 s; b) 2 s; c) 5 s

Fig. 3. Dependence of viscosity coefficient on the value of elasticity modulus for grain of various wheat cultivars and time of crushing: a) 0.1 s.; b) 2 s.; c) 5 s

Należy zauważyć, że po przeprowadzeniu dodatkowych badań na innych gatunkach zbóż i wyznaczeniu występujących w modelu współczynników, znacznie poszerzy się zakres jego zastosowania.

## Bibliografia

BIRTA V. S. P., WOMAC A.R., CHEVANAN N., MIU P., IGATHINATHANE C. 2009. Direct mechanical energy measures of hammer mill comminution of switchgrass, wheat straw, and corn stover and analysis of their particle size distributions. *Powder Technology*. Vol. 193 s. 32–45.

CHIGAREV O., ROMAŃSKI L. 2008. Opredelenije kinematičeskich i dinamičeskich parametrov processa pluščenija zerna. W: *Innovacionnye proekty v ohrane okružajušej sredy*. Pr. zbior. Red. E.M. Sokolova. Tula. Izdatelstvo TuIGU s. 10–16.

CHIGAREV O. 2008. Obosnovanije parametrov deformirovanija zerna w processe pluščenija jego v cylindričeskoj drobilke. *Inżynernyj Viestnik*. Nr 2 s. 14–20.

CHIGAREV O., ROMAŃSKI L. 2009. Opredelenije dinamičeskich i pročnostnych svojstv pluščenija zerna. W: *Meždunarodnaja naučno-praktičeskaja konferencija BGATU*. Materiały konferencyjne. Mińsk. Izdatelstvo BGATU s. 244–248.

CHIGAREV O., LISIECKI S. 2009. Analiza procesu deformacji ziarna przy jego zgniataniu na paszę. W: *Problemy intensyfikacji produkcji zwierzęcej z uwzględnieniem ochrony środowiska i standardów UE*. XV Międzynarodowa Konferencja Naukowa. Warszawa, 22–23 września 2009 r. Warszawa. IBMER s. 161–164.

CHIGAREV O. 2010. Model matematyczny procesu deformacji ziarna przy jego zgniataniu. *Bio-agrotechnical Systems Engineering*. Vol. 6 s. 13–19.

ISHLINSKI A. 1986. *Prikladnye zadači mechaniki*. T. 1. Moskva. Nauka ss. 365.

ŁYSIAK G., LASKOWSKI J. 1999. Analiza energochłonności rozdrabniania ziarna zbóż i nasion roślin strączkowych. *Inżynieria Rolnicza*. Nr 5 s. 187–192.

MIESZKALSKI L. 2011. Stan badań i rozwiązań konstrukcyjnych w zakresie obłuskiwania i rozdrabniania ziarna zbóż na potrzeby przemysłu paszowego i spożywczego [online]. Ekspertyza. Projekt Agroiżynieria Gospodarce. [Dostęp 10.01.2013]. Dostępny w Internecie: [www.agengpol.pl](http://www.agengpol.pl)

PABIS S. 1982. *Teoria konwekcyjnego suszenia produktów rolniczych*. Warszawa. PWRiL. ISBN 83-09-00597-0 ss. 228.

ROMAŃSKI L. 2004. Analiza i modelowanie procesu zgniatania ziarna pszenicy. *Zeszyty Naukowe AR Wrocław*. Rozprawy. Nr 220. ISSN 0867-7964 ss. 108.

STRUMIŁO CZ. 1983. *Podstawy teorii i techniki suszenia*. Warszawa. WNT. ISBN 83-204-0418-5 ss. 473.

ŠYLO I., VOROBEV N. 2007. *Sovremennye techničeskie sredstva dlja pljuščenija zerna*. Agropanorama. Nr 4 s. 6–10.

**Oleg Chigarev**

**MATHEMATICAL MODEL DESCRIBING THE PROCESS  
OF CRUSHING SEPARATE GRAIN  
IN AN INSTRON STRENGTH TESTING MACHINE**

**Summary**

Paper presents the mathematical model describing crushing process of a single grain in the Instron strength testing machine. Developed model indicates the relations among the pressing force and relative deformation, grain elasticity and viscosity, displacement velocity of the crushing head and contact field of grain with the head surface. The model takes into account the rheological and elasticity features of grain. Dependence of grain viscosity and elasticity on the crushing time was indicated for selected cultivars of wheat. Carried out experimental investigations confirmed the usability of elaborated theoretical model to analyse the crushing process of grain ground for feed. Along with increasing of grain viscosity, decreases its elasticity ratio, whereas increases the time of its crushing.

**Key words:** cereal grain, grain crushing, mathematical modeling, strength testing machine, elasticity index

Adres do korespondencji

dr inż. Oleg Chigarev

Instytut Technologiczno-Przyrodniczy

Mazowiecki Ośrodek Badawczy w Kłudzienku

05-825 Grodzisk Mazowiecki

tel. 22 724-07-02 wewn. 108; e-mail: o.chigarev@itep.edu.pl

