

Artur POŚWIATA

e-mail: a.poswiata@ichip.pw.edu.pl

Wydział Inżynierii Chemicznej i Procesowej, Politechnika Warszawska, Warszawa

Minimalizacja kosztów ogrzewania fluidalnego rozdrobnionego ciała stałego z wykorzystaniem egzergii gazu odlotowego

Wstęp

W poprzednich pracach [Poswiata i Szwasz, 2012; Poświata, 2012] przedstawiono wyniki obliczeń optymalizacyjnych dla procesu ogrzewania rozdrobnionego ciała stałego we fluidalnym poziomym aparacie fluidalnym, w których uwzględniono dyspersję osiową przy przepływie cząstek ciała stałego. Jednak prezentowane dotychczas wyniki dotyczyły procesów, w których egzergia gazów odlotowych nie jest wykorzystywana w dalszych procesach.

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki optymalizacji procesu ogrzewania, w którym egzergia gazów opuszczających złożę fluidalne jest w całości wykorzystywana w dalszych procesach. W obliczeniach optymalizacyjnych poszukuje się profilu temperatury gazu wlotowego wzdłuż aparatu fluidalnego oraz całkowitego przepływu gazu, które minimalizują całkowity koszt procesu.

Model optymalizacyjny

Model optymalizacyjny procesu obejmuje oprócz matematycznego modelu procesu obejmuje również wskaźnik jakości. W niniejszych rozważaniach optymalizacyjnych jako wskaźnik jakości przyjęto funkcję opisującą całkowity koszt fluidalnego procesu ogrzewania, który jest wyrażony w jednostkach egzergii. Wyprowadzenie zastosowanego wskaźnika jakości można znaleźć w literaturze [Berry, 2000; Poswiata i Szwasz, 2010], a jego ostateczna postać jest następująca:

$$I = \int_0^{t_k} \left(\frac{1}{2} A \tau_g^2 - \frac{1}{2} A \tau_k^2 + \kappa \right) dt \quad (1)$$

gdzie:

τ_g i τ_k – temperatury zastępcze, zdefiniowane jako różnica rzeczywistej temperatury i temperatury otoczenia, określającymi temperaturę gazu, odpowiednio na wlocie i wylocie ze złoża fluidalnego,

A – stała obliczana jako iloraz ciepła właściwego gazu i temperatury otoczenia,

κ – tzw. egzergetyczny współczynnik kosztów inwestycyjnych i przetwarzania gazu.

Pierwszy wyraz funkcji podcałkowej opisuje egzergię gazu wlotowego do złoża fluidalnego, człon drugi opisuje egzergię gazu odpływającego ze złoża, która wykorzystana w innych procesach obniża koszty procesu ogrzewania, natomiast wyraz trzeci (współczynnik κ) uwzględnia koszt zakupu aparatury oraz koszt tłoczenia gazu przez aparat fluidalny.

Równanie bilansu entalpowego dla różniczkowej długości złoża fluidalnego można zapisać w następującej postaci [Poświata i Szwasz, 2012; Poświata, 2012]:

$$\frac{d^2\tau}{dt^2} - P \frac{d\tau}{dt} + PK\beta(\tau_g - \tau) = 0 \quad (2)$$

gdzie:

τ – zastępcza temperatura ciała stałego,

t – bezwymiarowy przepływ gazu, stosunek aktualnego masowego przepływu gazu do masowego przepływu ciała stałego. Dla szybkości przepływu gazu stałej wzdłuż złoża wartość t jest jednoznacznie związana z odległością bilansowanego wycinka złoża od początku aparatu. W teorii optymalizacji wielkość t nazywana jest *czasem*, mimo że nie jest to czas fizyczny.

β – współczynnik opisujący kinetykę transportu ciepła między gazem i cząstkami ciała stałego,

K – stosunek średnich ciepł właściwych gazu i ciała stałego,

P – parametr procesu, stosunek liczby Pecleta i całkowitego bezwymiarowego przepływu gazu, ale może być obliczony za pomocą innych parametrów procesu

$$P = \frac{Pe}{t_k} = \frac{u_s^2 \rho_s z}{Du_g \rho_g} \quad (3)$$

D – współczynnik dyspersji osiowej,

u_g – pozorna prędkość przepływu gazu,

u_s – pozorna prędkość przepływu ciała stałego,

z – wysokość złoża,

ρ_g – gęstość gazu,

ρ_s – gęstość ciała stałego.

Stosowany w obliczeniach optymalizacyjnych ciągły algorytm Zasady Maksimum (algorytm Pontryagina) [Sieniutycz, 1991] wymaga, aby model procesu opisany był układem równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu. Zatem po przekształceniu równania (2) otrzymuje się

$$\frac{d\tau}{dt} = \theta \quad (4)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = P\theta - PK\beta(\tau_g - \tau) \quad (5)$$

Opierając się na warunkach brzegowych Danckwertsza warunki brzegowe dla równań (4) i (5) można zapisać w postaci

$$t=0 \quad \theta = P\tau \quad (6)$$

$$t=t_k \quad \theta = 0, \quad \tau = \tau_s \quad (7)$$

Warunek (6) jest słuszny dla przypadku, w którym początkowa, wlotowa temperatura ciała stałego jest równa temperaturze otoczenia.

Optymalizacja

Równania (4) i (5) nazywane są równaniami stanu lub transformacjami stanu. Korzystając z tych równań można zdefiniować hamiltonian, który ma następującą postać:

$$H = \frac{1}{2} A \tau_g^2 - \frac{1}{2} A \tau_k^2 + \kappa + z_\tau \theta + z_\theta [P\theta - PK\beta(\tau_g - \tau)] \quad (8)$$

gdzie: z_θ i z_τ – zmienne sprzężone.

Łatwo zauważyć, że hamiltonian (8) nie jest jawną funkcją tzw. czasu t . Proces taki nazywa się procesem autonomicznym. Dla procesów autonomicznych hamiltonian pozostaje stały wzdłuż całej trajektorii optymalnej. Ponadto dla wskaźnika jakości mającego postać równania (1) i swobodnego czasu końcowego, t_k , hamiltonian ten dla procesu optymalnego będzie równy 0.

Warunkiem optymalności temperatury wlotowej gazu jest zerowanie się pochodnej hamiltonianu po tej temperaturze. Po wykorzystaniu wyrażenia na temperaturę wylotową gazu i uproszczeniu otrzymuje się

$$\frac{\partial H}{\partial \tau_g} = A\beta[\tau_g + (1-\beta)(\tau_g - \tau)] - z_\theta PK\beta = 0 \quad (9)$$

Pochodne hamiltonianu po zmiennych sprzężonych prowadzą do odtworzenia zmiennych stanu, natomiast pochodne po zmiennych stanu prowadzą do równań sprzężonych o następującej postaci:

$$\frac{dz_\tau}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \tau} = A\beta[\tau_g - \beta(\tau_g - \tau)] - z_\theta PK\beta \quad (10)$$

$$\frac{dz_\theta}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = -z_\tau - z_\theta P \quad (11)$$

Warunki brzegowe dla zmiennych sprzężonych wynikają z tzw. warunków transversalności [Sieniutycz, 1991]. Dla początku trajektorii optymalnej zmienne sprzężone muszą spełniać następującą zależność

$$t = 0 \quad z_\tau = -Pz_\theta, \quad (12)$$

natomiast dla końca trajektorii optymalnej wartości zmiennych sprzężonych są nieokreślone, ponieważ zadane są wartości zmiennych stanu.

Optymalizując rozważany proces należy scałkować różniczkowe równania stanu (4) i (5) oraz równania sprzężone (10) i (11) rozwiązując w każdym kroku całkowania algebraiczne równanie (9). Rozpoczęcie obliczeń optymalizacyjnych wymaga założenia nieznanymi wartości zmiennych stanu i zmiennych sprzężonych.

Wykorzystując warunki brzegowe hamiltonian (8) przyjmuje postać analogiczną jak dla procesu bez dyspersji [Poświata i Szwałt, 2010]. Można zatem wykorzystać rozwiązanie dla takiego procesu do obliczenia wartości optymalnej temperatury gazu dla początku i końca trajektorii optymalnej

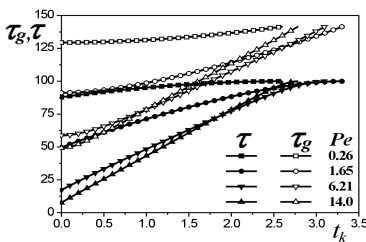
$$\hat{\tau}_g = \tau + \sqrt{2\kappa/(A\beta(2-\beta))}. \quad (13)$$

Dzięki temu rozpoczęcie obliczeń optymalizacyjnych jest możliwe po założeniu tylko jednej nieznannej wartości zmiennej stanu lub zmiennej sprzężonej.

Wyniki obliczeń optymalizacyjnych

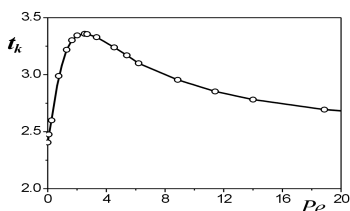
Wszystkie obliczenia wykonano dla stałej wlotowej temperatury ciała stałego równej temperaturze otoczenia i określonej temperatury końcowej ciała stałego ($\tau_s = 100$). Początkowa temperatura ciała stałego w aparacie dla $t = 0$ wynika z warunku brzegowego (6) i jest inna dla każdej wartości liczby Pecleta.

Na rys. 1 przedstawiono profile optymalnej temperatury gazu oraz temperatury ciała stałego wzdłuż aparatu dla kilku wartości liczby Pecleta oraz stałej wartości kinetycznego współczynnika β równej 1. Końcowa optymalna temperatura gazu jest zgodnie z równaniem (13) jednakowa dla wszystkich rozważanych przypadków, ponieważ stała jest temperatura końcowa ciała stałego, natomiast różny jest tzw. czas końcowy, t_k . Można jednak również na rys. 1 zauważyć, że zależność tzw. czasu końcowego od liczby Pecleta jest niemonotoniczna.



Rys. 1. Profile optymalnej temperatury gazu i temperatury ciała stałego

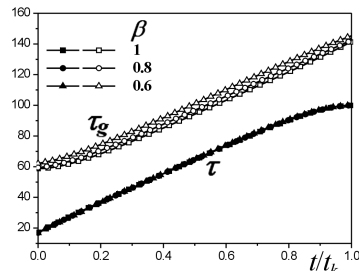
Zależność optymalnego czasu końcowego od liczby Pecleta przedstawiona jest na rys. 2. Wraz ze wzrostem wartości liczby Pecleta całkowity optymalny przepływ gazu, t_k , początkowo rośnie, a następnie po osiągnięciu wartości maksymalnej spada dążąc asymptotycznie do wartości przepływu gazu właściwej dla procesu z tłokowym przepływem ciała stałego. Podobny przebieg ma zależność $t_k = f(Pe)$, dla przypadku braku wykorzystywania egzergii gazów odlotowych



Rys. 2. Zależność optymalnego czasu procesu (tzw. czasu procesu) od liczby Pecleta, $t_k = f(Pe)$

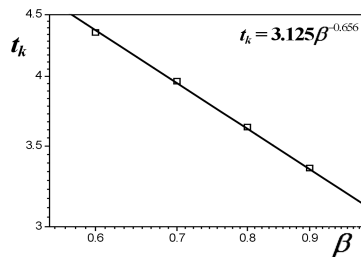
Optymalne przepływy gazu dla procesów bez wykorzystywania egzergii gazów odlotowych są zdecydowanie mniejsze niż w przypadku, gdy jest wykorzystywana cała egzergia gazu odlotowego.

Na rys. 3 przedstawiono profile optymalnej temperatury gazu wlotowego oraz temperatury ciała stałego dla trzech wartości współczynnika kinetycznego β . Profile te przedstawiono dla zredukowanego czasu zdefiniowanego jako iloraz czasu bieżącego do końcowego czasu procesu. Jak pokazano na rys. 3 profile temperatury ciała stałego dla zredukowanego czasu są jednakowe dla wszystkich wartości współczynnika β , czyli są niezależne od kinetyki procesu wymiany ciepła. Natomiast profile optymalnej temperatury gazu zależą od wartości β , przeciwnie niż to było w przypadku braku wykorzystywania egzergii gazów odlotowych [Poświata i Szwałt, 2012; Poświata, 2012].



Rys. 3. Profile optymalnej temperatury gazu i temperatury ciała stałego dla stałej wartości liczby Pecleta, $Pe = 6,2$

Zależność optymalnego czasu końcowego procesu od współczynnika β pokazano na rys. 4. We współrzędnych logarymicznych zależność ta jest w bardzo dobrym przybliżeniu zależnością liniową.



Rys. 4. Zależność optymalnego czasu końcowego od współczynnika β dla stałej wartości liczby Pecleta $Pe = 6,2$

Wnioski

W pracy przedstawiono wyniki optymalizacji procesu ogrzewania rozdrobnionego ciała stałego w poziomym aparacie fluidalnym z dyspersyjnym przepływem ciała stałego wzdłuż aparatu oraz w przypadku wykorzystywania egzergii gazów odlotowych.

Na końcu i początku trajektorii optymalnej problem optymalizacyjny redukuje się do problemu jak bez dyspersji osiowej, co pozwala na zmniejszenie liczby zakładanych zmiennych w celu przeprowadzenia obliczeń optymalizacyjnych.

Dla stałej liczby Pecleta zależność optymalnego czasu procesu od kinetycznego współczynnika β jest liniowa w układzie podwójnie logarymicznym. Profil temperatury ciała stałego dla procesu optymalnego przedstawiony dla zredukowanego czasu jest niezależny od wartości współczynnika β .

LITERATURA

Berry R.S. i in., 2000. *Thermodynamic optimization of finite time processes*. Wiley, New York
 Poświata A., Szwałt Z., 2010. Minimum of exergy consumption in a horizontal fluidized heat exchanger. *Heat Trans. Res.*, **41**, 3, 265-282, DOI: 10.1615/HeatTransRes.v41.i3.50
 Poświata A., Szwałt Z., 2012. Optymalizacja ogrzewania fluidalnego z dyspersyjnym przepływem ciała stałego. *Inż. Ap. Chem.*, **51**, nr 6, 370-372
 Poświata A., 2012. *Optimization of fluidized horizontal heat exchanger with lengthwise dispersion*, Int. Symp. Advances in Computational Heat Transfer, CHT-12. Bath, England, 1-6 July
 Sieniutycz S., 1991. *Optymalizacja w inżynierii procesowej*. WNT, Warszawa