

Ryszard NAWROWSKI*
Zbigniew STEIN*
Maria ZIELIŃSKA*

ZAGADNIENIA STANÓW DYNAMICZNYCH TRÓJFAZOWYCH SILNIKÓW INDUKCYJNYCH W WYBRANYCH NIESYMETRYCZNYCH UKŁADACH POŁĄCZEŃ

W referacie przedstawiono niektóre zagadnienia występujące podczas procesów dynamicznych trójfazowych silników indukcyjnych przy wybranych niesymetrycznych układach połączeń. Przy wykorzystaniu podstawowych równań różniczkowych opisujących pracę trójfazowych silników indukcyjnych w stanach dynamicznych przedstawiono wybrane charakterystyki ilustrujące zachowanie się maszyn, zwłaszcza podczas rozruchu, przy niesymetrycznych układach połączeń.

1. WPROWADZENIE

Problematyka stanów dynamicznych maszyn elektrycznych pojawiła się stosunkowo niedawno, bo dopiero wraz nowoczesnym sprzętem obliczeniowym. Teoria maszyn elektrycznych obejmująca stany pracy przy stałej wartości prędkości obrotowej a także zagadnienia stanów elektromagnetycznie niustalonych przy stałej prędkości wirowania były opracowane dość dawno. Badanie stanów dynamicznych, czyli badanie zachowania się maszyn w stanach elektromagnetycznie niustalonych przy zmiennej prędkości obrotowej, stało się możliwe dopiero po pojawieniu się odpowiedniego sprzętu obliczeniowego i odpowiadających temu sprzętowi programów obliczeniowych. Badania stanów dynamicznych można prowadzić przy wykorzystaniu metod obwodowych i polowych. W artykule skoncentrowano się na metodzie obwodowej, bardziej nadającej się do wykorzystania przy analizie zagadnień eksploatacyjnych. W nowoczesnych zautomatyzowanych układach napędowych stany dynamiczne maszyn elektrycznych występują nieomal ciągle i dlatego znajomość zachowania się maszyn w tych stanach ma duże znaczenie praktyczne.

* Politechnika Poznańska.

2. PODSTAWOWE RÓWNANIA RUCHU PRZETWORNIKA ELEKTROMECHANICZNEGO

Równanie stanu elektromechanicznego przetwornika o ruchu obrotowym przy założeniu, że moment bezwładności nie zależy od czasu oraz przy pominięciu podatności w ruchu obrotowym i tłumienia mechanicznego można zapisać w postaci (1):

$$M(t) = J \left(\frac{d^2}{dt^2} \nu(t) \right) + M_m \quad (1)$$

gdzie: J - całkowity moment bezwładności mas wirujących, M_m - moment mechaniczny obciążenia, ν - kąt przesunięcia osi uzwojeń wirnika względem stojana

$$\nu = \int \omega(t) dt$$

ω - prędkość kątowna wirnika, $\omega_s = 2 \cdot \pi \cdot f_s$ - prędkość kątowna pola wirującego, $M(t)$ - moment elektromagnetyczny.

Moment elektromagnetyczny asynchronicznego przetwornika elektromechanicznego otrzymany z funkcjonału przemiany energii ma postać (2):

$$M(t) = \frac{p}{2} \left(\sum_{s=A}^m \sum_{w=n}^n i_s(t) i_1(t) \frac{d}{d\nu} L_{sw} \right) \quad (2)$$

gdzie: $i_s(t)$, $i_w(t)$ - chwilowe prądy stojana oraz wirnika, L_{sw} - współczynnik indukcyjności wzajemnej pomiędzy poszczególnymi uzwojeniami fazowymi stojana i wirnika, p - liczba par biegunów.

Moment elektromagnetyczny można też zapisać w funkcji macierzowych postaci prądów zobrazowany równaniem (3):

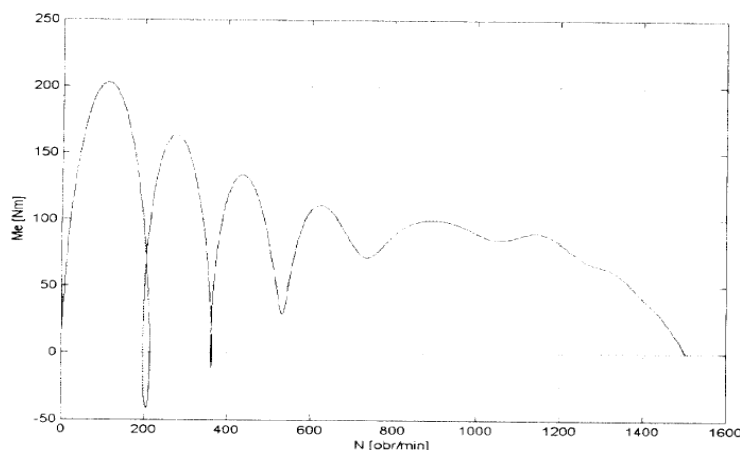
$$M(t) = p(i_A(t) i_B(t) i_C(t)) \frac{d}{d\nu} \begin{pmatrix} L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{pmatrix} \quad (3)$$

gdzie: $[i_s(t)]$, $[i_w(t)]$ - macierze chwilowych prądów stojana oraz wirnika, $[L_{sw}]$ - macierz indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik.

Stany dynamiczne maszyn indukcyjnych można badać przy wykorzystaniu metod obliczeniowych lub pomiarowych. Obie metody nie są najprostsze, bowiem obie wymagają dobrego sprzętu obliczeniowego lub pomiarowego. W artykule przedstawiono wybrane wyniki obliczeń stanów dynamicznych oraz wynikających z nich stanów ustalonych. Do przeprowadzenia obliczeń numerycznych oraz symulacji różnych rodzaju przebiegów, również przebiegów czasowych, można wykorzystać np. program MATLAB firmy MathWorks.

3. PODSTAWOWE CHARAKTERYSTYKI STANÓW DYNAMICZNYCH

Jako rezultat różnego rodzaju obliczeń oraz symulacji komputerowych dla stanów dynamicznych przedstawia się przede wszystkim przebiegi czasowe prądów a także przebiegi momentów, które wyznacza się w funkcji czasu, lub w nawiązaniu do stanów ustalonych, w funkcji prędkości obrotowej. Nie są to jednak charakterystyki wyznaczone w stanach elektromagnetycznie ustalonych lecz w procesie dynamicznym. Na rys. 1 przedstawiono taką charakterystykę wyznaczoną podczas rozruchu nieobciążonego silnika zasilanego symetrycznym układem napięć trójfazowych przy symetrii impedancji obwodu wirnika.

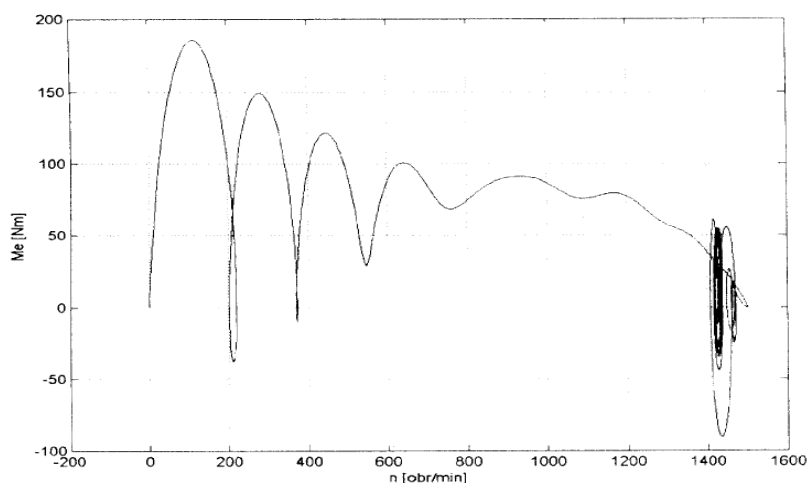


Rys. 1. Charakterystyka dynamiczna silnika indukcyjnego

Łatwo zauważyć, że silnik osiąga prędkość bliską prędkości synchronicznej. Dla przebiegu momentu dynamicznego charakterystyczne są pętle, będące rezultatem wahań prędkości w procesie rozruchu silnika. Łatwo zauważyć, że taka charakterystyka przedstawiana w funkcji prędkości obrotowej różni się wyraźnie od charakterystyki momentu, wyznaczonej również w funkcji prędkości, lecz w stanach elektromagnetycznie ustalonych, przy różnych wartościach tej prędkości. Charakterystykę taką przedstawiono na rys. 2. Inną postać, ale podobną do charakterystyki pokazanej na rys. 1, ma charakterystyka przedstawiona na rys. 3.

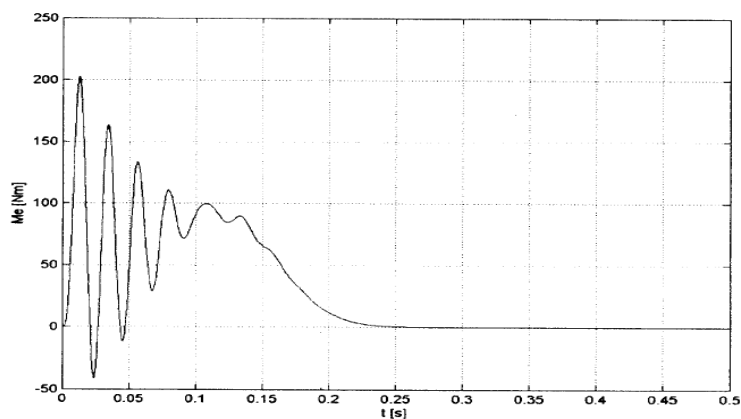
Charakterystyka ta została wyznaczona dla takiej sytuacji eksploatacyjnej w której w trakcie rozruchu następuje zanik napięcia w jednej z faz. W silniku pojawia się stan niesymetryczny, charakteryzowany niesymetrią napięcia zasilającego. W przebiegu momentu widać pętle, charakterystyczne dla stanów dynamicznych, jednak silnik, w pobliżu prędkości synchronicznej nie osiąga ustalonego punktu pracy jaki można zaobserwować na rys. 1, lecz jego moment

oscyluje (pulsuje). Jest to tzw. składowa pulsująca momentu, która zostanie objaśniona w punkcie 3.



Rys. 2. Charakterystyka dynamiczna momentu silnika indukcyjnego przy zaniku jednej fazy podczas rozruchu

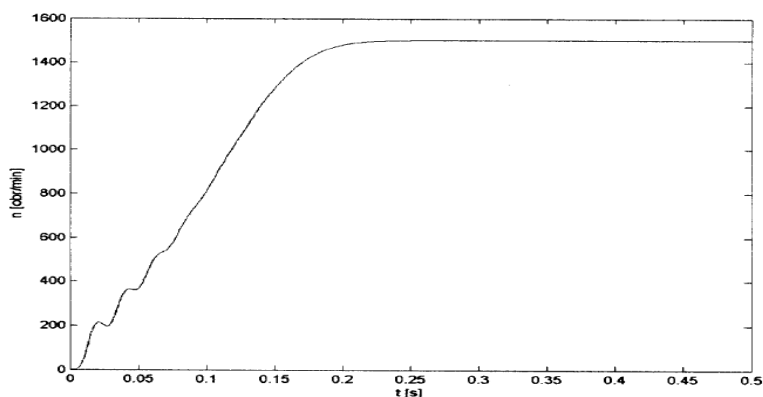
Czasowy przebieg momentu dynamicznego, podczas rozruchu nieobciążonego silnika, pokazano na rys. 3.



Rys. 3. Przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego podczas rozruchu silnika indukcyjnego

Na rysunku tym widać oscylacje momentu w pierwszych sekundach rozruchu. Łatwo zauważyć, że po kilku pierwszych pulsacjach (okresach) przebieg charakterystyki jest zbliżony do charakterystyki statycznej pokazanej na rys. 5. Na charakterystyce tej można wyróżnić, charakterystyczny dla maszyny indukcyjnej

moment maksymalny, znacznie mniejszy od momentu udarowego. Oscylacje momentu, przechodzące w zależności od parametrów elektromagnetycznych nawet w zakres momentów ujemnych, są przyczyną pętli w charakterystyce momentu pokazanej na rys.1. Ujemne wartości momentu dynamicznego wymuszają oscylacje w przebiegu prędkości w funkcji czasu pokazanym na rys. 4.

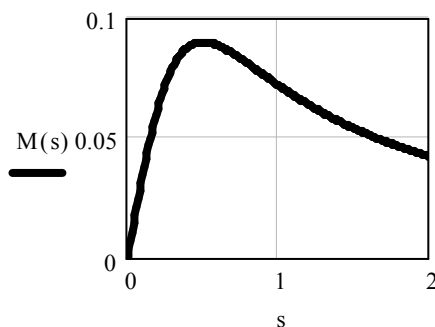


Rys. 4. Przebieg czasowy prędkości obrotowej podczas rozruchu silnika indukcyjnego

4. STAN USTALONY PRZY STAŁEJ PRĘDKOŚCI OBROTOWEJ

Szczególnym przypadkiem stanów dynamicznych (nieustalonych) jest stan ustalony przy stałej prędkości obrotowej. Takiego stanu pracy maszyn dotyczą wszystkie znane charakterystyki maszyn indukcyjnych, np. charakterystyka momentu w funkcji prędkości obrotowej (rys. 5) wyznaczana w stanach elektromagnetycznie ustalonych dla różnych wartości prędkości obrotowej lub poślizgu s . Poślizg s oblicza się wg zależności (4):

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \quad (4)$$



Rys. 5. Charakterystyka momentu maszyny indukcyjnej w funkcji poślizgu s

Dla takiego stanu pracy można otrzymać między innymi funkcje czasowe prądów stojana i wirnika przy niesymetrii trójfazowego układu napięć zasilających czy niesymetrii (zwykle) rezystancji zewnętrznego obwodu wirnika.

Funkcję czasową prądu stojana fazy A, przy wykorzystaniu do obliczeń metody składowych symetrycznych, można zapisać w postaci (5):

$$i_A(t) = i_{11m} \cdot \cos(\omega_z \cdot t - \zeta_{11}) + i_{12m} \cdot \cos[(\omega_z + 2 \cdot \omega)t - \zeta_{11}] + i_{21m} \cdot \cos[(\omega_z - 2 \cdot \omega)t - \zeta_{21}] + i_{22m} \cdot \cos(\omega_z \cdot t - \zeta_{11}) \quad (5)$$

Funkcję czasową prądu wirnika opisuje równanie:

$$i_a(t) = i_{341m} \cdot \cos[(\omega_z - \omega)t - \zeta_{341}] + i_{342m} \cdot \cos[(\omega_z + 2 \cdot \omega)t - \zeta_{342}]$$

gdzie: $\omega_s = 2 \cdot \pi \cdot f_s$ pulsacja napięcia sieci, f_s - częstotliwość napięcia sieci, $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ - pulsacja odpowiadająca przyjętej wartości prędkości obrotowej.

Z powyższych równań wynika, że:

- w przypadku niesymetrii zasilania silnika pracującego z niesymetrią rezystancji zewnętrznego obwodu wirnika w prądach stojana i wirnika pojawiają się składowe o częstotliwościach:
 - a) w prądzie stojana f_z , $(1 - 2s) \cdot f_z$ oraz $(3 - 2s) \cdot f_z$,
 - b) w prądzie wirnika $s f_z$, oraz $(2 - s) \cdot f_z$,
- przy niesymetrii zasilania silnika przy symetrii rezystancji zewnętrznego obwodu wirnika składowe prądu stojana mają częstotliwość f_z , podczas gdy częstotliwości składowych prądu wirnika wynoszą $s f_z$ oraz $(2 - s) f_z$,
- przy symetrii zasilania silnika z niesymetrią rezystancji zewnętrznego obwodu wirnika częstotliwości składowych prądu stojana wynoszą f_z oraz $(1 - 2s) f_z$ natomiast częstotliwość obu składowych prądu wirnika jest jednakowa i równa $s f_z$.

W równaniu momentu elektromagnetycznego $M(t)$ można wyodrębnić składowe (stałe) nie-tętniące M_{st} oraz składowe tętniące $M(t)$ o pulsacjach (częstotliwościach) (7):

$$[2(\omega_z - \omega)t + \zeta_1], [2(\omega_z + \omega)t + \zeta_2], [2\omega_z t + \zeta_1 + \zeta_2] \text{ oraz } [2\omega t] \quad (7)$$

Przy symetrii zewnętrznego obwodu wirnika ale przy zasilaniu niesymetrycznym składowa pulsująca momentu charakteryzuje się częstotliwością $[2\omega_z t + \zeta_1 + \zeta_2]$ natomiast przy zasilaniu symetrycznym, ale przy niesymetrii zewnętrznego obwodu wirnika, składowa pulsująca momentu charakteryzuje się częstotliwością

$$[2(\omega_z - \omega)t + \zeta_1].$$

Funkcję czasową momentu, w ogólnej postaci, opisuje wzór (8)

$$M(t) = M_1(t) - M_2(t) + M_3(t) + M_4(t) + M_5 - M_6 \quad (8)$$

gdzie:

- składowe tętniące:

$$M_1(t) = cU_{1s}^2 (\cos(2\omega_z t - \omega t) - \varepsilon_1)$$

$$M_2(t) = dU_{2s}^2 (\cos(\omega_z - \omega)2t - \varepsilon_2)$$

$$M_3(t) = eU_{1s} U_{2s} (\cos(2\omega_z t) - \varepsilon_3)$$

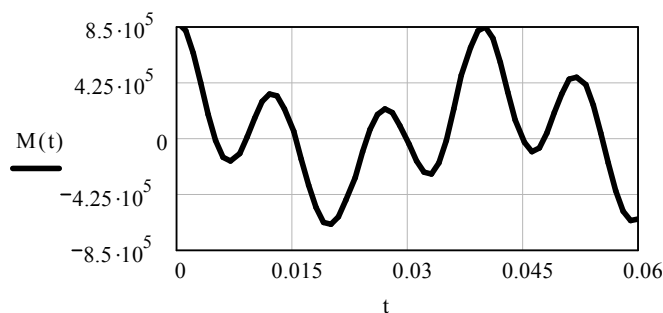
$$M_4(t) = gU_{1s} U_{2s} (\cos(2\omega t) - \varepsilon_4)$$

- składowe nie-tętniące:

$$M_5 = KU_{1s}$$

$$M_6 = LU_{2s}^2$$

Po podstawieniu do wzoru opisującego funkcję czasową momentu parametrów badanej maszyny otrzymuje się przykładowy przebieg momentu (rys.6). W przebiegu momentu widoczne są składowe tętniące momentu



Rys. 6. Przykładowy przebieg momentu $M(t)$

5. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Badania stanów dynamicznych maszyn indukcyjnych stało się możliwe po wdrożeniu nowoczesnego sprzętu obliczeniowego i pomiarowego. Wyniki tych badań pozwoliły ocenić złożoność zjawisk występujących podczas procesów dynamicznych maszyn indukcyjnych. Stwierdzono między innymi, że podczas rozruchu silników i mogą wystąpić momenty elektromagnetyczne o znaku ujemnym, które powodują pulsacje prędkości obrotowej. Programy obliczeniowe dla stanów dynamicznych można wykorzystać dla analizy warunków pracy maszyn w stanach ustalonych.

LITERATURA

- [1] Półrolniczak W. Praca dyplomowa magisterska. Politechnika Poznańska, Wydział Elektryczny. Poznań, 2010.
- [2] Stein Z. Zagadnienia stanów niesymetrycznych trójfazowych maszyn indukcyjnych. Wydawnictwa Uczelniane Politechniki Poznańskiej. Seria Rozprawy, nr 79. Poznań 1976.

THE PROBLEMS OF DYNAMIC STATES OF THREE-PHASE INDUCTION MOTORS IN SELECTED ASYMMETRIC CONNECTION SYSTEMS

The paper presents some problems arising during dynamical processes undergoing in three-phase induction motors in case of selected asymmetric connection systems. Basic differential equations describing operation of the three-phase induction motors in dynamical conditions served as a basis for presenting the selected characteristics illustrating behaviour of the machines. The analysis deals particularly with starting of the machines under asymmetric connection systems.