

**Jacek PASZEK, Piotr KANIEWSKI**

WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA, WYDZIAŁ ELEKTRONIKI, INSTYTUT RADIOELEKTRONIKI,  
ul. Gen. Sylwestra Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

## Badanie czujników inercjalnych z wykorzystaniem metody analizy widmowej

Mgr inż. Jacek PASZEK

Mgr inż. Jacek Paszek uzyskał dyplom na Wydziale Mechatroniki WAT na specjalności Automatyka Przemysłowa. Obecnie jako doktorant oraz pracownik na Wydziale Elektroniki WAT prowadzi badania nad błędami czujników inercjalnych. Zajmuje się opracowywaniem i implementacją systemów automatyki i pomiarów wykorzystujących czujniki wielkości fizycznych. Swoje zainteresowania skupia wokół systemów wbudowanych.



e-mail: [jpaszek@wat.edu.pl](mailto:jpaszek@wat.edu.pl)

Plk dr hab. inż. Piotr KANIEWSKI

Absolwent i pracownik naukowo-dydaktyczny Wojskowej Akademii Technicznej zatrudniony na stanowisku profesora nadzwyczajnego. Pełni funkcję Dyrektora Instytutu Radioelektroniki Wydziału Elektroniki WAT. Prowadzi wykłady z przedmiotów tematycznie związanych z przetwarzaniem sygnałów oraz z systemami nawigacyjnymi. Jego zainteresowania naukowe koncentrują się na systemach pokładowych bezzałogowych statków powietrznych, algorytmach przetwarzania sygnałów i danych oraz integracji systemów nawigacyjnych.



e-mail: [pkaniewski@wat.edu.pl](mailto:pkaniewski@wat.edu.pl)

### Streszczenie

W artykule przedstawiono wyniki badań losowych zakłóceń pomiarów czujników inercjalnych z wykorzystaniem metody analizy widmowej. Do uzyskania wyników wykorzystano metodę analizy Gęstości Widmowej Mocy (GWM) sygnału z czujnika w celu wyznaczenia charakterystyk źródeł zakłóceń. Przedstawione zostały wyniki badań eksperymentalnych oraz ich porównanie z wynikami uzyskanymi metodą wariancji Allana (AV). Na koniec dokonano porównania wyników graficznej interpretacji krzywych GWM i AV analizowanych danych.

**Słowa kluczowe:** sensory inercjalne, zakłócenia losowe, gęstość widmowa mocy.

### Testing inertial sensors with use of the spectral analysis method

#### Abstract

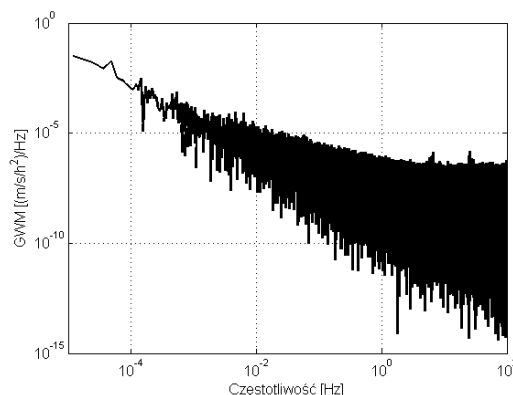
The accuracy of Inertial Navigation Systems (INS) is limited by the performance of used inertial sensors. The measurement precision of gyroscopes and accelerometers is limited due to systematic and random errors. The systematic errors are deterministic and can be easily removed from measurements using mathematical modeling and calibration. The origin of the random errors is electronic noise which interferes in the full measurement spectrum. Thus, this error cannot be fully removed from the acquired data using filtering. Estimation of the random noise errors can be done using Power Spectral Density (PSD) or Allan Variance (AV) method [1, 2, 4, 6]. Both methods are used to decompose noise to its basic sources described by the power spectral model  $1/f^n$  [2, 3]. In this paper, the estimation of random noises using the PSD method is shown. The error model used for sensor analysis and the methodology of experiment are described. The spectral analysis of the random errors of the inertial sensors allows comparing the performance of the sensors made in different technologies i.e. microelectro-mechanical gyroscopes (MEMS) and fiber optic gyroscopes (FOG). The PSD and AV methods give information about noise sources which can be used to model and simulate the inertial sensors noise.

**Keywords:** inertial sensors, random noise, power spectral density.

### 1. Wstęp

W artykule przedstawiono wyniki badań źródeł błędów losowych czujników inercjalnych z wykorzystaniem metody analizy widmowej. W badaniach posłużono się metodą analizy Gęstości Widmowej Mocy (GWM) sygnału z czujnika w celu wyznaczenia parametrów źródeł zakłóceń.

Analizie poddano sygnały z czujnika IMU300CC produkcji Crossbow. Urządzenie typu Inertial Measurement Unit (IMU) składa się z triady giroskopów i przyspieszoniomierzy wykonanych w technologii mikro-elektromechanicznej (MEMS – Micro Electro-Mechanical Systems). Wykorzystana technologia MEMS pozwala zmniejszyć konstrukcję elementów pomiarowych kosztem ich wrażliwości na zakłócenia.



Rys. 1. IMU 300CC - Wykres GWM danych pomiarowych z przyspieszoniomierza (Oś X)

Fig. 1. IMU 300CC – PSD plot of the measured acceleration data (X axis)

Podstawowe parametry specyfikacji czujników podawane przez producentów pozwalają na określenie przybliżonej dokładności systemu nawigacji inercjalnej (INS – Inertial Navigation Systems). Rzeczywistą dokładność INS można określić badając właściwości wykorzystanego w systemie czujnika inercjalnego, którego parametry mogą zmieniać się z czasem wskutek starzenia elementów pomiarowych.

Wartość błędów losowych czujników wyznacza się wykorzystując metodę GWM [2, 4] lub korzystając z metody analizy w dziedzinie czasu – np. metody wariancji Allana (AV) [1, 2, 4, 6].

### 2. Analiza danych z czujników inercjalnych metodą Gęstości Widmowej Mocy

Metody analizy widmowej wykorzystywane są do badania właściwości sygnałów w dziedzinie częstotliwości, do której transformuje się je z wykorzystaniem przekształcenia Fouriera. Analizę spektralną z powodzeniem stosuje się również do badania parametrów szumowych czujników inercjalnych, takich jak przyspieszoniomierze czy giroskopy.

Podstawową metodą analizy częstotliwościowej sygnałów losowych jest estymacja Gęstości Widmowej Mocy (GWM) badanego sygnału. Funkcja GWM  $S(f)$  jest transformatą Fouriera funkcji autokorelacji  $R_{xx}(\tau)$  sygnału [7]:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1)$$

Funkcję  $S(f)$ , po przekształceniach, dla dyskretnych sygnałów stacjonarnych można opisać równaniem [7]:

$$S(f) = \frac{1}{2N+1} |X_n(f)|^2 \quad (2)$$

gdzie:  $X_n(f)$  – transformata Fouriera dyskretnego sygnału  $x(n)$ ,  
 $N$  – liczba elementów szeregu  $X_n(f)$ .

Określony równaniem (2) periodogram  $S(f)$  jest podstawowym równaniem wykorzystywanym do estymacji funkcji GWM przy pomocy metody Welch [7, 8]. Opisana przez Petera Welch metoda może być wykorzystana podczas analizy źródeł błędów losowych czujników inercjalnych, a wyniki uzyskane z wykorzystaniem GWM można porównywać z wynikami analizy metodą AV [1, 2, 6] ze względu na zależność opisującą związek  $S(f)$  z wariancją Allana  $\sigma^2(\tau)$ :

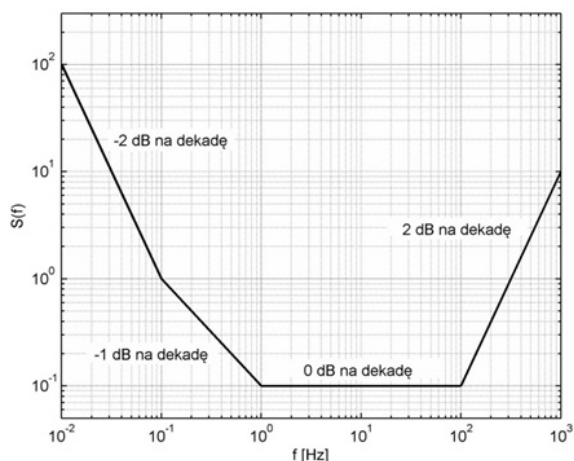
$$\sigma^2(\tau) = 4 \int_0^\infty S(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df \quad (3)$$

Analiza danych pomiarowych z wykorzystaniem GWM odbywa się w ten sam sposób jak w przypadku AV [1, 2, 6]. Z wykresu funkcji  $S(f)$  należy odczytać wartości współczynników nachylenia prostych, których odcinki reprezentują różne typy zakłóceń losowych opisanych modelem (4). Analizę wykonuje się na wykresie o osiach logarymicznych i jednostronnej funkcji GWM. Rys. 2 przedstawia hipotetyczny kształt  $S(f)$  z oznaczonym nachyleniem prostych.

Ogólna zależność opisująca model procesów losowych jest iloczynem wykładniczej funkcji częstotliwości  $f^\alpha$  w przedziale  $(0, f_c)$  i stałego współczynnika  $h_\alpha$  [2, 3]:

$$S(f) = \begin{cases} \sum_{-2}^{+2} h_\alpha f^\alpha & 0 < f \leq f_c \\ 0 & f > f_c \end{cases} \quad (4)$$

gdzie:  $h_\alpha$  – stały współczynnik,  $\alpha$  – współczynnik szumu,  $f_c$  – częstotliwość odcięcia filtra dolnoprzepustowego.



Rys. 2. Hipotetyczny kształt funkcji GWM dla danych z badanych czujników inercjalnych

Fig. 2. Hypothetical shape of the inertial sensor PSD plot

Współczynnik  $\alpha$  determinuje rodzaj szumu, a wartość  $h_\alpha$  służy do wyznaczenia intensywności procesu losowego.

Zależność (4) opisuje 5 procesów losowych, z których w analizie danych z czujników inercjalnych wyróżnia się 4 główne źródła błędów: szum kwantyzacji, szum ARW/VRW (Angle Random Walk, Velocity Random Walk), szum BI (Bias Instability), szum RRW/RW (Rate Random Walk, Random Walk).

Zależności pomiędzy funkcją GWM i poszczególnymi błędami szczegółowo omówiono w [1, 2] i zestawiono w tabeli 2.

Tab. 1. Zależność pomiędzy nachyleniem krzywej  $S(f)$  na wykresie loglog, a rodzajem błędu losowego

Tab. 1. Slope of the curve on the graph for given noise sources

Nachylenie krzywej $S(f)$ [dB/dek.]	Źródła błędu giroskopów	Źródła błędu przyspieszeniometry
2	Szum kwantyzacji	Szum kwantyzacji
0	Szum ARW	Szum VRW
-1	Szum BI	Szum BI
-2	Szum RRW	Szum RW

Tab. 2. Wybrane zależności między współczynnikami szumów i GWM

Tab. 2. Selected relationships between noise sources coefficients and the PSD

Wartość $S(f)$	Źródło błędu
$\begin{cases} \frac{4Q^2}{\tau_0} \sin^2(\pi f \tau_0) \\ \approx (2\pi f)^2 \tau_0 Q^2 \quad \text{dla } f < 1/2\tau_0 \end{cases}$ $\tau_0$ – okres próbkowania sygnału	Współczynnik szumu kwantyzacji – Q
$N^2$	Współczynnik szumu ARW/VRW – N
$\left(\frac{B}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{f}$	Współczynnik szumu BI – B
$\left(\frac{K}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{f^2}$	Współczynnik szumu RRW/RW – K

### 3. Wstęp

Przedstawiona w artykule metoda określania parametrów źródeł błędów losowych została wykorzystana do analizy właściwości czujnika inercjalnego typu IMU 300CC [5] wyprodukowanego przez firmę Crossbow. Urządzenia typu IMU składają się z triady giroskopów i przyspieszeniometry, których przetworniki pomiarowe wykonano w technologii MEMS.

Tab. 3. Wyznaczone wartości błędów ARW i BI przy pomocy metody GWM z dwóch pomiarów

Tab. 3. The values of ARW and BI error from two measurements using PSD

Źródło błędu	Oś		
	x (roll)	y (pitch)	z (yaw)
ARW Pomiar 1	0,016 $^\circ/\sqrt{s}$	0,020 $^\circ/\sqrt{s}$	0,020 $^\circ/\sqrt{s}$
	0,96 $^\circ/\sqrt{h}$	1,20 $^\circ/\sqrt{h}$	1,20 $^\circ/\sqrt{h}$
ARW Pomiar 2	0,016 $^\circ/\sqrt{s}$	0,020 $^\circ/\sqrt{s}$	0,020 $^\circ/\sqrt{s}$
	0,96 $^\circ/\sqrt{h}$	1,20 $^\circ/\sqrt{h}$	1,20 $^\circ/\sqrt{h}$
BI pomiar 1	0,0031 $^\circ/\sqrt{s}$	0,0017 $^\circ/\sqrt{s}$	0,0028 $^\circ/\sqrt{s}$
	11,16 $^\circ/\sqrt{h}$	6,12 $^\circ/\sqrt{h}$	10,08 $^\circ/\sqrt{h}$
BI Pomiar 2	0,0028 $^\circ/\sqrt{s}$	0,0021 $^\circ/\sqrt{s}$	0,0028 $^\circ/\sqrt{s}$
	10,08 $^\circ/\sqrt{h}$	7,56 $^\circ/\sqrt{h}$	10,08 $^\circ/\sqrt{h}$

Wyniki badań metodą GWM zostały porównane z wynikami badań właściwości źródeł błędów losowych wyznaczonych metodą AV, przedstawionymi w artykule [1].

W celu uzyskania powtarzalności wyników, w trakcie dwóch sesji pomiarowych, eksperymenty wykonano zapewniając jednakowe warunki środowiskowe. Czujnik umieszczony został wewnątrz ciepłarki CLW 115 STD, która stabilizowała temperaturę  $25 \pm 0,2^\circ\text{C}$  w trakcie przeprowadzonych badań.

Tab. 4. Porównanie wartości średnich ARW dla osi x, y, z giroskopów czujnika IMU 300CC wyznaczonych metodami GWM i AV [1]

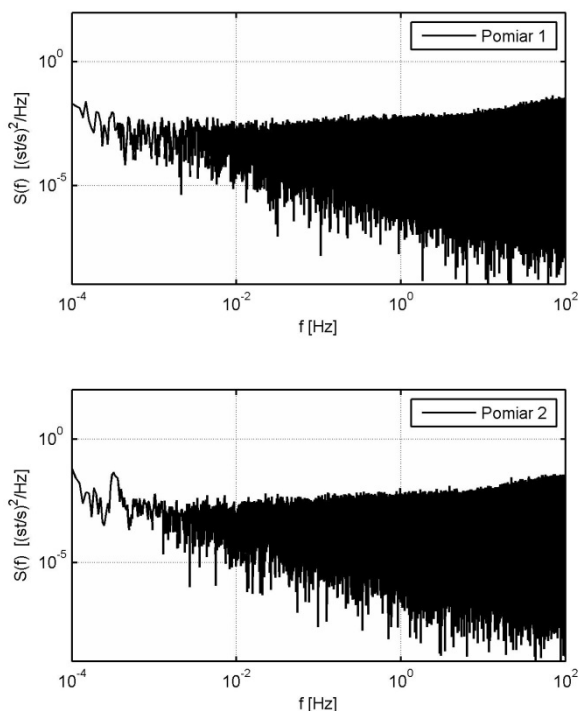
Tab. 4. ARW comparison for x, y, z axes measured using PSD and AV from IMU 300CC gyroscopes

ARW			
Oś	x (roll)	y (pitch)	z (yaw)
GWM	0,016 °/s	0,020 °/s	0,020 °/s
AV	0,024 °/s	0,029 °/s	0,030 °/s

Tab. 5. Porównanie wartości średnich BI dla osi x, y, z giroskopów czujnika IMU 300CC wyznaczonych metodami GWM i AV [1]

Tab. 5. BI comparison for x, y, z axes measured using PSD and AV from IMU 300CC gyroscopes

BI			
Oś	x (roll)	y (pitch)	z (yaw)
GWM	0,0029 °/s	0,0019 °/s	0,0028 °/s
AV	0,0013 °/s	0,0015 °/s	0,0015 °/s



Rys. 3. Porównanie wartości GWM pomiarów 1 i 2 osi y giroskopu czujnika IMU 300CC

Fig. 3. Comparison of measurement 1 and 2 PSD for y axis of the IMU 300CC gyroscope sensor

Analizie poddano dane zarejestrowane z częstotliwością 207 Hz w ciągu 812 minut, które oznaczono nazwami „pomiar 1” i „pomiar 2”. Badaniu poddano sygnały prędkości kątowych osi x (roll), y (pitch), z (yaw) wyrażonych w jednostce miary [°/s].

Wartości błędów ARW i BI z obu pomiarów uśredniono i porównano ze średnimi wartościami błędów wyznaczonych metodą AV [1]. Wyniki zestawiono w tabelach 4 i 5.

#### 4. Wnioski i dyskusja wyników

Przedstawioną w artykule metodę analizy widmowej wykorzystano do określania wartości błędów losowych giroskopów czujnika IMU 300CC. Analiza wykresów GWM, uzyskanych z wykorzystaniem metody Welch, pozwoliła wyznaczyć współczynniki szumów Q, N i B. Wartość wymienionych współczynników wyznaczono dwukrotnie na podstawie dwóch niezależnych pomiarów wykonanych w identycznych warunkach środowiskowych.

Wykresy GWM sygnałów pomiarowych przedstawione na rys. 1 (przyśpieszoniomierz – oś x) i Rys. 2 (giroskop – oś y) charakteryzują się dużą zmiennością, która utrudnia poszukiwanie i interpretację krzywych. Wyznaczone przy ich pomocy współczynniki szumów obciążone są błędem zależącym od wiedzy i doświadczenia osoby analizującej dane.

Dokładność wyznaczenia błędów z wykorzystaniem metody AV również zależy od osoby interpretującej krzywe. Zmienność wykresu AV jest mniejsza niż wykresów GWM wskutek czego analiza krzywych Allana pozwala na szybsze i dokładniejsze wyznaczenie wielkości błędów.

*Projekt współfinansowany przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju w ramach Programu Badań Stosowanych jako Projekt Badawczy PBS1/B3/15/2012.*

#### 5. Literatura

- [1] Paszek J., Kaniewski P.: Zastosowanie metody wariancji Allana do analizy źródeł błędów losowych sensorów inercjalnych, *Elektronika - Konstrukcje, Technologie, Zastosowania*, (2014), nr 3.
- [2] IEEE standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros, IEEE Std 952-1997, (1998).
- [3] IEEE Standard Definitions of Physical Quantities for Fundamental Frequency and Time Metrology Random Instabilities, IEEE Std 1139-2008, (2009).
- [4] Titterton D. H., Weston J. L., *Strapdown inertial navigation technology*, The Institution of Engineering and Technology, (2004).
- [5] IMU300CC-100 Datasheet, Crossbow Technology.
- [6] Quinchia A.G., Ferrer C., Falco G., Falletti E., Dosis F.: Analysis and modelling of MEMS inertial measurement unit, *International Conference on Localization and GNSS (ICL-GNSS)*, Starnberg 2012.
- [7] Zieliński T. P.: *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów: od teorii do zastosowań*, Wydawnictwa Komunikacji Łączności, 2005.
- [8] Welch P. D., The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms, *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, 15 (1967).

*otrzymano / received: 12.06.2014*

*przyjęto do druku / accepted: 01.08.2014*

*artykuł recenzowany / revised paper*